

УДК 621.87

**К. В. Овсянников, канд. техн. наук, доц., Г. С. Ленецкий, канд. техн. наук, доц.,
С. В. Кольцов, канд. техн. наук, доц.**

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДОМ ПОДЪЕМНОЙ УСТАНОВКИ, ОБЛАДАЮЩЕЙ РАСПРЕДЕЛЕННО-УПРУГИМИ СВОЙСТВАМИ

Получена система с расширенной полосой пропускания без резонансного регулятора. Полоса пропускания системы расширена более чем в 2,5 раза.

До настоящего времени подъемные установки представлялись в виде одно- (абсолютно жесткая), двух- и в некоторых случаях трехмассовой расчетных схем. В подобном подходе не учитывалось то, что основной элемент передачи усилия – канат – обладает распределенно-упругими свойствами и, следовательно, активно влияет на усилия в механических узлах установки.

Наличие упругости в объекте оказывает существенное влияние на работу системы управления. При этом возникает необходимость отходить от стандартных настроек жестких систем и применять дополнительные корректирующие связи.

В общем случае математическое описание сложного объекта с распределенными параметрами не позволяет достаточно точно описать поведение объекта во временной области, а также произвести анализ влияния упругих свойств объекта на его динамические характеристики. Поэтому для уменьшения затрат на исследования объектов с распределенными параметрами выполняется их аппроксимация в виде многомассовых моделей с сосредоточенными параметрами. Особую важность представляет решение вопросов устойчивости в замкнутых системах при малом демпфировании.

Основная трудность при технической реализации модального управления в системах с распределенными параметрами состоит в сложности обеспечения устойчивости замкнутых систем, так как, с одной стороны, невозможно управлять всем конечным числом мод в силу ограниченности вычислительной мощности наблю-

дателей и регуляторов, а с другой стороны, «неучтенные», но реально присутствующие моды делают систему неустойчивой.

Другая трудность заключается в наличии у передаточной функции объекта ярко выраженных резонансных (антирезонансных) свойств, практически исключающих возможность расширения полосы пропускания разомкнутой системы за частоту первого резонанса системы при нерезонансном регуляторе.

Как правило, практически любую подъемную установку можно представить в виде двух сосредоточенных масс, которые соединены между собой распределенно-упругим звеном – канатом. Многоканатные системы легко сводятся к одноканатной, в пространственно разветвленных системах всегда можно выделить звенья с наибольшей податливостью, остальные звенья представить как жесткие. Также необходимо принять следующие допущения: канат идеализируется как математическая струна или стержень, а сосредоточенные массы представляются как бесконечные скачки плотности. В этом случае систему можно описать следующими уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta F(x,t)}{\partial x} + \rho \cdot \frac{\partial \Delta v(x,t)}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial \Delta v(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{E \cdot S} \cdot \frac{\partial \Delta F(x,t)}{\partial t} &= 0 \\ m_1 \frac{d \Delta v_B}{d t} &= \Delta F_D(t) - \Delta F_B(t) \\ m_2 \frac{d \Delta v_H}{d t} &= \Delta F_H(t) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где $\Delta F(x, t)$ – приращение усилия в сечении x каната; ρ – масса единицы длины каната; $v(x, t)$ – скорость смещения сечения x каната; E и S – модуль упругости и площадь поперечного сечения каната; v_v и v_n – скорости смещения верхнего и нижнего концов каната; ΔF_d – приращение движущего усилия; F_v и F_n – усилия в верхнем и нижнем сечениях каната.

Решением этой системы является передаточная функция движущего усилия относительно скорости перемещения для любого сечения каната:

$$W(p) = \frac{\Delta v(\xi, p)}{\Delta j_d(p)} = \left[ch(p \cdot \xi) \times (\mu_2 \cdot p \cdot sh(p) + \mu_k \cdot ch(p)) - sh(p \cdot \xi) \cdot (\mu_2 \cdot p \cdot ch(p) + \mu_k \cdot sh(p)) \right] / \left[\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot p^2 \cdot sh(p) + \mu_1 \cdot \mu_k \cdot p^2 \cdot ch(p) + \mu_k^2 \cdot sh(p) \right], \quad (2)$$

где ξ – координата выходной точки, о. е., $\xi = x/l$; μ_i – i -я сосредоточенная масса, о. е., $\mu_i = m_i/m_\Sigma$; μ_k – относительная масса каната, о. е., $\mu_k = m_k/m_\Sigma$; m_Σ – суммарная приведенная масса установки.

Особый интерес представляет исследование поведения такой модели в частотной и во временной областях. Стоит заметить, что передаточную функцию (2) невозможно использовать непосредственно при исследованиях во временной области в связи с ее трансцендентностью, а только после приведения ее к конечномерному виду. Традиционно процесс получения конечномерной модели называется аппроксимацией, имеется ряд публикаций по этому вопросу, поэтому в статье он рассматриваться не будет. Покажем исследование подобных передаточных функций на конкретном примере, на основе данных по грузоподъемной установке БЦК, установленной на предприятии «БеларусьКалий» г. Солигорск. Установка для высоты подъема 1000 м имеет следующие относительные массы: $\mu_1 = 0,878$, $\mu_2 = 0,091$ и $\mu_k = 0,029$.

Наиболее интересны частотные характеристики в различных точках каната, т. е. в различных координатах распределенно-упругого звена. Это обусловлено тем, что при построении систем автоматического управления (САУ) подобными объектами необходимо введение в САУ дополнительной информации с промежуточной координаты упругого объекта. При этом требуется определить наиболее оптимальную точку подключения датчика. Частотные характеристики представлены на рис. 1. Координата выходной точки изменяется с шагом 0,2.

По [1] точка подключения выбирается таким образом, чтобы обеспечивалось на возможно большем диапазоне частот чередование полюсов и нулей передаточной функции или, что то же самое, чередование резонансов и антирезонансов частотной характеристики. В данном эксперименте этому условию удовлетворяет случай, когда $\xi = 0,2$ (рис. 1, б). Данная точка несет наибольшую информацию о движении объекта.

При аппроксимации выражения (2) методом простейших дробей аппроксимирующая модель представляется следующим образом:

$$W(p) = \sum_{n=-N}^N \frac{\text{Res } W(p_n)}{p - p_n}, \quad (3)$$

где p_n – n -й полюс передаточной функции.

Таким образом, для получения конечномерной модели достаточно знать полюса бесконечномерной передаточной функции и вычеты в полюсах.

Для случая с подъемной установкой значения полюсов P и вычетов Res (для случая $\xi = 0$) приведены в табл. 1.

На рис. 2–4 показаны логарифмические амплитудно-частотные характеристики аппроксимирующих моделей, которые получены при учете четырех, семи и двенадцати резонансов соответственно, а также первые четыре резонанса.

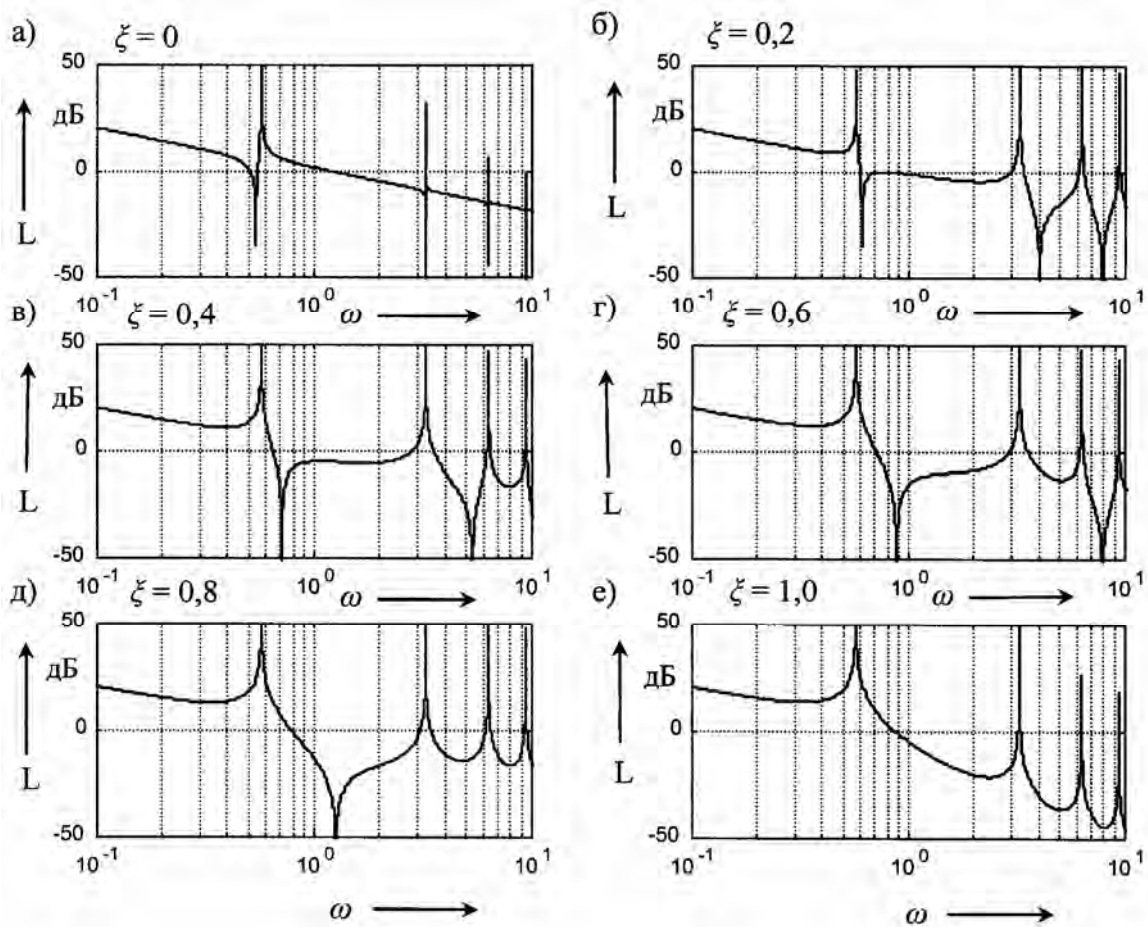


Рис. 1. ЛАЧХ канала в разных пространственных точках, исходная модель

Табл. 1. Данные расчета передаточных функций

P	-34,56i	-31,42i	-28,28i	-25,14i	-22,00i	-18,86i	-15,73i	-12,59i	-9,46i
Res	3,05e-5	3,57e-5	4,57e-5	5,89e-5	7,55e-5	1,03e-4	1,50e-4	2,40e-4	4,27e-4
P	-6,33i	-3,25i	-0,574i	0	0,574i	3,25i	6,33i	9,46i	12,59i
Res	9,23e-4	3,41e-3	6,58e-2	1,00	6,58e-2	3,41e-3	9,23e-4	4,27e-4	2,40e-4
P	15,73i	18,86i	22,00i	25,14i	28,28i	31,42i	34,56i	-	-
Res	1,50e-4	1,03e-4	7,55e-5	5,89e-5	4,57e-5	3,57e-5	3,05e-5	-	-

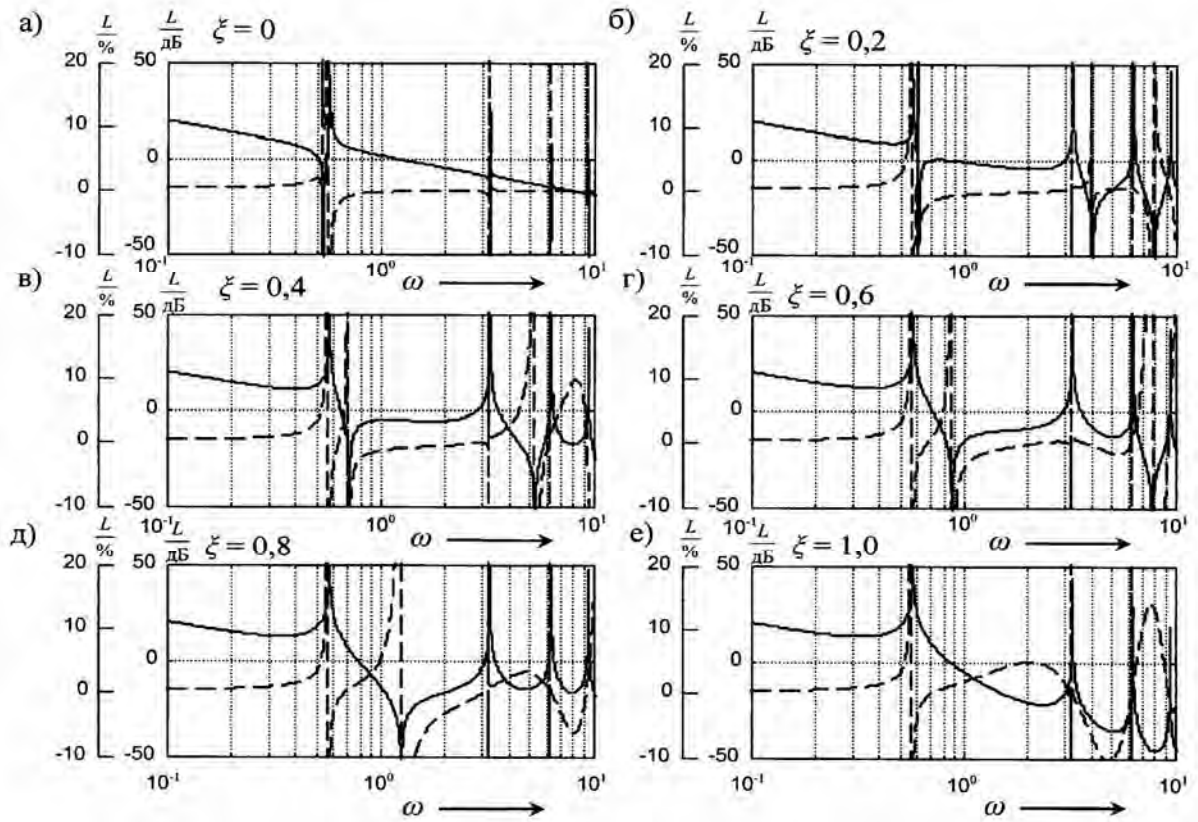


Рис. 2. ЛАЧХ канала в разных пространственных точках; модель, полученная при аппроксимации; учет четырех резонансов

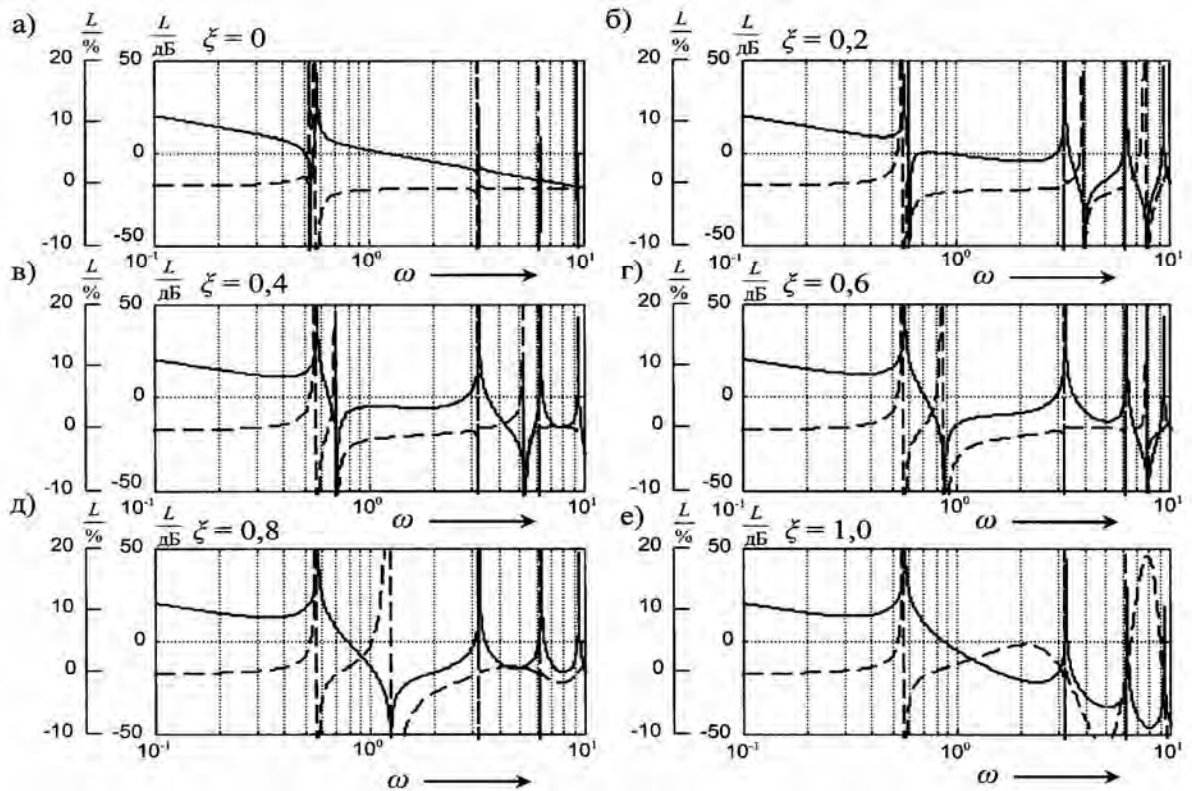


Рис. 3. ЛАЧХ канала в разных пространственных точках; модель, полученная при аппроксимации; учет семи резонансов

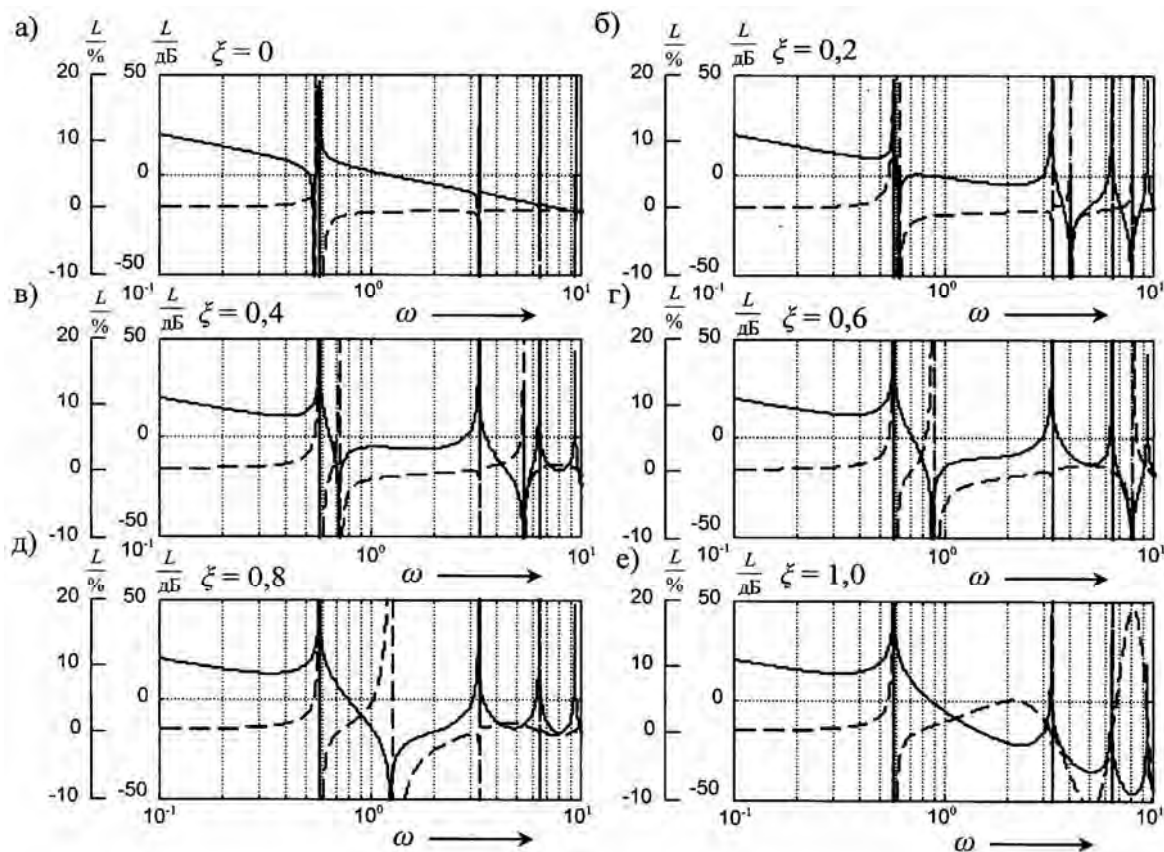


Рис. 4. ЛАЧХ канала в разных пространственных точках; модель, полученная при аппроксимации; учет двенадцати резонансов

Сплошной линией показаны характеристики полученных моделей, а ошибка по отношению к исходной модели – пунктирной линией. Точность аппроксимации такова, что характеристика исходной модели практически сливается с полученной, поэтому она не показана на рисунках. Хорошо видно, что ошибка на гладких участках близка к нулю, в районе резонансов весьма мала, но в районе антирезонансов достаточно велика, уменьшаясь при учете большего количества резонансов. Однако для работы модели во временной области по опыту [1, 3] особое влияние оказывают именно резонансные свойства, влияние антирезонансов на динамику является несущественным. Анализируя графики можно сделать следующие выводы: при аппроксимации модели необходимо искать оптимум при определении количества учитываемых резонансов, так как в целом при аппроксимации

точность достаточно высока и существенно не увеличивается, если увеличивать количество резонансов.

Выражение (3) легко преобразовать к следующему виду:

$$W(p) = \frac{1}{p} + 2p \sum_{i=1}^N \frac{\operatorname{Re} s(p_i)}{p^2 + p_i^2}. \quad (4)$$

Модель вида (4) более пригодна для исследования поведения системы во временной области по сравнению с (3). Очевидно, что при увеличении числа учитываемых полюсов функции, вычисленные ранее, не изменяются, что упрощает вычисления и интерпретацию полученных результатов. Структурная схема для исследования данной передаточной функции представлена на рис. 5.

Достаточно эффективно задача формирования требуемых динамических свойств разомкнутой системы

может быть решена за счет использования дополнительных обратных связей. Обратная связь, подключенная особым способом, позволяет перераспределить нули и полюса передаточной функции, тем самым сдвинув первые резонансы вправо, не прибегая к резонансным регуляторам. Далее будет показано решение

по синтезу системы, позволяющее увеличить полосу пропускания при подобной настройке в 2,5–5 раз, при помощи восстановления информации с некоторой выбранной специальным образом пространственной точки. Все численные расчеты были проделаны для грузоподъемной установки БЦК.

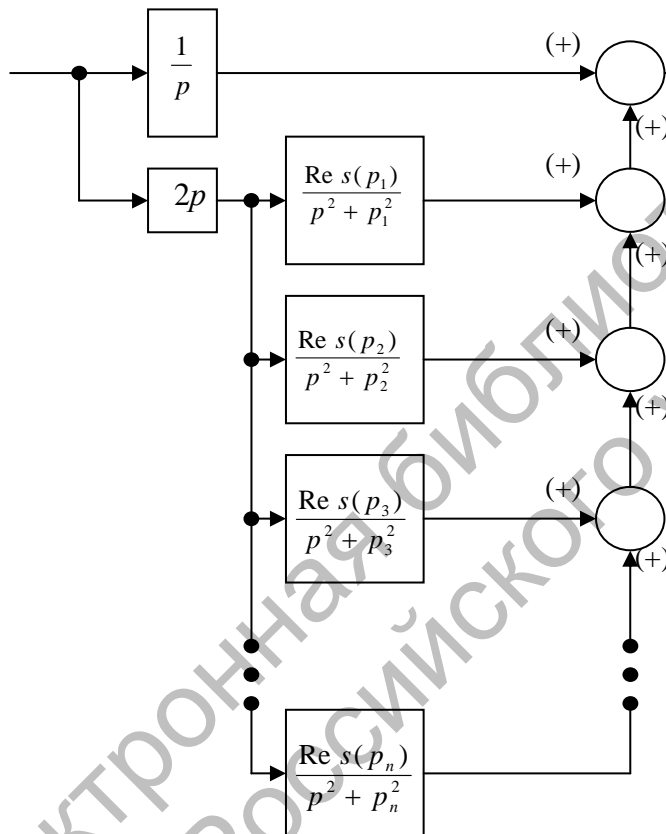


Рис. 5. Структурная схема модели, полученной при аппроксимации

Производя математические преобразования, из (2) можно получить все передаточные функции, необходимые для дальнейшего расчета.

Передаточная функция от скорости перемещения к усилию в верхнем сечении ($\xi = 0$) равна:

$$W_1(p) = \left[sh(p) \cdot (\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot p^2 + \mu_k^2) + p \cdot \mu_k \cdot ch(p) \cdot (\mu_1 + \mu_2) \right] / \left[p \cdot \mu_2 \cdot sh(p) + \mu_k \cdot ch(p) \right]. \quad (5)$$

Передаточная функция от усилия в верхнем сечении к перемещению в нижнем сечении ($\xi = 1$) равна:

$$W_2(p) = \mu_k / \left[sh(p) \cdot (\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot p^2 + \mu_k^2) + p \cdot \mu_k \cdot ch(p) \cdot (\mu_1 + \mu_2) \right]. \quad (6)$$

Покажем, что использование в системе дополнительной обратной связи, снимаемой с некоторой, определенным образом выбранной промежуточной точки ξ объекта с распределенными па-

раметрами, дает принципиальную возможность построения системы с расширенной полосой пропускания.

Структурная схема для предлагаемого способа представлена на рис. 6, где W_{P1} – передаточная функция регулятора тока; $W_{P2}(p)$ и $W_{P3}(p)$ – передаточные функции дополнительного и главного регуляторов скорости; $W_C(p)$ – передаточная функция силовой части электропри-

вода; $W_{1PI}(p)$ и $W_{PI}(p)$ – передаточные функции объекта с распределенными параметрами от точки входа до точек ξ и $\xi_{ВЫХ} = 1$ соответственно.

Для упрощения выкладок будем считать, что у замкнутого контура тока быстродействие достаточно, для того чтобы его передаточную функцию считать равной единице.

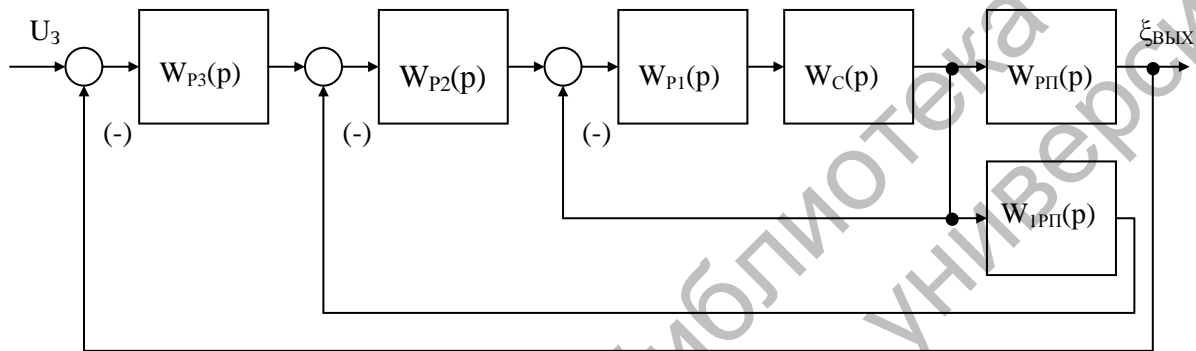


Рис. 6. Структурная схема

Тогда приходим к передаточной функции разомкнутого по главной обратной связи контура скорости:

$$W_{PAZ}(p) = \frac{W_{P3}(z) \cdot W_{P2}(z) \cdot W_{PI}(z)}{1 + W_{P2}(z) \cdot W_{1PI}(z)} \quad (7)$$

Покажем, что передаточная функция (5) позволяет расширить полосу пропускания при определенном подключении дополнительной обратной связи по скорости. Желательно при этом, чтобы сложность регулятора дополнительного контура была проще или примерно соответствовала сложности промышленных ПИД-регуляторов. Известно, что частота среза контура, в основном, ограничивается порядком дифференцирующей составляющей регулятора и ее частотным диапазоном, достигающим в промышленных регуляторах одной декады при первом порядке дифференцирования [2]. При этом существенно, что объекты с распределенными парамет-

рами гиперболического типа обладают ярко выраженными свойствами дифференцирования, заключающимися в наличии у системы антирезонансов и, следовательно, нулей передаточной функции.

Изложенное показано на рис. 7, где видно распределение в пространственно-частотной области нулей и полюсов передаточной функции подъемной установки. На график нанесены кривые, характеризующие изменение частоты антирезонансов при изменении положения выхода системы ξ . Частоты резонансов являются единичными для всей системы, т. е. не изменяются при изменении ξ (соответствующие кривые параллельны оси ξ). Кроме того, указана фаза частотной характеристики системы в пространственно-частотных областях, ограниченных резонансными и антирезонансными кривыми.

Точка подключения обратной связи выбирается таким образом, чтобы

обеспечить на возможно большем диапазоне частот чередование полюсов и нулей передаточной функции или, что то же самое, чередование резонансов и антирезонансов частотной характеристики. Как видно из рис. 7, при $0,6 < \xi < 0,8$ наблюдается чередование частот первых четырех резонансов и антирезонансов и при этом фаза системы удерживается в пределах от $-\frac{\pi}{2}$ до $-\frac{3\pi}{2}$, а следовательно, имеется возможность удержания устойчивости замкнутого контура. Принимаем $\xi = 0,8$.

Из (2), (5) и (6) легко выразить $W_{PI}(p)$ и $W_{IPI}(p)$.

$$W_{PI}(p) = \frac{\mu_k}{p \cdot \mu_2 \cdot sh(p) + \mu_k \cdot ch(p)}; \quad (8)$$

$$W_{IPI}(p) = [ch(p \cdot \xi) \cdot (\mu_2 \cdot p \times sh(p) + \mu_k \cdot ch(p)) - sh(p \cdot \xi) \times (\mu_2 \cdot p \cdot ch(p) + \mu_k \cdot sh(p))] / [p \cdot \mu_2 \cdot sh(p) + \mu_k \cdot ch(p)]. \quad (9)$$

Примем $W_{P2}(p) = 10$ и $W_{P3}(p) = 1$, для этого случая логарифмическая амплитудно-частотная характеристика (ЛАЧХ) приведена на рис. 8.

Штриховой линией нанесена ЛАЧХ системы без дополнительного контура по пространственной координате, а сплошной – с дополнительным контуром. В исходной системе первый резонанс расположен на частоте 0,53, а в полученной – 1,36. То есть полоса пропускания системы расширена более чем в 2,5 раза.

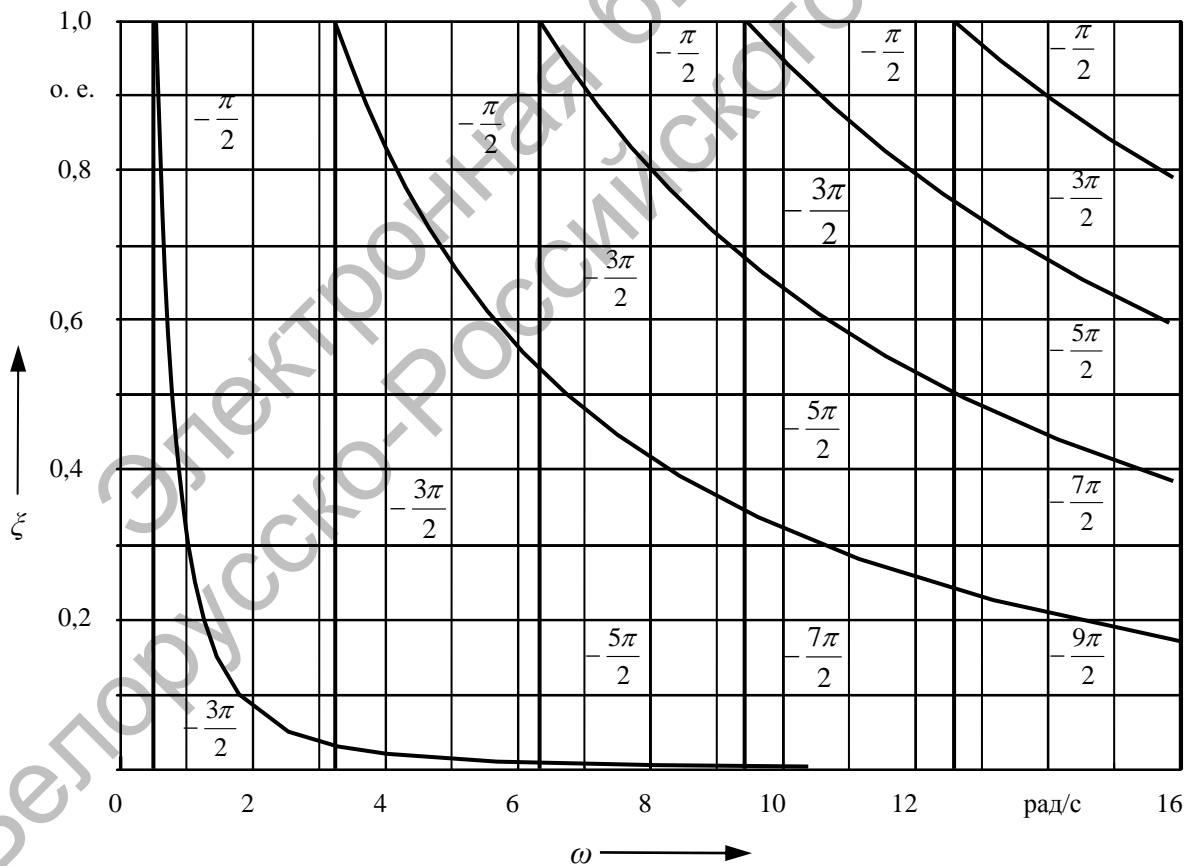


Рис. 7. Распределение нулей и полюсов системы

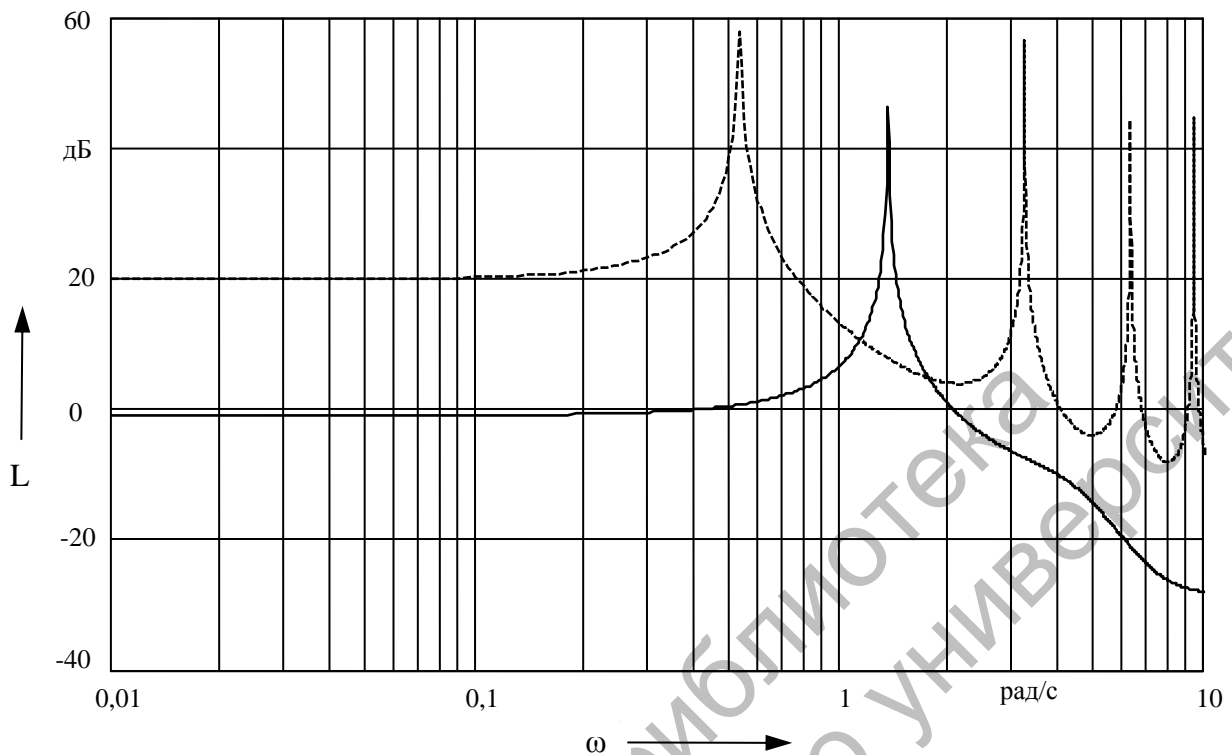


Рис. 8. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики

Кроме этого, ЛАЧХ полученной системы на частотном диапазоне $0-10 \text{ с}^{-1}$ имеет только один резонанс, а не четыре, как в исходной системе, т. е. фактически это означает, что при введении дополнительного контура спектр собственных частот системы смещается вправо. Это приводит к тому, что резонансы на более высоких частотах влияют гораздо меньше из-за меньшего коэффициента усиления по сравнению с исходной системой.

На основании представленного способа синтеза системы были получены математические модели для исследуемой установки БЦК.

Выводы

1. Модель объекта с распределенными параметрами имеет очень сложный вид, в общем случае в нее входят частные производные, интегралы и интегродифференциальные выражения. Поэтому исследование динамики таких объектов как звеньев сис-

темы автоматического регулирования обычно ведется при помощи аппроксимации их системой уравнений конечной размерности.

2. Разработка методов аппроксимации объектов с распределенными параметрами позволяет осуществить их моделирование минимально возможным количеством типовых звеньев с сосредоточенными параметрами и в конечном итоге упростить проектирование системы автоматического управления.

3. Получена система с расширенной полосой пропускания без применения резонансного регулятора. Следует отметить, что реальные системы не всегда могут быть замкнуты по произвольной пространственной координате из-за особенностей их конструктивного исполнения. Однако развитие вычислительной техники дает возможность применять в таких системах вычислители, восстанавливающие недостающую

информацию о движении произвольной пространственной точки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Киселев, Н. В.** Электроприводы с распределенными параметрами / Н. В. Киселев, В. Н. Мядзель, Л. Н. Рассудов. – Л. : Судостроение, 1985. – 220 с.

2. **Змеу, К. В.** Передаточные функции волновых одномерных точно–неоднородных кольцевых объектов / К. В. Змеу, Л. Н. Рассудов // Автоматика и телемеханика. – 1982. – № 5. – С. 52–57.

3. **Кадымов, Я. Б.** Переходные процессы в системах с распределенными параметрами / Я. Б. Кадымов. – М. : Наука, 1968. – 123 с.

Белорусско-Российский университет
Материал поступил 01.10.2007

K. V. Ovsianikov, G. S. Lenevsky, S. V. Koltsov
Analysis and synthesis of the electric drive control system of a lifting gear which has distributive and elastic characteristics
Belarusian-Russian University

Received system with expanded bandwidth without resonance regulator. Bandwidth system expanded to more than 2,5 times.