

УДК 621.833

**А. Т. Скойбеда, д-р техн. наук, проф., С. Н. Хатетовский, канд. техн. наук, доц.,  
П. Н. Громыко, д-р техн. наук, проф.**

## УЛУЧШЕНИЕ КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЗАЦЕПЛЕНИЯ КОЛЕС ПРЕЦЕССИОННОЙ ПЕРЕДАЧИ

Центральное колесо планетарной прецессионной передачи выполняется цилиндрическим и может иметь различный зубчатый профиль. Выбор того или иного зубчатого профиля определяется рядом факторов. Наиболее важным из них является коэффициент перекрытия. По данному критерию наиболее оптимальным является круговой профиль центрального колеса. Значение коэффициента перекрытия при использовании кругового профиля позволяет увеличить коэффициент перекрытия в зацеплении колес планетарной передачи в 1,2–2 раза.

Прецессионная передача благодаря своим достоинствам потенциально может находить применение в различных отраслях техники, хотя до настоящего времени она, в основном, использовалась в приводах, к которым не предъявлялись высокие требования по плавности вращения рабочего органа, например в приводах разъединителей двигательных [1]. Однако с появлением новых сфер применения, таких как строительная техника, к прецессионной передаче стали предъявляться также и требования по плавности вращения выходного вала. Данный показатель можно обеспечить, например, путем повышения точности деталей передачи, в том числе и зубчатых колес. Но данный путь приведет к существенному удорожанию передачи и поэтому экономически нецелесообразен. Другой путь, по мнению авторов, наиболее перспективный, связан с повышением коэффициента перекрытия в зацеплении колес передачи. До настоящего времени были спроектированы прецессионные редукторы, в основном, с цилиндрическим зацеплением колес, одно из которых изготавливалось эвольвентным. Данное зацепление не обеспечивало требуемую плавность вращения выходного вала из-за относительно низкого коэффициента перекрытия, поэтому возникла потребность поиска новых профилей для колес прецессионной передачи с цилиндрическим зацеплением.

Данный поиск оказался сопряжен-

ным с определенными теоретическими исследованиями, суть которых изложена ниже.

Существует множество схем прецессионной передачи, но любая из них включает в качестве основных взаимодействующих элементов центральное и сателлитное колеса, а также наклонный кривошип. Схема зацепления указанных колес представлена на рис. 1.

Моделирование зацепления ведется с использованием метода последовательных положений [2].

Описанный метод был реализован на ЭВМ. Согласно ему изначально предполагается, что геометрия зубьев центрального колеса, являющегося производящим, описывается в виде совокупности координат  $n$  точек. Эти координаты удобно представить в виде матрицы

$$G_1 = \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1i} & \dots & x_{1n} \\ y_{11} & \dots & y_{1i} & \dots & y_{1n} \\ 1 & \dots & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где  $x_{1i}$ ,  $y_{1i}$ ,  $z_{1i}$  – соответственно абсцисса, ордината и аппликата  $i$ -й точки, принадлежащей боковой поверхности центрального колеса.

Здесь и далее индекс 1 означает, что имеется в виду центральное колесо, 2 – сателлитное колесо, 0 – наклонный кривошип.

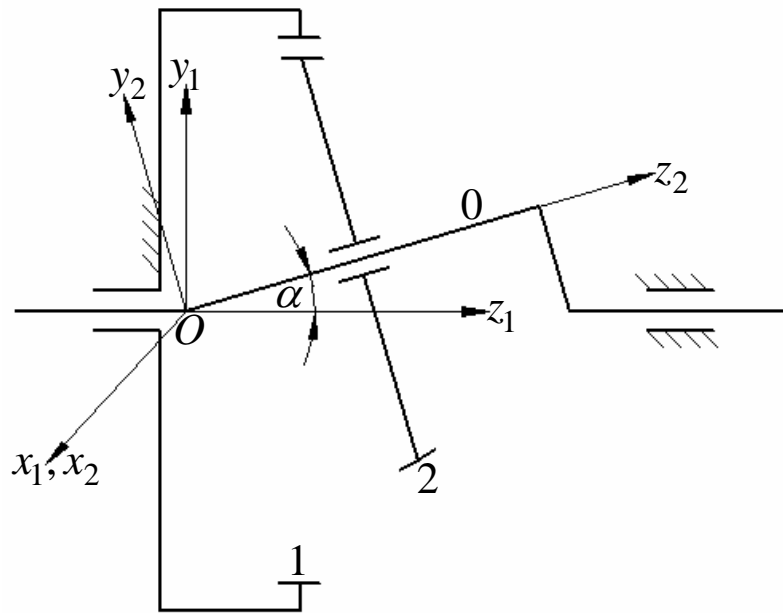


Рис. 1. Схема прецессионной передачи

После преобразований, описанных в работе [2], формируется матрица

$$G_2 = \begin{bmatrix} x_{21} & \dots & x_{2i} & \dots & x_{2m} \\ y_{21} & \dots & y_{2i} & \dots & y_{2m} \\ z_{21} & \dots & z_{2i} & \dots & z_{2m} \\ \varphi_{01} & \dots & \varphi_{0i} & \dots & \varphi_{0m} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где, кроме координат  $x_{2i}, y_{2i}, z_{2i}$   $m$  точек, принадлежащих боковой поверхности зуба сателлитного колеса, в последнем ряду помещены углы поворота кривошипа, при которых данные точки получены.

Центральное колесо, как было показано выше, может иметь различный профиль. Наибольший интерес с точки зрения технологичности представляют эвольвентный и круговой профили, причем эвольвентный профиль подробно рассмотрен в работе [2]. Для сравнения рассмотрим также и круговой профиль.

На рис. 2 приведен фрагмент роликового каркаса, который является аналогом зубчатого венца.

Для формирования матрицы (1) необходимо получить координаты точек, принадлежащих цилиндрической поверх-

ности роликов. Данные координаты определяются следующим образом:

$$x = -BC; \quad y = BB', \quad (3)$$

где  $B'$  – проекция точки  $B$  на ось  $x$ , которая горизонтальна и направлена вправо.

Используя геометрические зависимости (рис. 3), можно получить, что

$$\begin{aligned} x &= -r_c \cdot \sin \beta + r \cdot \sin(\beta + \varphi); \\ y &= r_c \cdot \cos \beta - r \cdot \cos(\beta + \varphi), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $r_c$  – радиус окружности, на которой расположены центры роликов;  $r$  – радиус ролика;  $\beta$  – угловой шаг размещения роликов;  $\varphi$  – полярный угол, определяющий положение точки цилиндрической поверхности ролика относительно его центра.

Формулы (4) определяют координаты лишь левой стороны впадины центрального колеса. Координаты правой стороны можно получить, используя те же формулы (4), но координату  $x$  следует брать с противоположным знаком.

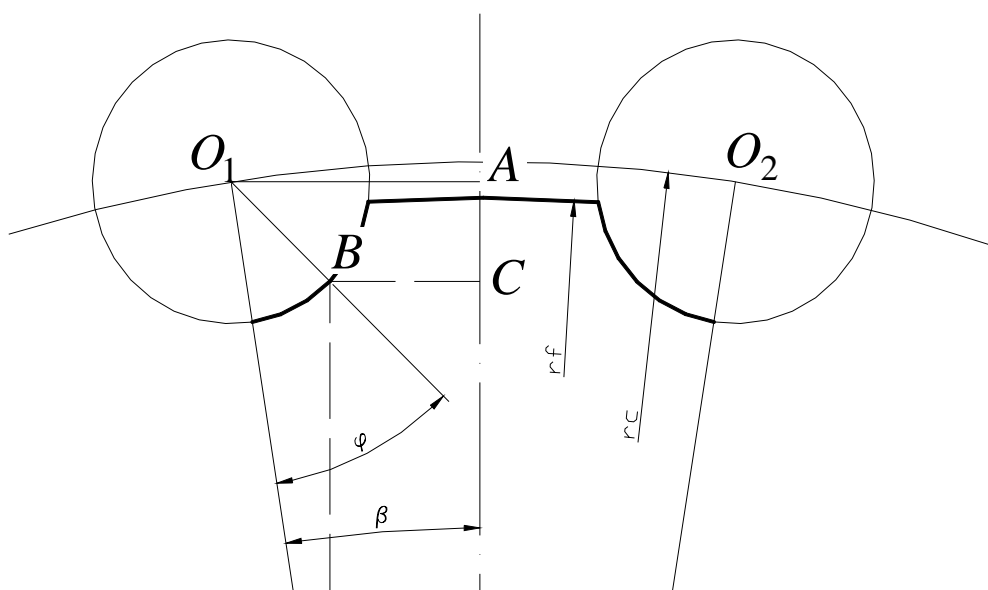


Рис. 2. Фрагмент роликового каркаса

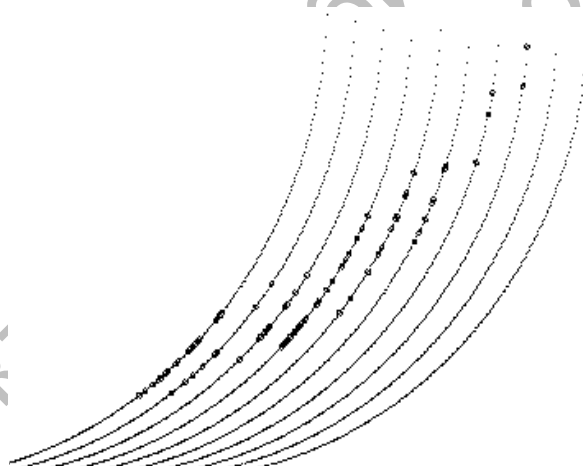


Рис. 3. Точки контакта

Изменяя угол  $\varphi$  от 0 до некоторого значения, определяемого из условия, что

$$\sqrt{x^2 + y^2} = r_f, \quad (5)$$

где  $r_f$  – радиус впадин центрального колеса, можно рассчитать координаты  $n$  точек, которые и представляются в виде матрицы (1).

Полученную модель сателлитного колеса с точками контакта можно отображать

при помощи ЭВМ, например, в графической системе AutoCAD (см. рис. 3). Используя значения углов поворота наклонного кривошипа, можно определить коэффициент перекрытия  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \frac{\varphi_0^{\max} - \varphi_0^{\min}}{2 \cdot \pi / z_g}, \quad (6)$$

где  $\varphi_0^{\max}$ ,  $\varphi_0^{\min}$  – соответственно максимальный и минимальный углы поворота

наклонного кривошипа, при которых один зуб производящего колеса контактирует с сателлитным колесом;  $z_g$  – количество зубьев производящего колеса.

Сравнивая коэффициенты перекрытия при эвольвентном и круговом профилях производящего колеса, можно заключить, что круговой профиль обеспечивает в 1,2–2 раза большие значения данного коэффициента. Кроме данного результата обнаружилось, что круговой профиль имеет большее количество точек контакта при одних и тех же значениях угла поворота наклонного кривошипа.

Производилось также сравнение кинематических характеристик и коэффициента удельного скольжения. Данные величины определялись по найденным значениям координат точек зуба сателлита (2).

При этом скорость произвольной  $i$ -й точки, координаты которой описаны в матрице (2), находится следующим образом:

$$\vec{v}_i = \vec{\omega} \times \vec{r}_i, \quad (7)$$

где  $\vec{\omega}$  – угловая скорость сферического движения сателлита,  $\vec{r}_i$  – радиус-вектор рассматриваемой точки с координатами  $x_i, y_i$  и  $z_i$ .

Угловая скорость сферического движения сателлитного колеса 2 складывается из угловой скорости  $\vec{\omega}_0$  вращения кривошипа 0 относительно центрального колеса 1 и угловой скорости  $\vec{\omega}_2$  вращения сателлитного колеса 2 относительно кривошипа 0 (рис. 4):

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\omega}_2. \quad (8)$$

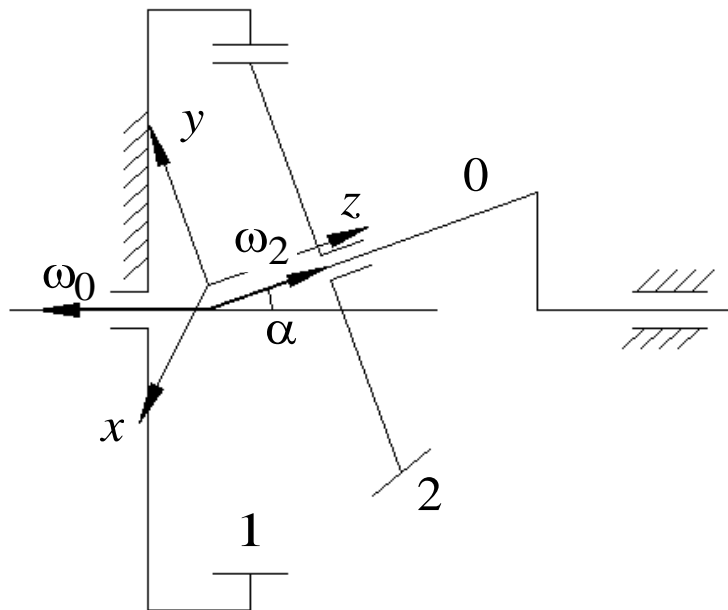


Рис. 4. Угловые скорости сателлита

Модуль угловой скорости:

$$\omega_2 = \omega_0 \cdot i_{21}^0, \quad (9)$$

где  $i_{21}^0$  – передаточное отношение цепи «сателлитное колесо – центральное колесо» при неподвижном кривошипе, кото-

рое может быть определено следующим образом:

$$i_{21}^0 = \frac{z_1}{z_2}, \quad (10)$$

где  $z_1$  – количество зубьев центрального

колеса;  $z_2$  – количество зубьев сателлитного колеса.

Проекция угловой скорости сферического движения сателлитного колеса на декартовы оси координат, жестко связанные с сателлитным колесом:

$$\begin{aligned} \omega_x &= \omega_{0x} + \omega_{2x}; \\ \omega_y &= \omega_{0y} + \omega_{2y}; \\ \omega_z &= \omega_{0z} + \omega_{2z}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\omega_{0x}$ ,  $\omega_{0y}$ ,  $\omega_{0z}$  – проекции угловой скорости вращения кривошипа на декартовы оси координат;  $\omega_{2x}$ ,  $\omega_{2y}$ ,  $\omega_{2z}$  – проекции угловой скорости вращения сателлитного колеса относительно кривошипа на декартовы оси координат.

Указанные выше проекции угловой скорости вращения кривошипа и угловой скорости вращения сателлитного колеса относительно кривошипа определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega_{0x} &= -\omega_0 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \varphi_2; \\ \omega_{0y} &= \omega_0 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \varphi_2; \\ \omega_{0z} &= -\omega_0 \cdot \cos \alpha; \\ \omega_{2x} &= \omega_2; \\ \omega_{2y} &= 0; \\ \omega_{2z} &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $\alpha$  – угол нутации;  $\varphi_2$  – угол поворота сателлитного колеса относительно кривошипа, который определяется следующим образом:

$$\varphi_2 = \varphi_0 \cdot i_{21}^0, \quad (13)$$

где  $\varphi_0$  – угол поворота кривошипа.

Итак, теперь скорость  $i$ -й точки контакта сателлитного колеса может быть определена следующим образом:

$$\begin{aligned} v_{ix} &= \omega_y \cdot z_i - \omega_z \cdot y_i; \\ v_{iy} &= \omega_z \cdot x_i - \omega_x \cdot z_i; \end{aligned}$$

$$v_{iz} = \omega_x \cdot y_i - \omega_y \cdot x_i. \quad (14)$$

Модуль данной скорости

$$v_i = \sqrt{v_{ix}^2 + v_{iy}^2 + v_{iz}^2}. \quad (15)$$

По значениям координат точек, принадлежащих боковой поверхности зуба сателлита, определяются также ускорения данных точек:

$$\vec{a}_i = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_i + \vec{\omega} \times \vec{v}_i, \quad (16)$$

где  $\vec{\varepsilon}$  – угловое ускорение сферического движения, которое находится по следующей формуле:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (17)$$

Проекция углового ускорения:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \omega_0 \cdot \omega_2 \cdot \sin \theta_{21} \cdot \cos(\varphi_2 \cdot \frac{z_1}{z_2}); \\ \varepsilon_y &= \omega_0 \cdot \omega_2 \cdot \sin \theta_{21} \cdot \sin(\varphi_2 \cdot \frac{z_1}{z_2}); \\ \varepsilon_z &= 0. \end{aligned} \quad (18)$$

Проекция ускорения  $i$ -й точки:

$$\begin{aligned} a_x &= \varepsilon_y \cdot z + \omega_y \cdot v_z - \omega_z \cdot v_y; \\ a_y &= -\varepsilon_x \cdot z + \omega_z \cdot v_x - \omega_x \cdot v_z; \\ a_z &= \varepsilon_x \cdot y - \varepsilon_y \cdot x + \omega_x \cdot v_y - \omega_y \cdot v_x. \end{aligned} \quad (19)$$

Ускорения точек характеризуют динамику зацепления. Скорости используются для определения коэффициента удельного скольжения зубьев в зацеплении:

$$\lambda = \frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}{\omega_0 \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}. \quad (20)$$

Коэффициенты удельного скольжения зубьев в зацеплениях сателлита с роликовым каркасом и эвольвентными внутренними зубьями центрального колеса получились одного порядка.

Результат сравнения был подтвержден экспериментально. Были спроектированы два опытных образца прецессионного редуктора для бетонозаглаживающей

машины [3]. Центральное колесо одного из них имело эвольвентные зубья, другого – роликовый каркас (рис. 5).

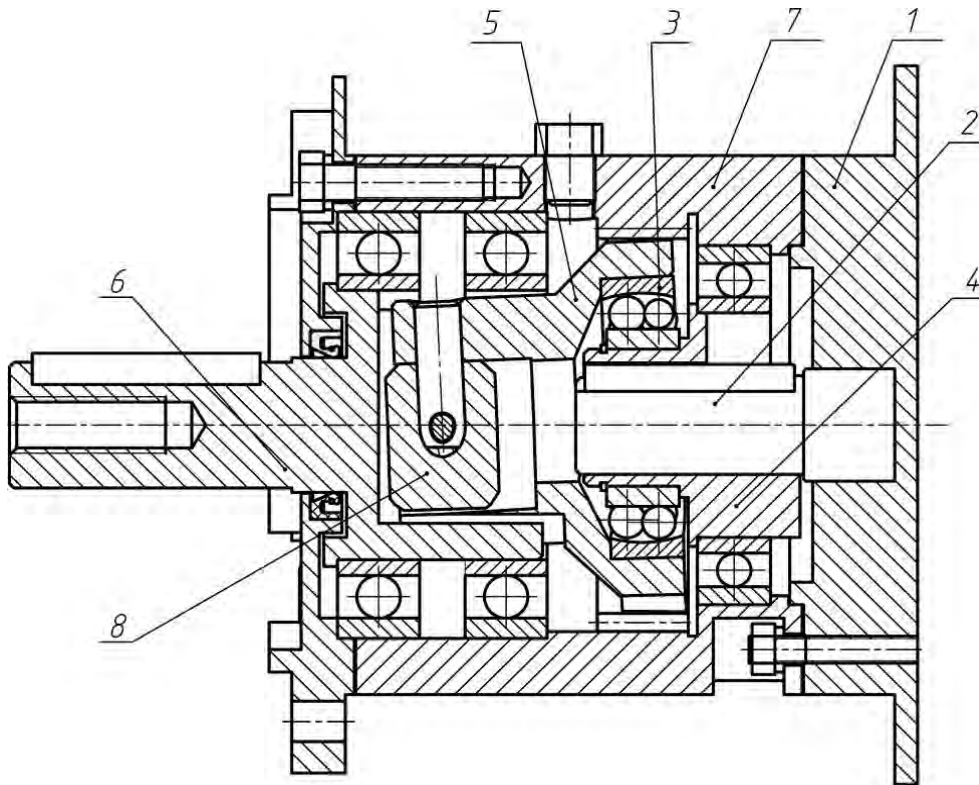


Рис. 5. Общий вид прецессионного редуктора для бетонозаглаживающей машины

Принцип работы редуктора состоит в следующем. Вал 2 электродвигателя 1 передает вращение на эксцентрик 4. На эксцентрике 4 установлен сферический подшипник 3, на котором, в свою очередь, расположен спутник 5. В результате взаимодействия внутреннего зубчатого венца корпуса 7 и спутника 5 последний получает вращательное движение. На выходной вал 6 вращение с спутника 5 передается с помощью угловой муфты 8.

Зубчатый и роликовый варианты прецессионного редуктора отличались только формой зубьев.

Были проведены компьютерные исследования двух вариантов прецессионных редукторов. Данные исследования проводились при помощи пакета про-

грамм SolidWorks, которые позволяют измерять массогабаритные параметры деталей, кинематическую погрешность и показатели зацепления, такие как коэффициент перекрытия и КПД. Основой для компьютерных исследований явились разработанные твердотельные модели деталей прецессионного редуктора. В частности, эти исследования показали, что кинематическая погрешность в случае использования роликового каркаса уменьшается в 4 раза.

Далее испытания проводились на специальном стенде [4] и были продолжены в эксплуатационных условиях. Вначале на испытательном полигоне ОАО «МИСОМ ОП» были проведены пробные пуски машины. С помощью

ваттметра замерялась потребляемая мощность, которая не превышала 2 кВт, что соответствовало требованиям, предъявляемым к бетонозаглаживающей машине. Затем бетонозаглаживающая машина работала в эксплуатационных условиях.

В результате проведенной работы установлено, что использование кругового профиля зубьев в зацеплении колес прецессионной передачи позволяет улучшить показатели зацепления и, как следствие, в 4 раза снизить кинематическую погрешность прецессионного редуктора.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Скойбеда, А. Т.** Коническо-цилиндрические прецессионные редукторы / А. Т. Скойбеда, П. Н. Громыко. – Минск : БГПА, 2001. – 187 с.
2. **Хатетовский, С. Н.** Моделирование на ЭВМ сателлитного колеса коническо-цилиндрической прецессионной передачи / С. Н. Хатетовский, П. Н. Громыко // Теория и практика машиностроения. – 2005. – № 1. – С. 21–24.
3. **Добронравов, С. С.** Машины и механизмы для отделочных работ / С. С. Добронравов, Е. П. Парфенов. – М.: Высш. шк., 1989.
4. **Пашкевич, М. Ф.** Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания / М. Ф. Пашкевич, В. В. Герашенко. – Минск : БелНИИТИ, 1992.

Белорусский национальный технический университет  
Белорусско-Российский университет  
Материал поступил 15.01.2007

**A. T. Skoibeda, S. N. Khatetovski, P. N. Gromyko**  
**Improvement of qualitative factors of catching**  
**of precession transmission gears**  
Belarusian National Technical University  
Belarusian-Russian University

PC-designed precession transmission ring gears computers models by means of the methods of subsequent positions makes the effective analysis of the tooth catching to be carried out. It has been found out on the basis of the criterion of maximum contact ratio that the circular-arc form of the generating tooth wheel is the most perspective one.