

## ФИЗИКА

УДК 535.225+621.378

*И. И. Маковецкий, Е. В. Тимошенко, Ю. В. Юревич*

### АВТОКОЛЕБАНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРИ РЕЗОНАНСНОМ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ИНВЕРТИРОВАННЫМ ТОНКИМ СЛОЕМ

UDC 535.225+621.378

*I. I. Makovetskii, E. V. Timoschenko, Yu. V. Yurevich*

### SELF-OSCILLATIONS OF INTENSITY AT RESONANT REFLECTION OF LIGHT BY AN INVERTED THIN LAYER

#### Аннотация

На основе численного моделирования и качественного анализа устойчивости равновесных состояний кинетической модели, образованной оптическими уравнениями Максвелла–Блоха, предсказывается возможность амплитудной автомодуляции резонансного излучения при отражении планарным приповерхностным слоем инвертированной среды с относительно высокой плотностью активных центров. В качестве модельных параметров использованы материальные характеристики полупроводниковых квантоворазмерных структур в спектральной области экситонного резонанса.

#### Ключевые слова:

плотная резонансная среда, диполь-дипольное взаимодействие, оптическая бистабильность, самопульсации излучения, генерация при отражении.

#### Abstract

Based on numerical modeling and qualitative analysis of the stability of equilibrium states of the kinetic model formed by the optical Maxwell–Bloch equations, the possibility of amplitude self-modulation of lasing radiation is predicted under the condition of resonant reflection by a planar subsurface layer of the inverted medium with a relatively high density of active centers. The material characteristics of semiconductor quantum-size structures in the spectral region of exciton resonance are used as model parameters.

#### Keywords:

dense resonant medium, dipole-dipole interaction, optical bistability, self-sustained pulsations, lasing on reflection.

#### Введение

Оптические структуры из особо тонких плёнок на основе сред с нелинейным откликом в частотной области оптического резонанса представляют собой пример простейшей физической системы, допускающей модельное рассмотрение при изучении динамики энергообмена светового электромагнитного

поля со слоями активного вещества. В рамках моделей их взаимодействия изучаются оптическая бистабильность и самопульсации света, генерация и преобразование структуры когерентного излучения, вплоть до возникновения в ней динамического хаоса [1–5]. Практический интерес к подобным объектам стимулирован возможностями их применения в компактных устройствах опто-



электроники [6].

Усиление или генерация света при отражении инверсным слоем или тонкой приповерхностной плёнкой с инверсией заселённости остаётся насущной проблемой, хотя исследователи обращались к ней в разное время [7, 8]. Предсказывалось, в частности, что при полном отражении от инвертированной среды отражённый световой поток может усиливаться. Возможность его амплитудной модуляции вследствие нелинейности, сопровождающей подобное взаимодействие светового поля с активной средой, не рассматривалась, справедливо считалось, что известная нелинейность отклика среды, обусловленная температурным действием излучения, характеризуется высокой инерционностью. В настоящее время интенсивно разрабатываются искусственные электромагнитные композитные среды с оптическими свойствами, отсутствующими у составляющих их исходных природных материалов. Эти заранее неочевидные оптические свойства обусловлены субволновым размером элементарных дипольных излучателей при их плотной упаковке в среде и резонансным характером их реакции на внешнее световое поле. Нелинейность отклика среды, проявляющаяся на частоте резонанса, особенно значительна в интенсивно изучаемых в последнее время полупроводниковых структурах с квантоворазмерными эффектами [9, 10]. Именно их относят к вышеупоминаемым композитным материалам с высокой плотностью активных центров. В экситонной области спектра вероятность вынужденных переходов и резонансной реакции на когерентное световое поле там особо велика [11] – настолько, что эти материалы обычно приводят как пример плотных резонансных сред с присущим им практически безынерционным свойством фазовой нелинейности, которое выражается в частотном дрейфе резонансной спектральной линии, обусловленном взаимным влиянием ближних полей диполей [12]. Плотная упаковка

дипольных излучателей в матрице такого оптического материала делает невозможным непосредственное использование математических подходов, развитых для расчётов линейных эффектов испускания или многократного рассеяния классических волновых полей.

Между тем задача об усилении света с трансформацией временной структуры при его отражении инверсной средой может быть решена применением представления о приповерхностном слое с резонансной поляризацией. В случае особо тонкого слоя в отражённом и действующем внутри слоя на инвертированный ансамбль атомных диполей излучении значительны поляризационные составляющие светового поля. Нелинейные составляющие обусловлены так называемыми сверхизлучательными компонентами реакции среды на резонансное излучение, рассчитываемыми в рамках квантовомеханических уравнений двухуровневой матрицы плотности [13]. Этими компонентами учтены насыщение усиления и стимулированная высокой концентрацией активных дипольных центров типичная для плотных сред фазовая нелинейность отклика среды [3, 14, 15]. Действие обоих факторов нелинейности отклика способно обусловить временную неустойчивость усиленного при резонансном отражении приповерхностным слоем первоначально непрерывного излучения накачки и оказывается причиной его модуляции.

Проведен анализ динамических следствий обусловленного влиянием ближних полей на поляризуемость активных центров смещения спектральной линии усиления для резонансного отражения инвертированного тонкого слоя плотной оптической среды. Решение задачи преобразования временной структуры и получения в этих условиях режима автоколебаний отражённого светового поля представляет важность для разработки генерирующих когерентное излучение компактных оптических устройств.



## Исходные уравнения

Для анализа динамики плосковолнового поля в оптических структурах пониженной размерности удобно и приемлемо приближение сверхтонкого слоя резонансных атомов с присущим ему допущением продольно-однородного поля [13]. Связь полей представлена в форме алгебраических соотношений, вытекающих из электродинамических условий для уравнений Максвелла. Рассматриваются падающая извне волна поля накачки со стационарной напряжённостью  $E_i(t) = E_0$ , прошедшая волна комплексного действующего в среде продольно-однородного поля с напряжённостью  $E(t)$  и отражённая волна с напряжённостью  $E_r(t)$ . Динамика действующего и отражённого полей определяется нестационарными резонансными вариациями нелинейного отклика взаимодействующей с излучением среды слоя. Материальный отклик описывается комплексной амплитудой вероятности поляризованности  $\rho$  и переменным усилением  $n$  аналогично подходу, предложенному в [16]. Изменение во времени резонансных составляющих материального отклика анализируется в рамках формализма оптических квантовых уравнений Блоха для ансамбля двухуровневых дипольных частиц со средней величиной электрического момента  $\mu$ . Поэтому расчётная схема образует систему нелинейных дифференциальных уравнений, и в случае стационарного (квазинепрерывного) внешнего поля  $E_i(t) = E_0$  система автономна.

В нижеприведенной и используемой далее для расчётов модификации системы кинетических уравнений квазистационарные напряжённости световых полей  $E$  и  $E_r$ , а также  $E_0$  в нормированном времени  $\tau = t/T_2$  масштабируются как безразмерные переменные (например,  $e = \mu T_2 E / \hbar$ ):

$$\frac{dR}{d\tau} = n\mathbf{e}_0 + (n-1)R - (\Delta\omega - \gamma n)S;$$

$$\frac{dS}{d\tau} = (\Delta\omega - \gamma n)R + (n-1)S;$$

$$\frac{dn}{d\tau} = \frac{\kappa - n}{\tau_{12}} - \kappa^2 \mathbf{e}_0 R - \kappa^2 (R^2 + S^2);$$

$$\mathbf{e}_r(\tau) = -r\mathbf{e}_0 + \rho; R^2 + S^2 \leq 1;$$

$$-1 < n \leq \kappa, \quad (1)$$

где  $R$ ,  $S$  и  $n$  – переменные резонансной поляризованности и усиления,  $R = \text{Rep}$ ;  $S = \text{Imp}$ ;  $\Delta\omega$  – линейная отстройка несущей частоты светового поля  $\omega$  от центра спектральной линии усиления  $\omega_0$ , нормированная по ширине линии,  $\Delta\omega = (\omega - \omega_0)T_2$ ;  $\gamma$  – нормирующий коэффициент в локальной поправке Лоренца к действующему полю (в основном определяемый соотношением длины волны и толщины плёнки);  $\kappa$  – показатель усиления инверсного слоя, максимальный при данном уровне накачки;  $r$  – амплитудный коэффициент отражения слоя;  $\tau_{12}$  – отношение времён продольной  $T_1$  и поперечной  $T_2$  релаксации перехода,  $\tau_{12} = T_1/T_2$ .

Система (1) в приближении однородного поля характеризует энергообмен входного поля и квантовой системы образующих приповерхностный слой частиц среды с учётом конечности времени фазовой (поперечной) релаксации резонансной поляризованности. Учитывается влияние накачки, стимулирующей инверсию и определяющей её обратимость при неизбежном насыщении в процессе вынужденного излучения. Особо характерно рассмотрение в схеме (1) присущего плотным резонансным средам диполь-дипольного взаимодействия, выражаемого локальной лоренцевой поправкой к полю, действующему на дипольные активные центры. Частотная отстройка в уравнении для поляризованности выражается суммой дефекта частоты  $\Delta\omega$  и лоренцевой поправки с коэффициентом  $\gamma$ , величина которой может из-



меняться по мере насыщения инверсной заселённости. Зависящая по этой причине от интенсивности поля излучения нелинейная отстройка резонанса как периодическое нарушение резонансного условия усиления неизбежно становится фактором обратной связи в схеме генерации в среде инверсного тонкого слоя и может обусловить автомодуляционную динамику процесса.

В рамках изучения динамики нелинейного отклика среды, порождающей временные вариации действующего на активные центры поля, на основе системы (1) далее решается задача моделирования нестационарного режима взаимодействия, который способен привести к возникновению автоколебаний в отражённом излучении.

### ***Свойства стационарных решений***

Нетривиальные стационарные решения, определяемые из сингулярных пределов (1), нелинейно зависят от амплитуды  $e_0$  и характеризуют равновесные состояния модели. Формулировка условий их динамической устойчивости или неустойчивости означает оценку возможности осцилляторного поведения отражённого поля в той физической ситуации, когда внешний сигнал представляет собой прямоугольный выброс поля. Следует также предположить, что время воздействия такого светового импульса с амплитудой  $e_i(\tau) = e_0$  должно быть сравнимым или превышать времена релаксации  $T_1$  и  $T_2$ .

Согласно сказанному, стационарные решения (1)  $\rho_s$ ,  $n_s$ , соответствующие определённому уровню непрерывного возбуждения  $e_0$ , могут быть выражены из следующих алгебраических выражений:

$$\rho_s = - \frac{n_s - 1 - i(\Delta\omega - \gamma n_s)}{(n_s - 1)^2 + (\Delta\omega - \gamma n_s)^2} n_s e_0;$$

$$\frac{\kappa - n_s}{\tau_{12} n_s} = \frac{\kappa^2 e_0^2}{(n_s - 1)^2 + (\Delta\omega - \gamma n_s)^2}. \quad (2)$$

Соотношения (2) представляют систему нелинейных алгебраических уравнений относительно  $R_s = \operatorname{Re} \rho_s$ ,  $S_s = \operatorname{Im} \rho_s$  и  $n_s$ . Зависимость этих величин от коэффициентов и параметров системы (1) относительно просто вычисляется применением параметрического расчёта. При построении нелинейных зависимостей от уровня нормированной интенсивности  $e_0^2$  изменение одной из таких переменных, например  $n_s$ , удобно задать как линейно снижающейся в пределах  $(\kappa, 0)$  переменной величиной.

Представленные расчёты и моделирование проведены для взятого из [9–11] набора параметров, который характерен для используемых в оптике и лазерной физике полупроводниковых структур с кванторазмерными эффектами при возбуждении излучением в спектральной области экситонного резонанса. Масштаб явлений и величины коэффициентов (1) в основном определялись значениями параметров из диапазона  $\mu \sim (4\dots 8) \cdot 10^{-29}$  Кл·м,  $T_1 \approx 1 \cdot 10^{-9}$  с,  $T_2 \approx 1 \cdot 10^{-12}$  с; интенсивность внешнего излучения могла достигать величины примерно  $2,5 \cdot 10^5$  Вт/м<sup>2</sup> на длинах волн из диапазона  $\lambda \sim (1,25\dots 1,3) \cdot 10^{-6}$  м; величина линейной отстройки  $\Delta\omega$  была в пределах ширины линии.

На рис. 1 приведены параметрически рассчитанные на основе соотношений (2) кривые, которыми для разных параметров системы (1) характеризуется изменение величин  $\rho_s$ ,  $n_s$  в зависимости от уровня возбуждения  $e_0^2$  – нормированной интенсивности внешнего поля. Отмечается особо нелинейный характер этих зависимостей – в определённом диапазоне изменения  $e_0^2$  имеет место неоднозначность функций  $n_s(e_0^2)$  и  $|\rho_s(e_0^2)|^2$ . В таком случае говорят о бистабильности состояний – значениям  $e_0^2$  из данного диапазона отвечают три значения функций, из них два соответствуют реализуемым равновесным состояниям модели, т. е. при одном и том же уровне возбуждения возможно существование



двух различных наборов стационарных значений переменных.

Бистабильность представляет особое проявление нелинейной связи переменных и параметров. Нелинейность тогда обусловлена несколькими связанными физическими механизмами, действующими одновременно. Эти механизмы способны в той или иной мере компенсировать или усиливать роль один другого в ходе процесса в зависимости от этапа процесса взаимодействия поля со

средой и сочетания параметров нелинейной системы. Бистабильность должна проявляться в области единственности разных факторов изменения динамики системы и при условии их различной инерционности. В рассматриваемом случае изменение усиления происходит за счёт его насыщения полем вынужденного излучения и отстройки резонанса, зависящей от разности населённостей, которая снижается по мере приближения к состоянию насыщения.

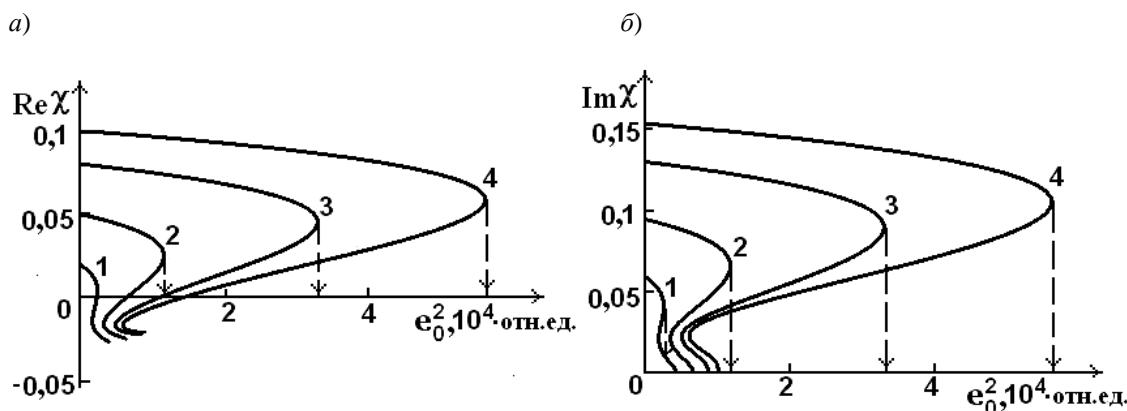


Рис. 1. Бистабильные зависимости стационарных решений системы (1) от параметра нормированной интенсивности внешнего излучения:  $\kappa = 1,02$  (кривая 1),  $1,05$  (2),  $1,08$  (3),  $1,10$  (4);  $\gamma = 1,17$ ,  $\Delta\omega = 1,0$ ,  $\tau_{12} = 1,0 \cdot 10^3$

Переход от одного набора стационарных значений переменных к другому происходит в точках поворота кривых. При циклическом изменении уровня возбуждения в окрестности этих точек проявляется гистерезисный ход зависимости с резкими скачками (обычно именуемыми «кинками») в данных точках. На фрагментах рис. 1 такие переходы указаны вертикальными пунктирными линиями только для кривых 4.

Подобный гистерезисный характер связи характеристик состояния с параметрами возбуждения предполагает возможность резкого переключения состояний в точках поворота кривых. Динамическая модель в этом случае внутренне неустойчива с возможностью развития автоколебаний при постоянном

уровне возбуждения. Вариантами расчёта на рис. 1 демонстрируется критичность ширины петли гистерезиса (расстояния между точками поворота) по отношению к максимально достижимому уровню усиления  $\kappa$ , соответственно, при высоких уровнях усиления следствия неустойчивости ожидаются более масштабными – вплоть до образования автоколебаний переменных.

### **Оценка динамической устойчивости равновесных состояний модели**

Качественное изучение устойчивости решений (1) вблизи равновесных состояний (2) дает возможность оценить характер их стабильности, определить область неустойчивости решений и указать зону параметров, в которой процесс



перехода к положению равновесия принимает форму осцилляций. Процедура линеаризации системы (1) сводится к замене переменных, используя их представление в виде:  $R(\tau) = R_S + \Delta R(\tau)$ ;  $S(\tau) = S_S + \Delta S(\tau)$ ;  $n(\tau) = n_S + \Delta n(\tau)$  при

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \Delta R &= (n_S - 1) \Delta R - (\Delta\omega - \gamma n_S) \Delta S - [n_S - 1 - \Delta\omega (\Delta\omega - \gamma n_S)] \frac{e_0}{X} \Delta n; \\ \frac{d}{d\tau} \Delta S &= (\Delta\omega - \gamma n_S) \Delta R + (n_S - 1) \Delta S + (\Delta\omega - \gamma) \frac{n_S e_0}{X} \Delta n; \\ \frac{d}{d\tau} \Delta n &= \kappa^2 [n_S^2 - 1 - (\Delta\omega - \gamma n_S)^2] \frac{e_0}{X} \Delta R - 2\kappa^2 (\Delta\omega - \gamma n_S) \frac{n_S e_0}{X} \Delta S - \frac{\Delta n}{\tau_{12}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $X = (n_S - 1)^2 + (\Delta\omega - \gamma n_S)^2$ .

Предметом интереса далее являются решения для составляющих  $\Delta R(\tau)$ ,  $\Delta S(\tau)$  и  $\Delta n(\tau)$ , в качестве основной части содержащие  $\exp(\chi\tau)$ . Коэффициент  $\chi$  в показателе подобных решений системы (3) из малой окрестности стационарных решений (2) может выражаться действительной или комплексной величиной.

$$\begin{aligned} \chi^3 - \left[ 2(n_S - 1) - \frac{1}{\tau_{12}} \right] \chi^2 + \left[ Y \frac{e_0^2}{X} + X - \frac{2}{\tau_{12}} (n_S - 1) \right] \chi + \frac{X}{\tau_{12}} - \\ - \left[ (n_S - 1) Y - (\Delta\omega - \gamma n_S) (\Delta + \gamma) n_S \right] \frac{e_0^2}{X} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $Y = 1 + \Delta\omega^2 + (1 - \gamma\Delta\omega)n_S$ .

Особыми с точки зрения корреляции динамического поведения модели (1) и возможной реальной временной развертки усиленного при отражении излучения представляются решения (3), которые отвечают определённому диапазону значений её коэффициентов. В этой области характеристическое уравнение (4), формулируемое на основе линеаризованного аналога (3), может иметь один действительный и два комплексных корня ( $\chi_1$  и  $\chi_{2,3}$ ):

$$\chi_1 = \sigma_- - \sigma_+ - \frac{1}{3\tau_{12}} - \frac{2}{3}(n_S - 1);$$

предположении относительно малыми компонентами  $\Delta R(\tau)$ ,  $\Delta S(\tau)$  и  $\Delta n(\tau)$ . При формулировке линеаризованного аналога (1) пренебрегают высшими степенями малых компонентов или их произведениями, записывая следующую систему:

В последнем случае решения будут иметь не просто экспоненциальный, но и осциллирующий характер.

Образованное на основе принятого алгоритма характеристическое уравнение относительно коэффициента  $\chi$  представляет алгебраическое кубическое уравнение

$$\sigma_{\pm} = \sqrt[3]{G \pm \sqrt{D}};$$

$$\begin{aligned} \chi_{2,3} = -\frac{1}{3\tau_{12}} - \frac{2}{3}(n_S - 1) + \\ + \frac{1}{2}(\sigma_+ + \sigma_-) \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_+ - \sigma_-), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$D = G^2 + P^3; \quad P = \frac{1}{9} \left[ 3(M - N + \Delta_S^2) - B \right];$$

$$\begin{aligned} G = \frac{B^3}{27} - \frac{B}{6} (M - N + \Delta_S^2) + \\ + \frac{\Delta_S}{2} \left[ \left( B - \frac{n_S e_0^2}{X} \right) \Delta_S + \gamma N \right]; \end{aligned}$$



$$B = n_S - 1 + \frac{1}{\tau_{12}}; \quad M = \kappa^2 \left(1 - n_S^2 + \Delta\omega \Delta_S\right) \frac{e_0^2}{X};$$

$$N = \kappa^2 \left(1 + n_S\right) \frac{n_S e_0^2}{X}; \quad \Delta_S = \Delta\omega - \gamma n_S.$$

Незатухающие со временем периодические изменения переменных отклика  $R(\tau)$ ,  $S(\tau)$  и, соответственно, нормированной интенсивности отражённого светового поля  $I$  возможны при таких сочетаниях значений коэффициентов (1), при которых действительная часть корней  $\chi_{2,3}$  (3) положительна. Точки, соответствующие равновесным состояниям (2), в фазовом пространстве системы (1) тогда принимают тип неустойчивого фокуса. Решения (1), «стартующие» из окрестности таких точек и изображаемые кривыми в фазовом пространстве системы (1), представлены «разворачивающимися» циклическими траекториями, которые покидают окрестность точек (2). В то же время из-за неизбежного насыщения инверсной заселённости (усиления  $n$ ) вынужденным излучением мощность генерации должна стабилизироваться. Кривые локализуются в замкнутом пространстве, их проекции на координатные плоскости в фазовом пространстве с течением времени образуют предельные циклы. Во временному аспекте эта динамика переменных (1) будет соответствовать их автоколебаниям, возникающим самопроизвольно (при постоянном уровне стимулирующих факторов – накачки и амплитуды напряжённости возбуждающего поля  $e_i$ ), – только для определённых сочетаний значений материальных параметров инвертированного слоя и характеристик возбуждения – интенсивности  $e_0^2$  и отстройки частоты  $\Delta\omega$ . Условия существования комплексных корней уравнения (4) при положительных значениях их действительной части, следуя выражениям (5), формулируются такими соотношениями, как

$$\sigma_+ + \sigma_- > \frac{2}{3\tau_{12}} + \frac{4}{3}(n_S - 1); \quad D > 0; \quad (6)$$

второе требование в (6) – положительная величина дискриминанта  $D$  – собственно и выражает условие существования комплексных корней уравнения (4) в виде  $\chi_{2,3}$  (5).

Варианты параметрического расчёта на основе соотношений (2), (5) типичной зависимости действительной и мнимой частей  $\chi_{2,3}$ , соответствующих затуханию (разгоранию) и частоте осцилляторных решений (3), от уровня нормированной интенсивности  $e_0^2$  представлены на рис. 2. Можно выделить область неустойчивости решений (3) на шкале этого параметра по признаку  $\text{Re } \chi_{2,3} > 0$ . Разгорание малых осцилляций тогда происходит как экспоненциальное нарастание со временем их амплитуды. Соответствующий этому увеличению выход фазовых кривых из окрестности особых точек должен совершаться при значениях интенсивности возбуждения, располагающихся на шкале  $e_0^2$  до пересечения с горизонтальной осью спадающих зависимостей  $\text{Re } \chi(e_0^2)$  (см. рис. 2, *a*, кривая 1) или до «правых точек» поворота бистабильных кривых (см. рис. 2, *a*, кривые 2–4). Положение данных точек на шкале  $e_0^2$  отмечено на рисунке вертикальными пунктирными линиями, выход из зоны нестабильности и «переход» к устойчивости равновесного состояния при нарастании  $e_0^2$  должен быть резким.

Судя по ходу кривых, область неустойчивости на шкале  $e_0^2$  расширяется с увеличением параметра максимального усиления  $\kappa$  – зависимости рассчитаны для его нарастающих значений. Затухание с ростом возбуждения должно снижаться, снижаться должна и выражаемая величинами  $\text{Im } \chi$  частота колебаний переменных (см. рис. 2, *b*), но при значениях возбуждения  $e_0^2$  выше граничных в области неустойчивости осцилляторные



решения не существуют, поэтому исчезает и возможность возникновения и развития регулярных осциллирующих

режимов автоколебательного типа в отражённом излучении.

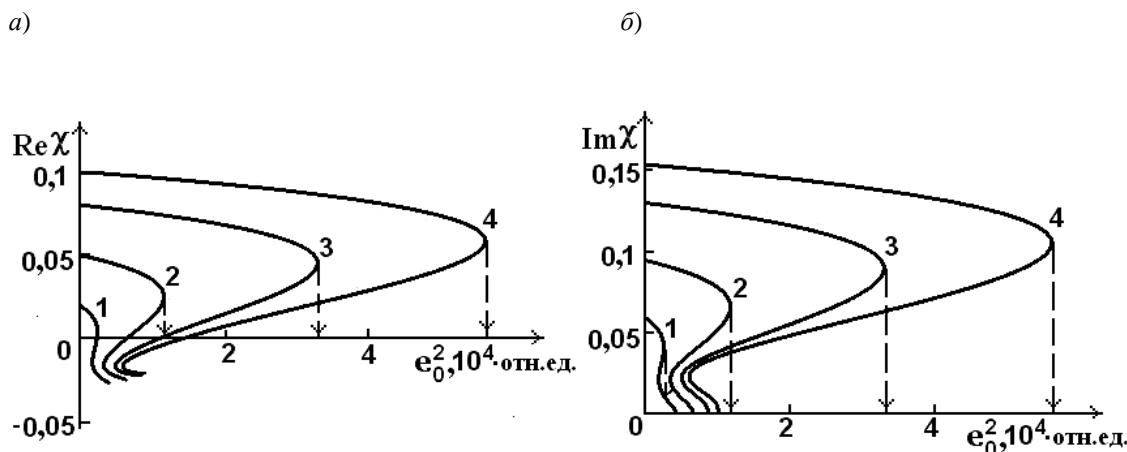


Рис. 2. Зависимость действительной (а) и мнимой (б) частей комплексных корней характеристического уравнения от параметра нормированной интенсивности внешнего излучения:  $\kappa = 1,02$  (кривая 1),  $1,05$  (2),  $1,08$  (3),  $1,10$  (4);  $\gamma = 1,17$ ;  $\Delta\omega = 1,0$ ,  $\tau_{12} = 1,0 \cdot 10^3$

### Результаты моделирования резонансного отражения

Данные качественного анализа указывают область параметров и начальных условий для переменных, в которой можно искать решения (1), описывающие самоподдерживающиеся пульсации интенсивности отражённого светового поля. Поэтому далее в рамках численного решения (1) было целесообразно проанализировать динамику реакции тонкого слоя на стационарное внешнее оптическое поле.

Численное интегрирование системы (1) проводилось методом Рунге–Кутта для начальных условий, очевидно соответствующих инвертированному состоянию среды слоя: для разности населённостей  $n(\tau = 0) = n_0$  (величина  $n_0$  для данного уровня амплитуды возбуждающего поля  $e_0$  выбиралась по расчётам, иллюстрированным зависимостями  $ns(e_0^2)$  на рис. 1, а); для вероятности поляризованности  $\rho(\tau = 0) = 0$  (предполагалось, что поляризующее влияние

внешнего излучения первоначально отсутствует). Рассчитывалась временная зависимость безразмерной интенсивности поля отражённого излучения  $u(\tau) = |e_r(\tau)|^2$ .

На рис. 3 приведены примеры временных развёрток типичных решений (1) для переменной нормированной интенсивности  $u(t)$ , выраженной в относительных единицах на наносекундной шкале времени. В общем случае ненулевого дефекта частоты ( $\omega \neq \omega_0$ ), которым обусловлена линейная фазовая модуляция, обязательно учитывается фактор диполь–дипольного взаимодействия, вызывающий смещение резонансной частоты и нелинейную модуляцию фазы ( $\gamma \neq 0$ ). Значения  $e_0$  и соответствующие им величины  $\rho_0$  в основном взяты из области значений в зоне неустойчивости равновесных состояний; в иллюстрированных на рис. 3 вариантах решений (1) в качестве «опорной» расчётной кривой, которой определена эта зона неустойчивости, избрана линия 2 на рис. 2.



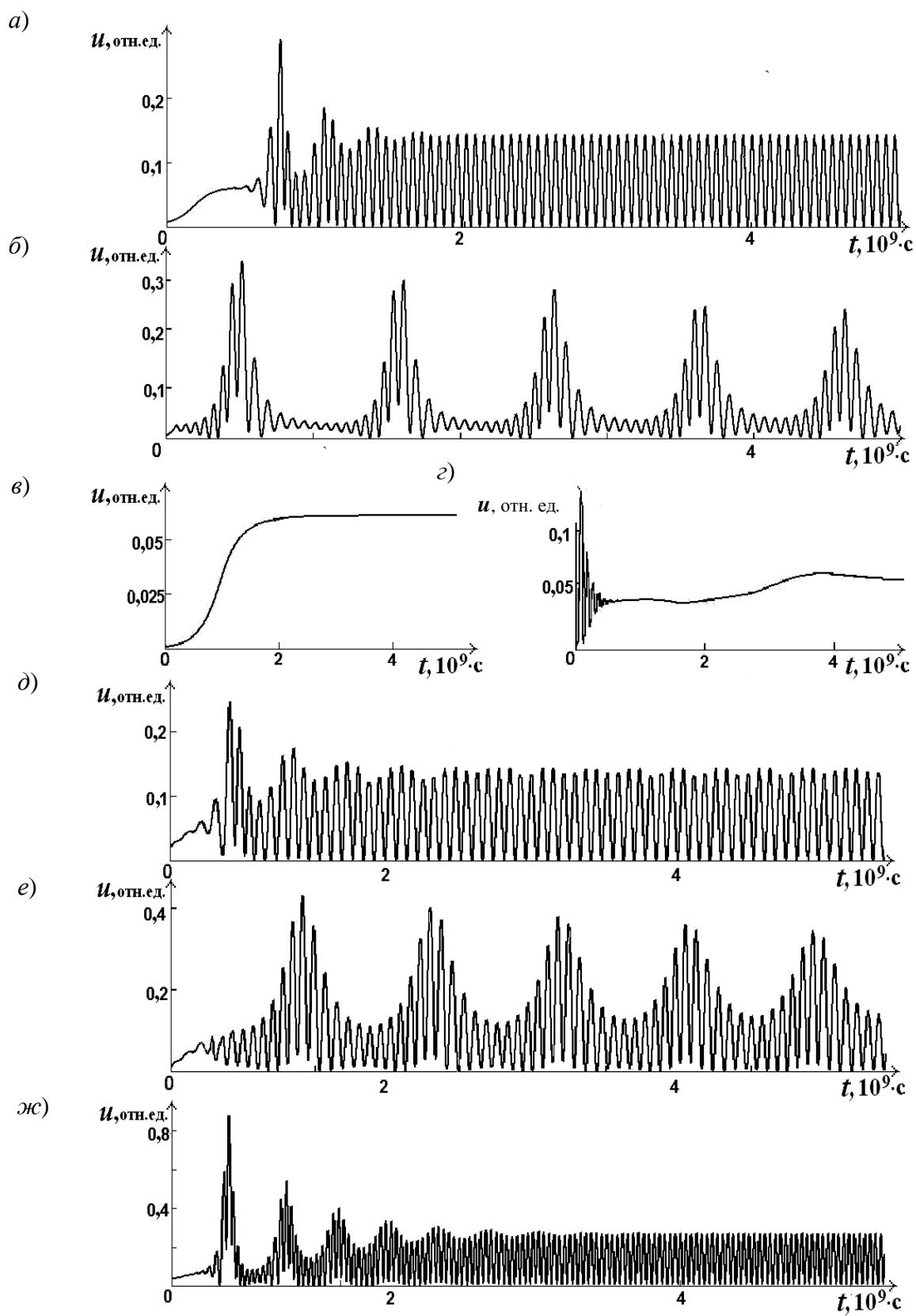


Рис. 3. Зависимости нормированной интенсивности отражённого излучения от времени:  $e_0^2 = 5 \cdot 10^{-5}$  (a),  $7,5 \cdot 10^{-5}$  (б),  $2 \cdot 10^{-5}$  (в),  $1,0 \cdot 10^{-4}$  (г),  $6 \cdot 10^{-4}$  (д–ж);  $\kappa = 1,05$  (а–д),  $1,08$  (е),  $1,10$  (ж);  $\gamma = 1,17$ ,  $\Delta\omega = 1,0$ ,  $\tau_{12} = 1,0 \cdot 10^3$

Временные развёртки излучения на фрагментах рис. 3, *a*, *b*, *d* рассчитаны для разных значений уровня возбуждения в пределах области бистабильности равновесных состояний. Развёртки  $u(t)$  на фрагментах рис. 3, *d–ж* соответствуют одноковому значению для  $e_0$  при различии уровня усиления  $k$ . В общем случае эти решения описывают осцилляторный режим перехода к неустойчивому (квазистационарному) равновесному состоянию, совершающий с различным темпом релаксации.

Варианты решений на рис. 3, *в*, *г* типичны для расчётов  $u(t)$  для значений  $e_0$  вне зоны бистабильности (см. рис. 3, *в*) и для  $e_0$ , соответствующих области устойчивости ( $\text{Re } \chi_{2,3} < 0$ ). Формирование регулярного режима с осцилляциями в пикосекундном диапазоне происходит, таким образом, только в зоне бистабильности равновесных состояний, при относительно невысоком уровне возбуждения переход к равновесному состоянию носит чисто релаксирующий характер (см. рис. 3, *в*). За пределами зоны неустойчивости по параметру  $e_0$  сценарий развёртки представляет ряд коротких релаксационных всплесков интенсивности в качестве переходного режима и затем относительно быстрый переход к стационарному уровню излучения (см. рис. 3, *г*).

На «нестабильных» развёртках (см. рис. 3, *а*, *б*, *д–ж*) выделяются, прежде всего, переходные относительно низкочастотные колебания с наносекундным периодом следования, обычно именуемые релаксационными. Их существование в кинетических процессах объясняется различием вероятностей переходов в каналах накачки и генерации. В данном случае из-за наложения относительно высокочастотных колебаний переходные пульсации  $u(t)$  имеют сложную форму (см. рис. 3, *б*, *е*), но их затухание с течением времени приводит к «выходу» лазерной колебательной системы на квазистационарный режим излучения. На этом этапе развития процес-

са сохраняются и принимают регулярный характер более высокочастотные осцилляции интенсивности. Их возникновение объясняется колебаниями фазовой отстройки поляризованности и поля, вызванными смещением резонанса в условиях влияния близких полей диполей. Усиление из-за смещения резонанса, способного принять периодический характер, также втягивается в режим колебаний. Нелинейные высокочастотные пульсации интенсивности  $u(t)$  со стационарной огибающей, представляющие после переходного этапа модуляцию отражённого сигнала, происходят за счёт таких относительно слабых автоколебаний усиления  $n(t)$ .

На этапе стабилизации зависимости огибающей интенсивности её «несущие» высокочастотные осцилляции регуляризуются, создавая картину автоколебательного процесса в излучении. В последующее время развития процесса резонансного отражения до прекращения действия возбуждающего поля и накачки амплитуда осцилляций стремится к постоянному уровню примерно так, как это иллюстрировано зависимостями на рис. 3, *а*, *ж*. Продолжительность переходного режима с теряющими контраст и затухающими низкочастотными колебаниями  $u(t)$  в основном зависит от величины отношения времён релаксации  $t_{12}$  и параметра ненасыщенного усиления  $k$ . Частота «несущих» колебаний зависит от амплитуды возбуждающего поля  $e_0$  из зоны бистабильности и от параметра усиления  $k$ . Качественно последние зависимости совпадают с теми, которые предсказываются расчётом соотношений (2), (5), характеризующих решения системы (3).

### **Заключение**

Колебательная система, образованная тонким инвертированным слоем с высокой плотностью активных центров и внешним резонансным излучением, из-за потери когерентности осцилляций



поля и поляризованности, таким образом, способна переходить к неустойчивому равновесному состоянию, в котором совершаются автоколебания переменных, т. е. к некоторому особому квазистационарному (нелинейно модулированному) состоянию. Физически это соответствует достижению режима автоколебаний (регулярных пульсаций) при резонансном отражении и означает возможность преобразования светового сигнала с постоянной огибающей интенсивности в модулированный во времени сигнал, причём параметры модуляции управляются изменением световой мощности.

Итогом проведенного анализа является изучение актуальной проблемы поведения световых волн на границе раздела сред, содержащей тонкий слой материала с относительно сильной нелинейной реакцией на излучение в диапазоне частот, близких к одному из оптических резонансов. Осуществленное моделирование и аналитическая оценка закономерностей кинетики вынужденного излучения в приближении особо тонкого слоя инверсной среды позволили характеризовать динамическое явление амплитудной автомодуляции света, отражаемого приповерхностным слоем плотной резонансной среды. Этот эффект может быть использован при реализации новых лазерных устройств. Такие устройства должны обладать определёнными преимуществами перед существующими. Действительно, в явлении уси-

ления света при отражении взаимодействие света с усиливающей средой происходит в основном в тонком слое вблизи границы раздела сред, при этом проникновение излучения в усиливающую среду невелико, что снижает технические требования к оптическим свойствам усиливающих сред, их однородности, прозрачности и т. д. Некоторые из возможных устройств, в которых используется явление усиления света при отражении, уже реализованы, но для приповерхностных инвертированных слоёв с высокой концентрацией активных центров стимулирующие самопроизвольную модуляцию нелинейные процессы до сих пор детально не изучались.

В диапазоне ИК-частот все еще отмечается отсутствие электрооптических материалов, позволяющих применять стандартные методы модуляции добротности импульсных лазеров и сокращения длительности импульсов. Поэтому в настоящее время исследование лазерной генерации интенсивно развивается применительно к технологиям формирования регулярной последовательности коротких и сверхкоротких импульсов с управляемыми временными параметрами именно в этой спектральной области. Результаты приведенных расчётов динамики отражения с учётом фазовой автомодуляции светового поля будут полезными для разработки методов получения серий коротких световых импульсов с относительно невысокой средней интенсивностью.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Захаров, С. М.** Взаимодействие УКИ света с тонкопленочными резонаторными структурами / С. М. Захаров // ЖЭТФ. – 1998. – Т. 114. – С. 1578–1594.
2. Пичковая структура когерентного излучения оптически плотных сред / А. М. Башаров [и др.] // ЖЭТФ. – 2006. – Т. 129. – С. 229–501.
3. **Новицкий, Д. В.** Оптические свойства фотонного кристалла со слоями плотных резонансных сред: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.05 / Д. В. Новицкий. – Минск: Ин-т физики им. Б. И. Степанова НАН Беларуси, 2010. – 104 л.
4. **Юревич, Ю. В.** Расщепление сверхкороткого импульса при резонансном отражении от тонкой плёнки / Ю. В. Юревич, В. А. Юревич, Е. В. Тимошенко // Проблемы физики, математики и техники. – 2015. – № 2 (23).– С. 29–32.



5. Nonlinear optical response of a two-dimensional quantum dot supercrystal: Emerging multistability, periodic/aperiodic self-oscillations, and hyperchaos / P. Alvarez Zapatero [et al.] // Archiv: 1806.00387 v1 [Physics. optics]. – 2018. – Р. 1–15.
6. Танин, Л. В. Резонансные, голограммические и спектрально-оптические исследования фазовых, диффузных и зеркальных объектов: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук: 01.04.05 / Л. В. Танин. – Минск: БГУ, 2014. – 64 с.
7. Бойко, Б. Б. Лазер с усилением излучения при отражении от инверсной среды / Б. Б. Бойко, Н. Н. Уварова // Квантовая электроника. – 1981. – Т. 8, № 11. – С. 2506–2507.
8. Петров, Н. С. Лазерная генерация тонких инверсных слоёв / Н. С. Петров, А. Б. Зимин // Журн. прикладной спектроскопии. – 2010. – Т. 77, № 1. – С. 69–73.
9. Rabi oscillations in the excitonic ground-state transition of InGaAs quantum dots / P. Borri [et al.] // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66, № 8. – P. 081306–(1–4).
10. Optical Stark effect in a quantum dot. Ultrafast control of single exciton polarizations / T. Unold [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 92, № 15. – P. 157401-1–157401-4.
11. Kaplan, A. E. Nanoscale stratification of optical excitation in self-interacting one-dimensional arrays / A. E. Kaplan, S. N. Volkov // Phys. Rev. – 2009. – Vol. A79. – P. 053834-1–053834-16.
12. Boyd, R. W. Local field effects in enhancing the nonlinear susceptibility of optical materials / R. W. Boyd, J. J. Maki, J. E. Sipeb // Nonlinear Optics: Fundamentals, Materials and Devices. – 1992. – P. 63–76.
13. Рупасов, В. И. О граничных задачах в нелинейной оптике резонансных сред / В. И. Рупасов, В. И. Юдсон // Квантовая электроника. – 1982. – Т. 9, № 11. – С. 2179–2186.
14. Glasunova, E. V. Self-induced instability of radiation in thin-film planar structure / E. V. Glasunova, A. V. Khomchenko, V. A. Yurevich // Nonlinear Optical Phenomena: Proc. SPIE. – 2006. – P. 62590Y-1–62590Y-10.
15. Юревич, Ю. В. Модуляция оптического излучения при отражении тонкой плёнкой плотной резонансной среды / Ю. В. Юревич, В. А. Юревич // Проблемы физики, математики и техники. – 2015. – № 3 (24). – С. 38–45.
16. Local-field effects in a dense ensemble of resonant atoms. Model of a generalized two-level system / A. A. Afanas'ev [et al.] // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 60, № 2. – P. 1523–1529.

Статья сдана в редакцию 20 сентября 2019 года

**Илья Иванович Маковецкий**, канд. физ.-мат. наук, доц., Белорусско-Российский университет. Тел.: 8-0222-22-13-13. E-mail: imi.makzi@gmail.com.

**Елена Валерьевна Тимошенко**, канд. физ.-мат. наук, доц., Могилёвский государственный университет им. А. А. Кулешова. Тел.: 8-0222-41-61-81. E-mail: glasunova81@mail.ru.

**Юрий Владимирович Юревич**, канд. физ.-мат. наук, доц., Могилёвский государственный университет продовольствия. Тел.: +375-447-52-56-14. E-mail: va\_yurevich@mail.ru.

**Ilya Ivanovich Makovetskii**, PhD, (Physics & Mathematics), Associate Prof., Belarusian-Russian University. Tel.: 8-0222-22-13-13. E-mail: imi.makzi@gmail.com.

**Elena Valeryevna Timoschenko**, PhD, (Physics & Mathematics), Associate Prof., Mogilev State A. Kuleshov University. Tel.: 8-0222-41-61-81. E-mail: glasunova81@mail.ru.

**Yury Vladimirovich Yurevich**, PhD, (Physics & Mathematics), Associate Prof., Mogilev State University of Food Technologies. Tel.: +375-447-52-56-14. E-mail: va\_yurevich@mail.ru.

