

УДК624.159.14:023.87

С. Д. Семенюк, д-р техн. наук, доц.

ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ ФУНДАМЕНТЫ ЖИЛЫХ И ГРАЖДАНСКИХ ЗДАНИЙ НА НЕРАВНОМЕРНО ДЕФОРМИРУЕМОМ ОСНОВАНИИ

Приведено решение контактной задачи для пространственных систем железобетонных фундаментов жилых и гражданских зданий на неравномерно в плане деформируемом основании с учетом жестких узлов сопряжения перекрестных балок и учетом реологических свойств железобетона. Предлагаемый подход, основанный на синтезе способа Б. Н. Жемочкина и метода В. Ритца, позволяет рассчитывать любые системы перекрестных балок на произвольном упругом основании.

Введение

К неравномерно деформируемым основаниям относятся территории, где в результате развития деформационных или динамических процессов земной коры возникает опасность повреждения или разрушения зданий и сооружений [1, 2]. Выявлено, что усилия в зданиях и сооружениях, рассчитываемых на воздействия земной поверхности, зависят, главным образом, от деформационных и прочностных характеристик грунта. Особенностью работы зданий в подобных условиях является то, что контактные напряжения изменяются при постоянной внешней нагрузке, но общий объем эпюры контактных напряжений на любой стадии деформирования основания остается одним и тем же [2]. Следствием неравномерных вертикальных перемещений основания являются наблюдаемые крены сооружения, различные формы деформаций изгиба, сдвига и кручения. Деформации эти проявляются как в чистом виде, так и в различных сочетаниях: кручение с изгибом, крен с изгибом, сжатие с кручением и т. п. [3].

Конструктивно-технологические основы пространственного железобетонного сборно-монолитного фундамента

Требуемые эксплуатационные качества и долговечность возведенных зданий можно достичь путем создания надежного основания либо применением специальных конструкций, приспособ-

ленных к повышенным неравномерным деформациям. К таким специальным конструкциям относятся пространственные железобетонные фундаменты, исполнение которых целесообразно в монолитном или сборно-монолитном железобетоне [4–9].

На рис. 1 представлен фрагмент сборно-монолитного фундамента. Такие фундаменты, объединяющие в себе фундаментную и подвальную части здания в единое целое, обладают безотказностью в работе, более высокими технико-экономическими показателями по сравнению с традиционными ленточными под стены или под колонны, предотвращают аварийные ситуации при просадках, увеличивают полезные объемы десятиэтажных домов на 10 %, а пятиэтажных – на 20 %.

Расчетная модель и метод решения

За расчетную модель рассматриваемого фундамента в аварийной ситуации принята система перекрестных железобетонных балок с жесткими узлами сопряжения на упругом клиновидном основании, при этом большая часть подошвы фундамента находится в контакте с гранью клина, а у меньшей части контакт отсутствует (рис. 2).

Рассмотрены основные возможные случаи расположения фундаментов на деформированном основании: случай 1 – нормальные условия эксплуатации здания (угол раствора клина $2\alpha = \pi$); случай 2 – короткая сторона системы расположена параллельно ребру клина ($2\alpha = 0,75\pi$,

$2\alpha = 0,5\pi$); случай 3 – длинная сторона системы расположена параллельно ребру клина ($2\alpha = 0,5\pi$); случай 4 – диагональное расположение ребра клина под пятном здания ($2\alpha = 0,5\pi$).

Для перечисленных случаев счита-

ем, что система перекрестных балок представляет совокупность жестко соединенных между собой стержней, часть которых находится на упругом клиновидном основании.

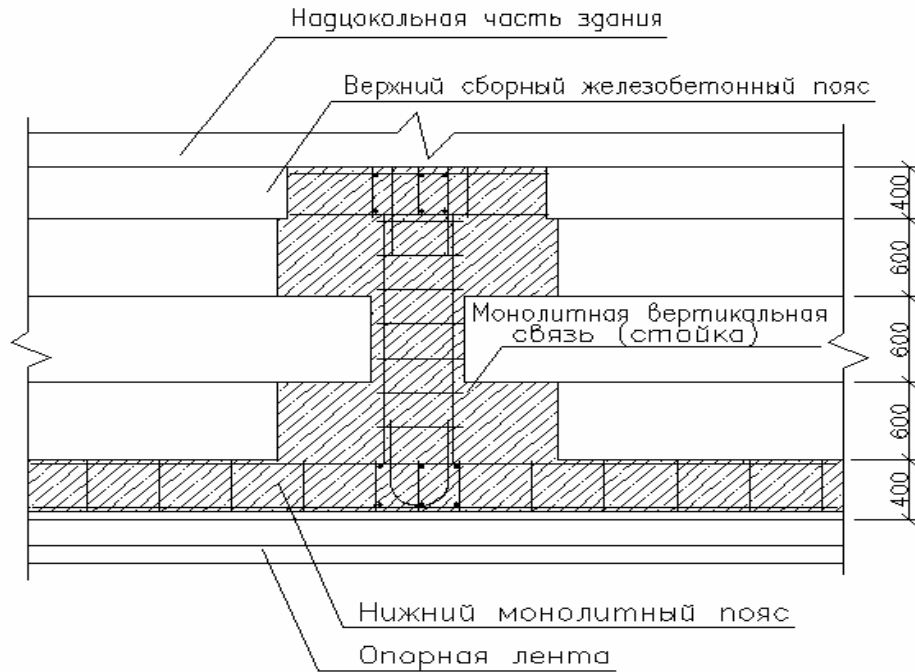


Рис. 1. Фрагмент сборно-монолитного фундамента

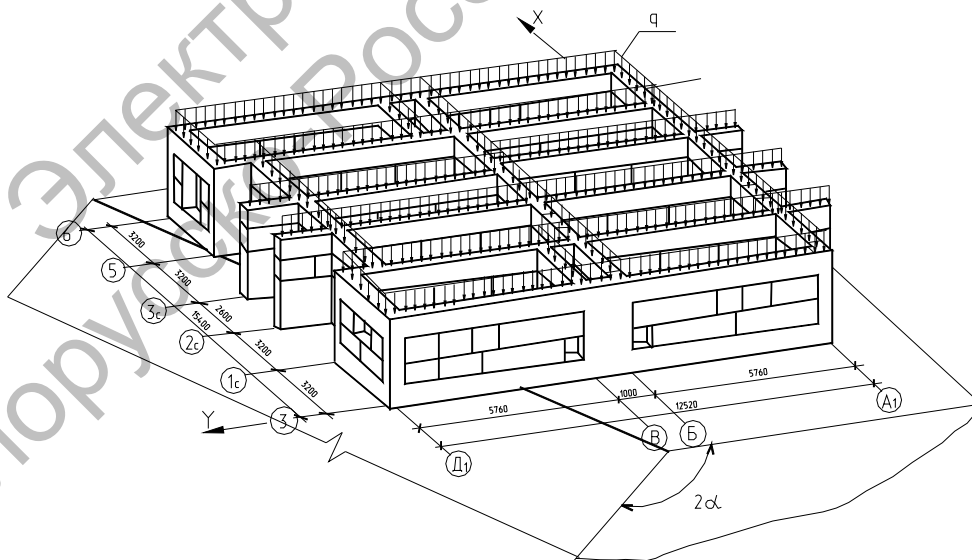


Рис. 2. Пространственный железобетонный фундамент в виде системы перекрестных балок на упругом клиновидном основании

Решение контактной задачи для систем железобетонных перекрестных балок на произвольном упругом основании предлагается производить, учитывая способ Б. Н. Жемочкина [10] и метод В. Ритца. Для применения способа Б. Н. Жемочкина необходимо иметь функцию Грина и выражение для осадок поверхности упругого основания от действия единичной силы, равномерно распределенной по площади прямоугольника.

Для расчетной схемы (рис. 3), с учетом кинематических граничных условий в начале координат, учитывая кручение, функция Грина задается в виде тринадцатичленного полинома.

$$\begin{aligned}
 Z(x, y) = & a_{11} \frac{xy}{ab} + a_{20} \frac{x^2}{a^2} + a_{30} \frac{x^3}{a^3} + \\
 & + a_{21} \frac{x^2 y}{a^2 b} + a_{31} \frac{x^3 y}{a^3 b} + a_{22} \frac{x^2 y^2}{a^2 b^2} + \\
 & + a_{32} \frac{x^3 y^2}{a^3 b^2} + a_{02} \frac{y^2}{b^2} + a_{03} \frac{y^3}{b^3} + a_{12} \frac{xy^2}{ab^2} + \\
 & + a_{13} \frac{xy^3}{ab^3} + a_{23} \frac{x^2 y^3}{a^2 b^3} + a_{33} \frac{x^3 y^3}{a^3 b^3}, \quad (1)
 \end{aligned}$$

где a, b – характерные размеры системы перекрестных балок; $a_{i,k}$ – неизвестные постоянные коэффициенты.

Коэффициенты a_{ik} в формуле (1) найдены методом В. Ритца. Функционал полной энергии \mathcal{E} системы перекрестных балок с заземленной точкой (см. рис. 3) под действием единичной силы, приложенной в точке с координатами x_p и y_p , имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E} = & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} EJ_i \frac{d^2 Z(x, y_i)}{dx^2} \cdot dx + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \int_0^{l_k} EJ_k \frac{d^2 Z(x_k, y)}{dy^2} \cdot dy + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} GT_i \frac{d^2 Z(x, y_i)}{dx \cdot dy} \cdot dx + \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m \int_0^{l_k} GT_k \frac{d^2 Z(x_k, y)}{dx \cdot dy} \cdot dy - \\
 & - Z(x_p, y_p), \quad (2)
 \end{aligned}$$

где l_i, l_k – длины геометрические; EJ_i, EJ_k – изгибная жесткость стержней, образующих систему перекрестных балок; GT_i, GT_k – крутильная жесткость стержней, образующих систему перекрестных балок; n, m – число стержней системы, параллельных осям OX и OY соответственно.

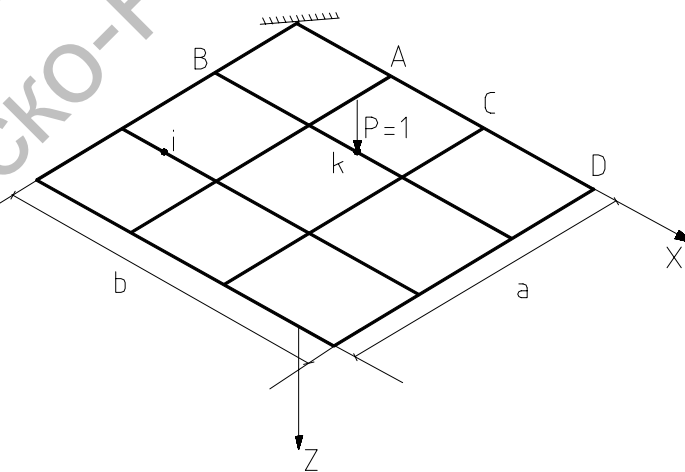


Рис. 3. Расчетная схема к построению функции Грина для системы перекрестных балок с заземленной точкой

Поэтому в формуле (2) суммирование распространяется по всем стержням системы, параллельным соответствующим осям координат (см. рис. 3).

После вычисления функционала дифференцированием полученного выражения по каждому из неизвестных a_{ik} получаем систему линейных алгебраических уравнений 13-го порядка, решение которой позволяет определить функцию Грина для системы перекрестных балок с защемленной точкой.

Для двухслойного основания (рис. 4) на основании асимптотических свойств подынтегральной функции получена формула для осадок поверхности от сосредоточенной силы P в следующем виде:

$$W(x, y) = \frac{P(1 - \nu_0^2)}{\pi E_1 h} \times \left[\frac{h}{R} + \sum_{k=0}^2 A_k \frac{\Gamma(k+1)}{\left(4 + \frac{R^2}{h^2}\right)^{\frac{k+1}{2}}} P_k \left(\frac{2}{\sqrt{4 + \frac{R^2}{h^2}}} \right) \right], \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{x^2 + y^2}; \\ L &= (1 - g)(3 - 3g - 4\nu_1 + 4g\nu_2); \\ M &= (3 + g - 4\nu_1)(4g\nu_2 - 1 - 3g); \\ N &= (1 - g)(1 + 3g - 4g\nu_2); \\ S &= 2[(1 - g)(5 + 3g) + 4\nu_1(g - 3 + 2\nu) + 4g\nu_2(1 + g - 2\nu_1)]; \end{aligned}$$

здесь

$$\begin{aligned} g &= \frac{E_1(1 + \nu_2)}{E_2(1 + \nu_1)}; \quad A_0 = \frac{M + L}{M - L - S} - 1; \\ A_1 &= 2A_0 + \frac{2L(S - 2N) - 2M(S - 2N) - 4(2LM + NS)}{(L - M + S)^2}; \\ A_2 &= -2A_0 + 2A_1 - \frac{2(S - 2N)(M^2 - L^2) + (8LM + 2NS + S^2)(L + M)}{(L - M + S)^2}, \end{aligned}$$

где $\Gamma(k)$ – гамма-функция; $P_k(z)$ – полином

Лежандра.

Для клиновидного основания (рис. 5) перемещение грани клина, к которой приложена сосредоточенная сила P , с достаточной инженерной точностью в цилиндрической системе координат определяется выражением

$$W_{(r,z)} = \frac{P(1 - \nu_0^2)}{\pi E_0} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{A_0}{2R_2} \right); \quad (4)$$

$$R_2 = \sqrt{(a + r)^2 + z^2}. \quad (5)$$

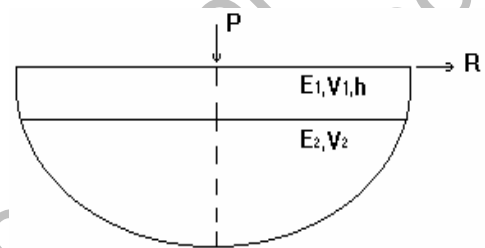


Рис. 4. Двухслойное основание

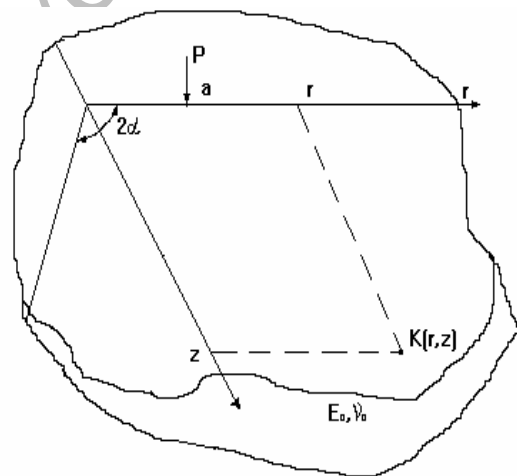


Рис. 5. Действие сосредоточенной силы на изотропный пространственный клин со свободными гранями

В полученной формуле (4) первое слагаемое представляет решение Буссинеска для упругого однородно изотропного полупространства.

Расчет системы перекрестных балок на двухслойном упругом основании способом Б. Н. Жемочкина осуществля-

ется смешанным методом строительной механики, принимая за неизвестные усилия в вертикальных связях линейное и угловые перемещения введенного защемления на краю системы перекрестных балок (рис. 6). В результате получается система канонических уравнений, которая имеет вид:

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \delta_{ik} X_k + u_0 + \varphi_{0x} y_i + \varphi_{0y} x_i + \Delta_{ip} &= 0; \\ - \sum_{k=1}^N X_k y_k + M_{px} &= 0; \\ - \sum_{k=1}^N X_k x_k + M_{py} &= 0; \\ - \sum_{k=1}^N X_k + R &= 0, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

где δ_{ik} – взаимное вертикальное перемещение концов i -й разрезанной связи Б. Н. Жемочкина от единичных сил, приложенных к k -й связи в основной системе (см. рис. 6); Δ_{ip} – прогиб центра i -го участка основной системы от внешней нагрузки; $u_0, \varphi_{0x}, \varphi_{0y}$ – линейное и угловые перемещения введенного защемления на краю основной системы (см. рис. 6); X_i – усилие в i -й связи Б. Н. Жемочкина; R, M_{px}, M_{py} – равнодействующая внешних сил, приложенных к системе перекрестных балок, и моменты равнодействующей относительно осей OX и OY (см. рис. 6); N – число участков Б. Н. Жемочкина на системе перекрестных балок.

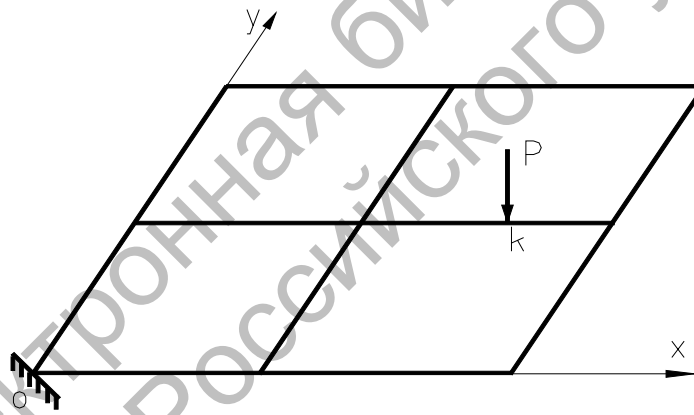


Рис. 6. Основная система смешанного метода

Коэффициенты при неизвестных усилиях в связях Б. Н. Жемочкина δ_{ik} зависят от осадок упругого основания W_{ik} и прогибов основной системы Z_{ik} (см. рис. 6) и равны

$$\delta_{ik} = W_{ik} + Z_{ik};$$

$$W_{ik} = \frac{1 - \nu_0^2}{\pi E_0 h} (F_{ik}^0 + F_{ik}^1), \quad (7)$$

где W_{ik} – перемещение центра i -го участка Б. Н. Жемочкина на поверхности упругого основания от действия единичной

силы, распределенной по k -му участку; E_0, ν_0, h – модуль деформации, коэффициент Пуассона и линейный размер (например, толщина слоя) для упругого основания; F_{ik}^0 – характеризует осадку упругого однородного изотропного полупространства; F_{ik}^1 – корректирует F_{ik}^0 для данной модели упругого основания; F_{ik}^0 вычисляется точно, F_{ik}^1 интегрируется численно.

Реализация метода расчета и анализ работы фундаментных балок

Вычисления функционала полной энергии (2) и его дифференцирования по каждому из неизвестных коэффициентов a_{ik} производилось в общем виде с помощью пакета компьютерной алгебры «Mathematika-3» [11]. Были составлены программы расчета системы перекрестных балок на упругом основании для основных возможных случаев эксплуатации здания. Число участков Б. Н. Жемочкина колебалось в пределах 201...280. В зависимости от характеристик основания, материала фундамента, действующей на систему вертикальной равномерно распределенной нагрузки и длительности ее действия для каждого из участков вычислялись осадки, реактивный отпор грунта, изгибающие и крутящие моменты, поперечные силы. Численная реализация метода расчета показала, что в замкнутых системах при симметричной нагрузке для условий нормальной эксплуатации при расчете сечений бортовых балок определяющими являются крутящие моменты; при расчете сечений внутренних балок – изгибающие моменты. При расположении ребра клина диагонально пятну здания или параллельно одной из его сторон определяющим при расчете бортовых балок является совместное действие изгибающих и крутящих моментов, причем, по сравнению с нормальными условиями эксплуатации, крутящие моменты изменяют свой знак на противоположный, а изгибающие остаются с такими же, если ребро клина параллельно бортовой балке; если бортовая балка перпендикулярна ребру клина, крутящие моменты остаются с таким же знаком, а изгибающие меняют знак на противоположный. По абсолютной величине их значения могут превышать изгибающие моменты при условиях нормальной эксплуатации в 5–8 раз. Во внутренних балках при их параллельности ребру клина определяющим при расчете сечений является изгибающий момент; для продольных балок, перпендикулярных ребру клина, определяющим является совместное действие изгибающего момента и

поперечной силы, для поперечных балок – совместное действие изгибающего и крутящего моментов. Численные величины усилий «М», «V», «Т» обратно пропорциональны длине контакта.

Теоретически доказано, что распространение спиральной трещины в элементах прямоугольного сечения, подверженных кручению, изгибу с кручением или воздействию поперечной силы и кручения, происходит под углом 45° к продольной оси элемента.

При действии на железобетонную балку крутящих и изгибающих моментов разрушение происходит по пространственному сечению, образованному спиральной трещиной и замыкающей ее сжатой зоной, расположенной под углом α к горизонтальной оси элемента.

Условие прочности в расчетном предельном состоянии выведено из соотношения моментов внешних и внутренних сил относительно оси, проходящей через центр тяжести сжатой зоны. При этом, учитывая упругопластическую работу бетона, эпюру напряжений в сжатой зоне принимаем в виде прямоугольной трапеции. При симметричном армировании балки:

$$T_x \left(\frac{C_1}{b} + \frac{1}{\chi} \right) \leq f_{yd} \cdot A_{st} \cdot Z + f_{ywd} A_{sw} \frac{Z}{s} \cdot \frac{C_1^2}{b + 2h} + \sigma_{sc} A_{sc} (y_{ц.т.} - c'), \quad (8)$$

где

$$\chi = \frac{T_x}{M_y}; \quad Z = d - \frac{x(\lambda^2 + \lambda + 1)}{3(\lambda + 1)};$$

$$y_{ц.т.} = d - Z - c'; \quad \lambda = 0,93 - 0,014f_{cd}.$$

Высоту сжатой зоны «х» определим из уравнения проекций всех сил, действующих в рассматриваемом пространственном сечении на нормаль к плоскости сжатой зоны:

$$0,5f_{cd}x(C_1^2 + b^2)(1 + \lambda) = b(f_{yd}A_{st} - \sigma_{sc}A_{sc} + q_{sw} \frac{C_1^2}{2h + b}), \quad (9)$$

где

$$q_{sw} = \frac{f_{ywd} \cdot a_{sw}}{S}.$$

В первом приближении высоту сжатой зоны можно определять из уравнения

$$A_1 x^2 \sin^2 \alpha + A_2 x \sin^2 \alpha + A_3 = 0, \quad (10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 0,5(1 - \lambda^2)b \sin \alpha; \\ A_2 &= A_s \left[\alpha - (1 - \lambda) \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \right]; \\ A_3 &= -\alpha A_{sc} c'; \\ \alpha &= \frac{E_s}{E_c}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Для случая совместного действия крутящего момента и поперечной силы условие прочности элемента выводится из соотношения моментов внешних и внутренних сил относительно оси, проходящей через центр тяжести сжатой зоны балки, полученного аналогично (8).

Принимая эпюру напряжений сжатой зоны в виде прямоугольной трапеции, получим:

$$T_x \frac{C_2}{h} \left(1 + \frac{1}{k} \right) \leq (f_{yt} A_{st} + f_{ywd} \frac{a_{sw}}{S} \frac{C_2^2}{2h + b}) Z, \quad (12)$$

где

$$k = \frac{2T_x}{V_z b}; \quad Z = b_0 - \frac{x(\lambda^2 + \lambda + 1)}{3(\lambda + 1)}; \\ \lambda = 0,93 - 0,014f_{cd},$$

где T_x – крутящий момент; V_z – и поперечная сила относительно центра тяжести сжатой зоны рассчитываемого сечения; A_s – площадь всех продольных стержней, расположенных у грани h , растянутой от изгиба; a_{sw} – площадь сечения одной ветви хомута; S – расстояние между хомутами.

Высота сжатой зоны определяется

из уравнения

$$0,5f_{cd}(x + \lambda x)(C_2^2 + h^2) = (f_{yt} A_{st} + f_{ywd} \frac{a_{sw}}{S} \frac{C_2^2}{2h + b})h. \quad (13)$$

Как и в предыдущем случае, необходима проверка $T_x \leq 0,1f_{cd}b^2h$.

В случаях, когда соблюдается условие

$$T_x < \frac{1}{6} f_{ct} b^2 (3h - b), \quad (14)$$

поперечную арматуру у граней «b» ставят конструктивно; расчет на совместное действие крутящего и изгибающего моментов заменяется расчетом на изгиб нормальных сечений без учета кручения; расчет на кручение ограничивается проверкой по формулам (13), (14) для случая совместного действия крутящего момента и поперечной силы.

Расчет прочности сечений нормальных и наклонных к продольной оси элемента производится с учетом прочностных и деформативных характеристик «приведенного» бетона. Проверку прочности нормальных сечений производят из условия (15):

$$M \leq M_u = 0,5f_c \cdot b \cdot x \times \left[(1 + \lambda_{red})d - 0,33x(1 + \lambda_{red} + \lambda_{red}^2) \right] + \sigma_{sc} \cdot A_{sc}(d - c'). \quad (15)$$

Проверку прочности наклонных сечений – из условия (16):

$$M_I \leq M_{p(I)} = 0,5f_c \cdot b \cdot x \times \left[(1 + \lambda^*) \cdot d - 0,33x(1 + \lambda^* + \lambda^{*2}) \right], \quad (16)$$

где M_I – изгибающий момент в сечении I-I (нормальное сечение, проходящее через вершину расчетной наклонной трещины) от внешних нагрузок.

Расчет по деформациям предусматривает определение кривизны участков конструкций:

без трещин

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{B} = \frac{M}{B_0} \left[1 + \frac{I \cdot \varphi_t}{I + \alpha_1 \cdot I_s (1 + \varphi_t)} \right], \quad (17)$$

где I – момент инерции сечения бетонного элемента относительно его центра тяжести; φ_t – характеристика ползучести в момент времени t ; I_s – момент инерции всей арматуры относительно центра тяжести;

с трещинами

$$\frac{1}{\rho_{\text{к.т.}}} = \frac{M}{0,85B_{0,\text{cr}}}; \quad (18)$$

$$B_{0,\text{cr}} = \frac{E_c \cdot I_{0,\text{cr}}}{1 - \frac{M_{\text{cr}}}{M} \left(1 - \frac{I_{0,\text{cr}}}{I} \right)}, \quad (19)$$

где M_{cr} – момент трещинообразования:

$$M_{\text{cr}} = W_{\text{cr}} \cdot f_{\text{ct}}. \quad (20)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черный, Г. И. Геотехнические процессы в сложных грунтовых условиях Украины / Г. И. Черный, В. Г. Черный // Світ геотехніки : додаток до міжвідомного науково-технічного збірника «Будівельні конструкції». – Київ, 2000. – Вып. 53. – С. 4–9.
2. Семенюк, С. Д. Железобетонные пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно деформируемом основании : монография / С. Д. Семенюк. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2003. – 269 с.
3. Семенюк, С. Д. Теоретические основы расчета железобетонных фундаментов как системы перекрестных балок на неравномерно деформируемом основании / С. Д. Семенюк // Строительство – формирование среды жизнедеятельности. – Москва : МГСУ, 2003. – № 2. – С. 203–215.
4. Статические испытания фрагмента рам-

но-пространственного фундамента, работающего в сложных инженерно-геологических условиях / Л. П. Макаренко [и др.] // Экспериментальные исследования инженерных сооружений : тез. докл. VI Всесоюзной конф. – Новоплоцк, 1986. – С. 34–35.

5. Методика экспериментальных исследований фрагмента пространственно-рамного фундамента, работающего в сложных инженерно-геологических условиях / Н. С. Метелок [и др.] // Строительные конструкции : сб. науч. тр. – Киев : Будівельник, 1986. – Вып. 39. – С. 79–81.

6. Семенюк, С. Д. Исследование работы неоднородно деформируемого основания под рамно-пространственным фундаментом / С. Д. Семенюк // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь : сб. науч. тр. – Минск : Тыздзень, 2000. – С. 233–239.

7. Семенюк, С. Д. Прогнозировании работы и расчет железобетонных пространственно-рамных фундаментов в сложных грунтовых условиях / С. Д. Семенюк // Эффективные строительные материалы, конструкции и технологии : сб. науч. тр. – Минск : Технопринт, 2000. – С. 433–439.

8. Семенюк, С. Д. Пространственные железобетонные фундаменты жилых и гражданских зданий в сложных инженерно-геологических условиях и их расчет / С. Д. Семенюк // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь : сб. науч. тр. – Минск : Технопринт, 2000. – С. 460–470.

9. Семенюк, С. Д. Деформационные воздействия земной поверхности на здания и сооружения и мероприятия по обеспечению их геостойкости / С. Д. Семенюк // Пространственные конструктивные системы зданий и сооружений. Методы расчета, конструирования и технологии возведения : тр. междунар. науч.-техн. конф. – Минск : Стринко, 2002. – Т. 2. – С. 59–66.

10. Жемочкин, Б. Н. Практические методы расчета фундаментных балок и плит на упругом основании / Б. Н. Жемочкин, А. П. Синицин. – М. : Стройиздат, 1984. – 260 с.

11. Дьяконов, В. П. Системы символьной математики. Matematika 2 и Matematika 3 / В. П. Дьяконов. – М. : СК Пресс, 1998. – 328 с.

Белорусско-Российский университет
Материал поступил 26.09.2006

S. D. Semenuk
The concrete spatial foundation
of the apartment and civil buildings
Belarusian-Russian University

The solution of the contact problem for the system of transverse beams on the arbitrary elastic base without an account of torsion is presented in the paper. The offered approach based on the synthesis of B. N. Zhemochkin method and Ritz methods enables to calculate any systems of transverse beams on an arbitrary elastic base. Green function for the system of transverse beams with a restrained for point is constructed. The expression of Green function for the elastic wedge-shaped base is made more definite.