УДК 62.83.52

В. А. Селиванов, канд. техн. наук, доц., Ю. В. Селиванова

СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ

Рассмотрены статистические критерии идентификации систем управления электроприводами, необходимые при решении задач самонастройки аналитических систем. Проведена оценка неизвестных параметров на основе обработки контролируемых случайных сигналов. Для повышения точности определения параметров объекта его целесообразно аппроксимировать кривыми более высокого порядка. Показано, что выбор вида аппроксимирующей функции зависит от априорной информации о характере изменения параметров объекта и от возможностей технической реализации устройства идентификации.

В большинстве случаев задача идентификации сводится к оценке неизвестных параметров на основе обработки контролируемых случайных сигналов. В связи с этим можно использовать статистические методы оценки неизвестных параметров и статистические критерии оптимальных оценок. Наиболее распространенными критериями являются: минимум среднего квадрата ошибок и максимум апостериорной вероятности [1]. Для их использования в общем случае необходимо знать истинное распределение ошибок измерения и условные распределения выходных переменных при фиксированных значениях параметров. Значительные трудности использования этих методов возникают при существенной нелинейности исследуемых объектов. Краткая характеристика методов позволяет установить основные направления и помогает в некоторой степени ориентироваться среди значительного многообразия примеров идентификаций.

В настоящее время большинство методов предназначено для идентификации линейных стационарных объектов; недостаточно разработана методика идентификации нестационарных объектов, а также методы параметрической идентификации нелинейных объектов в режиме нормального функционирования. Однако вполне перспективным является применение ортогонального ряда Фурье для аппроксимации нелинейных статистических характеристик электропривода и использование результатов идентификации для анализа и синтеза нелинейных систем электропривода на базе гармонической линеаризации. При учете априорной известной информации есть возможность построить наиболее быстродействующие системы идентификации. Наиболее перспективными являются параметрические методы идентификации. В целях оптимизации системы параметрической идентификации возникает необходимость введения контура адаптации; адаптация должна осуществляться непрерывно в процессе идентификации для увеличения быстродействия при известных статистических характеристиках входного сигнала и помех.

Предположим, что процессы в объекте управления описываются линейными уравнениями, структура которых заранее известна или ею можно задаться

$$\sum_{i=1}^{p} a_i \cdot \frac{d^i y(t)}{dt^i} + y(t) = \sum_{j=0}^{q} b_j \cdot \frac{d^j x(t)}{dt^j},\ p \geq q\,. \quad (1)$$

Контролируемыми входными сигналами являются x(t) и y(t), а численно неизвестными обобщенными параметрами объекта – коэффициенты a_i и b_j. Для определения этих коэффициентов применим метод модулирующих функций [2].

Работа метода заключается в следующем. Две части уравнения (1) умножим на известную, непрерывно дифференцируемую (p – 1) раз функцию $\varphi(t)$, а также проинтегрируем в пределах ($0 \div T$). Интегрируя по частям члены уравнения, содержащие производные от контролируемых сигналов столько раз, чтобы они вышли из-под знака интеграла, получим выражение

$$\sum_{i=1}^{p}(-1)^i \cdot a^i \cdot \int_0^T y(t)\cdot\frac{d^i\varphi}{dt^i}\cdot dt+\sum_{z=0}^{i=1}(-1)^z \times$$

$$\times\left[\frac{d^z\varphi}{dt^z}\cdot\frac{d^{i-z-1}y(t)}{dt^{i-z-1}}\right]_0^T+\int_0^T y(t)\cdot\varphi(t)dt=$$

$$=\sum_{j=0}^{q}(-1)^j\cdot b_j\cdot\int_0^T x(t)\cdot\frac{d^j\varphi}{d\varphi^j}dt+$$

$$+\sum_{j=1}^{q} b_j\cdot\sum_{\lambda=0}^{j=1}(-)^{\lambda}\cdot\left[\frac{d^{\lambda}\varphi}{dt^{\lambda}}\cdot\frac{d^{\,j-\lambda-1}x(t)}{dt^{\,j-\lambda-1}}\right]_0^T. \quad (2)$$

Если $\varphi(t)$ и (p – 1) ее первых производных обращаются в нуль на концах интервала $0 \div T$, то уравнение приводится к виду

$$\sum_{i=1}^{p}(-1)^i\cdot a_i+\int_0^T y(t)\cdot\frac{d^i\varphi}{dt^i}dt+$$

$$+\int_0^T y(t)\cdot\varphi(t)dt=\sum_{j=\infty}^{q}(-1)^j\times$$

$$\times b_j\cdot\int_0^T x(t)\cdot\frac{d^i\varphi}{dt^j}dt.$$

Полученное уравнение может рассматриваться как алгебраическое относительно неизвестных параметров объекта a_i и b_j с коэффициентами

$$C_i=(-1)^i\cdot\int_0^T y(t)\cdot\varphi^{(i)}(t)dt; \quad (3)$$

$$U_j=(-1)^j\cdot\int_0^T x(t)\cdot\varphi^{(j)}(t)dt. \quad (4)$$

Порядок определения этих параметров следующий.

1. Контролируемые сигналы объекта, обработанные модулирующей функцией и ее производными, интегрируются на участке $0 \div T$.

2. Полученная система уравнений решается относительно a_i и b_j.

Однако имеются и существенные недостатки данного метода.

1. Невозможно осуществить непрерывный контроль параметров объекта, так как за время цикла, который больше участка $0 \div T$, a_i и b_j имеют лишь одно значение параметров, а новые значения получают в следующем цикле и т. д.

2. Значительно усложняется техническая реализация метода за счет непрерывного умножения сигналов объекта на (p + q + 1) модулирующие функции и их производные.

3. Необходимы значительные средства вычислительной техники для непосредственного решения получаемых уравнений.

Эти недостатки значительно сужают область применения метода. Для общего случая необходимо ввести в рассмотрение двумерные скользящие модулирующие функции $\Phi(t,\tau)$, частные производные по τ которых и сами функции $\Phi(t,\tau)$ удовлетворяют условию

$$\left[\Phi_{\tau}^{(i)}(t,\tau)\right]_{t=t-T}=\left[\Phi_{\tau}^{(i)}(t,\tau)\right]_{\tau=t}=0,$$

$$i=0,1,2\ldots,(p-1) \quad (5)$$

и непрерывны внутри и на концах интервала Т, памяти устройства идентификации. Теперь левую и правую части уравнения (1) умножим на модулирующую функцию $\Phi(t,\tau)$ и почленно проинтегрируем в пределах от $t-T$ до t.

$$\sum_{i=1}^{p}a_i\cdot\int_{t-T}^{t}y^{(i)}(\tau)\cdot\Phi(t,\tau)d\tau+$$

$$+\int_{t-T}^{t}y(\tau)\cdot\Phi(t,\tau)d\tau=$$

$$=\sum_{j=0}^{q}b_j\cdot\int_{t-T}^{t}x^{(j)}(\tau)\cdot\Phi(t,\tau)d\tau. \quad (6)$$

Интегрируем по частям члены уравнения (6), содержащие производные от контролируемых сигналов, до тех пор, пока эти производные не выйдут за знак интеграла. После преобразований и группировки получим

$$\sum_{i=1}^{p}(-1)^i \cdot a_i \cdot \int_{t-T}^{t} y(\tau)\cdot \Phi_\tau^{(i)}(t,\tau)d\tau +$$

$$+\int_{t-T}^{t} y(\tau)\cdot \Phi(t,\tau)d\tau + \sum_{i=1}^{p} a_i \cdot \sum_{z=0}^{i=1}(-1)^z \times$$

$$\times\left[y^{(i-z-1)}(\tau)\cdot \Phi_\tau^{(z)}(t,\tau)\right]_{t-T}^{t} =$$

$$= \sum_{j=0}^{q} b_j \cdot \int_{t-T}^{t} x(\tau)\cdot \Phi_\tau^{j}(t,\tau)d\tau +$$

$$+\sum_{j=1}^{q} b_j \cdot \sum_{\lambda=0}^{j-1}(-1)^\lambda \cdot \left[x^{(j-\lambda-1)}(\tau)\cdot \Phi_\tau^{(\lambda)}(t,\tau)\right]_{t-T}^{t}. \quad (7)$$

Учитывая условие (5), видно, что члены подстановки равны нулю и уравнение (7) упростится:

$$\sum_{i=1}^{p} a_i \cdot C_i(t) + C_0(t) = \sum_{j=0}^{q} b_j \cdot U_j(t), \quad (8)$$

где

$$C_i(t) = (-1)^i \cdot \int_{t-T}^{t} y(\tau)\cdot \Phi_\tau^{(i)}(t,\tau)d\tau; \quad (9)$$

$$C_0(t) = \int_{t-T}^{t} y(\tau)\cdot \Phi(t,\tau)d\tau; \quad (10)$$

$$U_j(t) = (-1)^j \cdot \int_{t-T}^{t} x(\tau)\cdot \Phi_\tau^{(j)}(t,\tau)d\tau. \quad (11)$$

При известных $C_i(t), C_0(t)$ и $U_j(t)$ уравнение (8) можно рассматривать как нестационарное алгебраическое уравнение относительно параметров объекта a_i и b_j. Для решения его относительно этих параметров необходимо иметь систему из (p + q + 1) различных скользящих модулирующих функций, или запись уравнения типа (8) для (p + q + 1) различных точек времени. Задачу определения параметров объекта можно выполнить в два этапа:

– с помощью модулирующих функций сформировать системы линейных алгебраических уравнений;

– с целью определения параметров объекта решить полученные системы алгебраических уравнений.

Выражения (9)–(11) сравним с выражением определения реакции линейной системы на произвольное возмущение. Они будут аналогичны, если дополнительно положить на модулирующие функции и их производные условия существования только на отрезке от (t – T) до t.

$$\Phi_\tau^{(i)}(t,\tau) = 0 \text{ при } t \le \tau \le t-T;$$

$$\Phi_\tau^{(i)}(t,\tau) \text{ при } t > \tau > t-T. \quad (12)$$

Значит для непрерывного формирования коэффициентов достаточно входной и выходной сигналы исследуемого объекта пропустить через набор линейных фильтров с временем памяти T, для которых выражения импульсных переходных функций совпадают с выражениями для соответствующих модулирующих функций и их производных. Необходимо учитывать также начальные условия объекта и фильтров только в первые моменты времени после подключения фильтров.

Скользящая модулирующая функция $\Phi(t,\tau)$ при синтезе систем идентификации может выбираться из класса стационарных и нестационарных. При нестационарных скользящих модулирующих функциях система идентификации более гибка, однако значительно усложняется техническая реализация. Простота практической реализации с применением стационарных модулирующих функций прослеживается в тождественности понятий модулирующей и импульсной переходных функциях. Реализация метода скользящих модулирующих функций может осуществляться как на дискретных элементах, так и на типовых аналоговых блоках.

При стационарных модулирующих функциях $\Phi(t,\tau)$ справедливы выражения

$$C_i(t) = \frac{dC_{i-1}(t)}{dt}; \quad (13)$$

$$U_j(t) = \frac{dU_{j-1}(t)}{dt}, \qquad (14)$$

и, применяя методы математического моделирования дифференциальных уравнений путем понижения порядка производной, можно синтезировать блоки формирования коэффициентов алгебраических уравнений в виде ряда последовательно включенных интеграторов с промежуточными обратными связями.

На контролируемые сигналы объекта накладываются помехи, источники которых имеются как в самом объекте, так и в каналах измерительных приборов. Присутствие неконтролируемых помех и конечность времени опознавания приводят сформированное уравнение в некоторой степени к неопределенному. Оценка идентифицируемого параметра тем лучше, чем меньше ее рассеивание относительно оцениваемой величины. В качестве меры рассеивания принимаются дисперсия отклонения оценки. Варьируя интервалом опознавания T и видом модулирующей функции, величиной дисперсии оценок параметров, вызванной помехой n(t), можно пренебречь (или довести ее до $\varepsilon(t)$ малости), что приемлемо для инженерной практики.

Следовательно, для определения параметров объекта с заданной структурой применим метод скользящих модулирующих функций. Анализируя характеристики существенно нелинейных объектов, необходимо делать упрощающие допущения, без которых исследование становится слишком сложным или невозможным. Распространение получило представление нелинейного объекта в виде системы из последовательно включенных линейных и нелинейных звеньев. Предполагается, что нелинейное звено по своим свойствам подобно усилительному звену с нелинейной статической характеристикой (т. е. переходные процессы в нем отсутствуют).

Для анализа и синтеза нелинейных систем с аналитическими нелинейными зависимостями применяются функциональные ряды Вольтерры. При нелинейных зависимостях, заданных не аналитически (в системе имеется зазор, гистерезис, зона нечувствительности, насыщение), можно применять ортогональное разложение нелинейных функционалов [3], а также другие подходы.

Как было показано выше, эффективным методом определения динамических характеристик линейных объектов является метод модулирующих функций. Этот метод вполне может быть применен к нелинейным объектам [4]. Необходимо заметить, что в отличие от линейных систем для экспериментального определения неизвестных коэффициентов целесообразно применять последовательный способ формирования систем алгебраических уравнений. Это определяется значительным увеличением объема элементов при практической реализации. Кроме того, практически трудно сформировать систему алгебраических уравнений с неособенной матрицей и расширенным вектором неизвестных на одном интервале интегрирования T. Решение системы алгебраических уравнений относительно неизвестных коэффициентов необходимо осуществлять с применением ЭВМ и используя метод наименьших квадратов или эквивалентный метод нормальных уравнений Гаусса.

Для систем электропривода контроль промежуточных координат легко осуществим, поэтому целесообразно задачу идентификации с учетом нелинейностей решать по частям. Вначале осуществляется экспериментальное определение параметров отдельных звеньев; затем составление полной динамической модели и окончательной проверки идентичности модели и объекта. При решении задач идентификации сложных нелинейных систем электропривода в реальном масштабе времени без записи на промежуточный носитель реализацию целесообразно осуществлять на цифроаналоговых комплексах.

Более жесткие требования по быстродействию предъявляются к устройствам идентификации при построении самонастраивающихся систем электропривода или отдельных регуляторов. В частном случае, определив предварительно вид статической нелинейности и используя функциональные нелинейные блоки, необходимо ввести коррекцию в линеаризованную модель, значительно упростив задачу идентификации.

Еще одним из подходов при решении задач идентификации при построении СНС существенно нелинейных объектов является представление объекта моделью с нестационарными коэффициентами.

Большой класс САУ нестационарными объектами можно описать линейными дифференциальными уравнениями вида:

$$\sum_{i=1}^{p} a_i(t) \cdot \frac{d^i y(t)}{dt^i} + y(t) = = \sum_{j=0}^{q} b_j(t) \cdot \frac{d^j x(t)}{dt^j}, \qquad p \geq q, \quad (15)$$

где $y(t)$, $x(t)$ – выходной и входной сигналы объекта; $a_i(t), b_j(t)$ – переменные коэффициенты математической модели объекта; осложняются трудностью получения информации о текущих значениях изменяющихся во времени параметрах объекта.

Такие обстоятельства, как: изменение параметров систем электропривода в процессе функционирования (изменение коэффициентов усиления усилителей, изменение электромагнитной и электромеханической постоянной и т. п.); линеаризация исходных нелинейных уравнений систем электропривода или другие менее строгие виды идеализации этих уравнений приводят к необходимости исследования уравнения типа (15).

При определенных условиях метод скользящих модулирующих функций, предназначенный для нахождения текущих значений параметров квазистационарных объектов, может быть распространен на нестационарные объекты. Применяя эту методику к уравнению (15), получим

$$\sum_{i=1}^{p} \int_{t-T}^{t} a_i(\tau) \cdot \frac{d^i y(\tau)}{d\tau^i} \cdot \Phi(t,\tau) d\tau + \int_{t-T}^{t} y(\tau) \cdot \Phi(t,\tau) d\tau = = \sum_{j=0}^{q} \int_{t-T}^{t} b_j(\tau) \cdot \frac{d^j x(\tau)}{d\tau^j} \cdot \Phi(t,\tau) d\tau, \quad (16)$$

С увеличением интервала наблюдения будет нарушаться условие квазистационарности параметров на рассматриваемом интервале, т. е. будет ухудшаться достоверность получаемых результатов. Она может быть повышена, если на интервалах наблюдения $0 \div T$ закон изменения параметров объекта можно аппроксимировать линейными выражениями

$$a_i(\tau) = a_i(t) + v_i(t) \cdot (\tau - t); \quad (17)$$

$$b_j(\tau) = b_j(t) + v_j(t) \cdot (\tau - t), \quad (18)$$

где $a_i(t), b_j(t)$ – значения параметров в конце интервала опознавания; $v_i(t), v_j(t)$ – осредненные на интервале $t - (T \div t)$ скорости изменения параметров; то уравнение (16) можно преобразовать к следующему виду:

$$\sum_{i=1}^{p} (-1)^{i+\lambda} \cdot \left[a_i(t) \cdot \int_{t-T}^{t} y(\tau) \times \times \frac{\partial^{i+\lambda} \Phi(t,\tau)}{\partial^{i+\lambda}} d\tau + v_i(t) \times \times \int_{t-T}^{t} y(\tau) \cdot F_{i+\lambda}(t,\tau) d\tau \right] + +(-1)^{\lambda} \cdot \int_{t-T}^{t} y(\tau) \cdot \frac{\partial^{\lambda} \cdot \Phi(t,\tau)}{\partial \tau^{\lambda}} d\tau = = \sum (-1)^{j+\lambda} \cdot \left[b_j(t) \cdot \int_{t-T}^{t} x(\tau) \times \times \frac{\partial^{j+\lambda} \cdot \Phi(t,\tau)}{\partial \tau^{j+\lambda}} d\tau + v_j(t) \times \times \int_{t-T}^{t} x(\tau) \cdot F_{j+\lambda}(t,\tau) d\tau \right], \quad (19)$$

где

$$F_{j+\lambda}(t,\tau)=(\tau-t)\cdot\frac{\partial^{j+\lambda}\Phi(t,\tau)}{\partial\tau^{j+\lambda}}+$$

$$+(j+\lambda)\cdot\frac{\partial^{j+\lambda-1}\Phi(t,\tau)}{\partial\tau^{j+\lambda-1}}d\tau; \qquad (20)$$

$$F_{i+\lambda}(t,\tau)=(\tau-t)\cdot\frac{\partial^{i+\lambda}\Phi(t,\tau)}{\partial\tau^{i+\lambda}}+$$

$$+(i+\lambda)\cdot\frac{\partial^{i+\lambda-1}\Phi(t,\tau)}{\partial\tau^{i+\lambda-1}}; \qquad (21)$$

где λ – равна числу неизвестных параметров ($\lambda=1,2,3,\ldots,2p+2q+1$). Причем скользящая модулирующая функция $\Phi(t,\tau)$ и ее производные до $(2p+2q-1)$-го порядка при $\tau\geq t$ и $\tau\leq t-T$ равны нулю. В качестве модулирующей функции можно принять функцию вида

$$\Phi(t,\tau)=Z(t,\tau)\cdot\sin^{\alpha}\left(\frac{t,\tau}{\varpi^{-1}}\right),$$
$$\alpha\geq 2p+q+1, \qquad (22)$$

где $Z(t,\tau)$ – функция непрерывная внутри интервала $t\geq\tau\geq t-T$ и равная нулю вне его; ϖ – круговая частота.

Система неоднородных уравнений (19) эквивалентна матричному уравнению

$$A\cdot x=B. \qquad (23)$$

Здесь неизвестные x_k можно рассматривать как координаты неизвестного вектора, для которого преобразование (8) дает вектор с координатами b_i. Элементы квадратной матрицы А находятся по формулам:

$$C_{\lambda i}(t)=(-1)^{i+\lambda}\cdot\int_{t-T}^{t}y(\tau)\cdot\frac{\partial^{i+\lambda}\Phi(t,\tau)}{\partial\tau^{i+\lambda}}d\tau; \quad (24)$$

$$C_{\lambda iv}(t)=(-1)^{j+\lambda}\cdot\int_{t-T}^{t}y(\tau)\cdot F_{i\lambda}(t,\tau)d\tau; \qquad (25)$$

$$U_{\lambda j}(t)=(-1)^{j+\lambda}\cdot\int_{t-T}^{t}x(\tau)\cdot\frac{\partial^{j+\lambda}\Phi(t,\tau)}{\partial\tau^{j+\lambda}}d\tau; (26)$$

$$U_{j\lambda v}=(-1)^{j+\lambda}\cdot\int_{t-T}^{t}x(\tau)\cdot F_{j\lambda}(t,\tau)d\tau, \qquad (27)$$

где λ – номер строки матрицы А.

Производя непрерывное решение системы (26), получаем текущие значения параметров объекта и среднюю скорость изменения этих параметров на интервале опознавания. Последнее позволяет прогнозировать с той или иной точностью величину параметров в следующие за моментом опознавания промежутки времени.

При линейном законе изменения параметров объекта данный метод теоретически позволяет получить точные результаты. Если параметры объекта меняются на интервале T не по линейному закону, то при идентификации возникают погрешности, обусловленные неточностью аппроксимации линейным отрезком закона изменения параметров. Для повышения точности определения параметров объекта можно аппроксимировать кривыми более высокого порядка. Выбор вида аппроксимирующей функции зависит от априорной информации о характере изменения параметров объекта и от возможностей технической реализации устройства идентификации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Бесекерский, В. А.** Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Профессия, 2003. – 752 с.

2. **Юсунов, Р. М.** Элементы теории идентификации динамических объектов / Р. М. Юсунов. – М. : Министерстово обороны СССР, 1974. – 202 с.

3. **Дехтяренко, П. И.** Определение характеристик звеньев систем автоматического регулирования / П. И. Дехтяренко. – М. : Энергия, 1973. – 250 с.

4. **Козлов, Ю. М.** Беспоисковые самонастраивающиеся системы / Ю. М. Козлов. – М. : Наука, 1969. – 215 с.

Белорусско-Российский университет
Государственный политехнический колледж
Материал поступил 22.10.2007

V. A. Selivanov, J. V. Selivanova
Statistical criteria of electrical drive system controlling identification
Belarusian-Russian University
State Politechnical College

Statistical criteria of electrical drive system controlling identification essential for solving tasks of analytical system self tuning have been examined. Estimation of unknown parameters based on the procession of accidental controlling signals have been held. In order to raise accuracy of object's parameters determination, it is worth while to approximate the object with curves of a higher degree. It is shown that approximative function choice depends on aprior information about character of object's parameters changing and on technical realization of identification device.