

Н.И. ЦУПРЕВ

Государственное учреждение высшего профессионального образования
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Могилев, Беларусь

Известно, что при отсутствии математического описания закона изменения некоторого набора данных для их анализа осуществляется переход из плоскости "отсчет – время" в плоскость "отсчет – частота" с помощью преобразования Фурье.

Любую последовательность данных во времени $X(t)$ можно представить в виде выражения:

$$X(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n (a_i \cdot \cos 2\pi f_0 i t + j b_i \cdot \sin 2\pi f_0 i t),$$

где : $f_0 = 1/T_0$; T_0 – период анализа.

В этом случае имеет место преобразование $X(t) \Leftrightarrow X(f)$.

Дифференцирование сигнала нормализует его относительно оси времени путем подавления постоянной составляющей.

В общем виде операцию дифференцирования можно представить следующим образом:

$$\frac{d^n X(t)}{dt^n} = (j2\pi f)^n \cdot X(f).$$

Дифференцирование сигнала по времени предполагает изменение его спектра таким образом, что происходит как бы проявление некоторых составляющих, характерных только для данного сигнала.

Однако известно, что численное дифференцирование зашумленного сигнала является некорректно поставленной задачей. Это означает, что нарушается одно из трех условий корректности, а именно, сколь угодно малые погрешности в регистрации сигнала могут приводить к сколь угодно большим отклонениям в результате дифференцирования, что приведет к невозможности выделения основных признаков на фоне помех.

Так же, в математическом плане, некорректно поставленной задачей является аппроксимация анализируемого сигнала рядом, в общем случае, не ортогональных функций.

Из изложенного выше следует, что алгоритмы численного дифференцирования и аппроксимация сигнала произвольной системой

функций должны выбираться с учетом свойств анализируемых сигналов и целей обработки.

В случае обработки сильно зашумленных сигналов численное дифференцирование основано на аппроксимации дифференцируемого сигнала многочленом наилучшего среднеквадратичного приближения.

Пусть $X(t)$ – исходный сигнал равномерно дискретизирован по времени с шагом Δt :

$$t_k = t_0 + k \cdot \Delta t, k = 1, 2, 3, \dots$$

Тогда, многоточечная первая производная имеет вид:

$$X'(t_k) = \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{3}{m(m+1)(2m+1)} \sum_{i=-m}^m i \cdot X(t_{k+i}),$$

где $2m+1$ – количество отсчетов сигнала, требующихся для вычисления его производной в заданной точке t_k .