

УДК 624.072.21.7
РАСЧЕТ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ ПОД БАЛОЧНОЙ ПЛИТОЙ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИИ И СЕКУЩЕГО МОДУЛЯ
ДЕФОРМАЦИИ В ЗАКОНЕ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОГО
ДЕФОРМИРОВАНИЯ ОСНОВАНИЯ

О.В. КОЗУНОВА, Е.А. СИГАЙ

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
Гомель, Беларусь

В предлагаемом расчете неоднородное упругое основание моделируется совокупностью упругих слоев (УС) конечной ширины с переменным модулем деформации. Закон нелинейно-упругого деформирования основания описывается зависимостью в виде степенной функции в сравнении с функцией гиперболического тангенса. Модуль деформации упругого основания – секущий. Коэффициент Пуассона каждого слоя принимается постоянным.

Авторами используется вариационно-разностный подход (ВРП) к решению контактных задач нелинейной теории упругости (плоская деформация), который имеет важность практического применения в расчетах балочных плит на упругом основании. ВРП был предложен и получил дальнейшую апробацию в работах Босакова С.В., Козуновой О.В.

Рассматривается балочная плита шириной $2l$ на упругом физически нелинейном слоистом основании под действием произвольной нагрузки. На контакте плиты с упругим основанием возникают только нормальные реактивные давления, силами трения пренебрегаем. Для плиты справедливы гипотезы теории изгиба.

При расчете слоистая упругая среда заменяется прямоугольной расчетной областью. Основание аппроксимируется симметричной разбивочной сеткой с постоянным шагом по осям: Δx , Δy . В результате получено 203 i -тых узловых и 168 j -тых сеточных ячеек.

За неизвестные принимаются: $u_i(x), v_i(y)$ – компоненты вектора перемещения i -той узловой точки основания; $p_y^{(i)}(x, y)$ – реактивные давления в зоне контакта балочной плиты с основанием. Граничные условия задачи: на границах принятой расчетной области перемещения $u = 0, v = 0$; в контактной зоне справедливо равенство осадок основания прогибам плиты.

Требуется определить перемещения, напряжения в упругом основании и его осадки, распределение реактивных давлений в контактной зоне балочной плиты с основанием, внутренние усилия в сечениях плиты.

В силу нелинейности решаемой задачи используется метод упругих решений в области малых упругопластических деформаций, который предполагает итерационный процесс. При каждой итерации модуль

деформации центра j -той сеточной ячейки изменяется, и при вычислениях используется переменный модуль деформации (касательный и *секущий*) в сравнении.

Согласно вариационному принципу Лагранжа, при нагружении плиты на упругом основании статической нагрузкой, ее полная потенциальная энергия в состоянии равновесия принимает минимальное значение. Величина функционала полной потенциальной энергии плиты на упругом основании состоит из трех слагаемых: функционала энергии деформаций упругого основания, функционала энергии деформаций плиты и потенциала работы внешней нагрузки, и определяется формулой $\mathcal{E} = U_f + \Omega_b + \Pi$.

Решение контактной задачи; строится в перемещениях и реализуется методом конечных разностей (МКР), то есть заменой дифференциальных уравнений линейными конечно-разностными соотношениями. Энергия деформаций упругого основания получается суммированием по объему основания энергий деформаций прямоугольных участков для каждой ячейки МКР. Энергия изгиба балочной плиты в контактной зоне с основанием и потенциал работы внешних сил записывается также в конечно-разностном виде. В результате система дифференциальных уравнений заменяется системой линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) порядком $2N$.

Для реализации указанного подхода составлена программа на языке *Mathematica 6.0*, проведена ее числовая апробация для двухслойных оснований, ослабленных местными полостями. В численный счет использовались следующие параметры упругих сред: *1-й слой* (песок средней плотности) – $\sigma_{y1} = 0,2 \text{ МПа}$; $\nu_1 = 0,3$; $E_{01} = 25 \text{ МПа}$; *2-ой слой* (суглинок) – $\sigma_{y2} = 0,25 \text{ МПа}$; $\nu_2 = 0,33$; $E_{02} = 30 \text{ МПа}$; железобетонная плита (бетон марки С25/30) – $E_b = 2,35 \cdot 10^{10} \text{ Па}$.

Из полученных результатов следует, что: итерационный процесс сходится быстрее при расчете осадок с использованием секущего модуля деформации, а при расчете реактивных давлений и внутренних напряжений – с использованием касательного модуля деформации. В связи с этим, при расчете НДС (напряженно-деформированного состояния) контактной зоны системы «плита–основание» следует различать применение секущего и касательного модулей деформации.