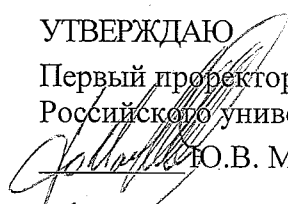


Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор Белорусско-
Российского университета

 А.В. Машин

«20» / 12 2019 г.

Регистрационный № УД-010304/Б.1.В.19.1/р.

СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ

(наименование дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика

Направленность (профиль) Разработка программного обеспечения

Квалификация Бакалавр

	Форма обучения
	Очная
Курс	3
Семестр	5
Лекции, часы	34
Практические занятия, часы	16
Зачёт, семестр	5
Контактная работа по учебным занятиям, часы	50
Самостоятельная работа, часы	58
Всего часов / зачетных единиц	108/ 3

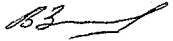
Кафедра-разработчик программы: «Высшая математика»

Составитель: В. Г. Замураев, к. ф.-м. н., доцент

Могилев, 2019

Рабочая программа составлена в соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.04 Прикладная математика № 11 от 10.01.2018 г., учебным планом рег. № 010304-1 от 25.10.2019 г.

Рассмотрена и рекомендована к утверждению кафедрой «Высшая математика»
28.11.2019 г., протокол № 3.

Зав. кафедрой  В.Г. Замураев

Одобрена и рекомендована к утверждению Научно-методическим советом
Белорусско-Российского университета

«18» декабря 2019 г., протокол № 3.

Зам. председателя
Научно-методического совета

 С.А. Сухоцкий

Рецензент:

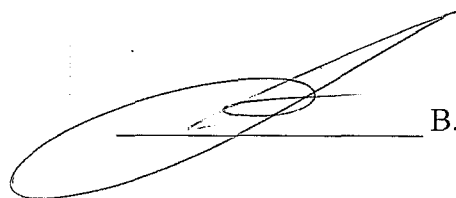
В. И. Зеленков, доцент кафедры высшей математики и математической физики
физического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа согласована:

Ведущий библиотекарь



Начальник учебно-методического
отдела

 В.А. Кемова

1 ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1.1 Цель учебной дисциплины

Целью учебной дисциплины является формирование специалистов, умеющих обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач методы и модели теории случайных процессов.

1.2 Планируемые результаты изучения дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия, методы и модели теории случайных процессов, используемые при изучении других учебных дисциплин и при решении задач, возникающих в профессиональной деятельности;

уметь:

- применять свои знания к решению практических задач;
- пользоваться математической литературой для самостоятельного изучения прикладных вопросов;

владеть:

- математическим аппаратом и навыками моделирования и анализа для задач, возникающих в профессиональной деятельности и решаемых методами теории случайных процессов.

1.3 Место учебной дисциплины в системе подготовки студента

Дисциплина относится к Блоку 1 "Дисциплины (модули)" (часть Блока 1, формируемая участниками образовательных отношений (элективные дисциплины)).

Перечень учебных дисциплин, изучаемых ранее, усвоение которых необходимо для изучения данной дисциплины:

- дискретная математика;
- линейная алгебра;
- математический анализ;
- аналитическая геометрия;
- гармонический анализ;
- обыкновенные дифференциальные уравнения;
- теория вероятностей и случайные процессы;
- дифференциальные уравнения в частных производных;
- математическая статистика;
- теория функций комплексной переменной.

Перечень учебных дисциплин, которые будут опираться на данную дисциплину:

- методы анализа больших данных;
- искусственный интеллект, машинное обучение, нейронные сети.

Кроме того, результаты изучения дисциплины используются в ходе практики и при подготовке выпускной квалификационной работы.

1.4 Требования к освоению учебной дисциплины

Освоение данной учебной дисциплины должно обеспечивать формирование следующих компетенций:

Коды формируемых компетенций	Наименования формируемых компетенций
------------------------------	--------------------------------------

ПК-1	Способен формулировать постановки задач моделирования, осуществлять анализ математических моделей и проверять их корректность
ПК-2	Способен обоснованно выбирать методы решений поставленных математических задач, разрабатывать алгоритмы решений, реализовывать алгоритмы в виде программ, анализировать результаты

2 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Вклад дисциплины в формирование результатов обучения выпускника (компетенций) и достижение обобщенных результатов обучения происходит путём освоения содержания обучения и достижения частных результатов обучения, описанных в данном разделе.

2.1 Содержание учебной дисциплины

Номер тем	Наименование тем	Содержание	Коды формируемых компетенций
1	Основные понятия теории случайных процессов	Определение случайного процесса. Классификация случайных процессов. законы распределения и основные характеристики случайных процессов.	ПК-1, ПК-2
2	Потоки событий. Некоторые свойства потоков Пальма. Потоки Эрланга	Потоки событий. Основные свойства потоков: ординарность, отсутствие последствия, стационарность. Интенсивность потока, пуассоновский поток. Потоки Пальма, их свойства. Потоки Эрланга	ПК-1, ПК-2
3	Предельные теоремы теории потоков	Предельная теорема для суммарного потока. Предельная теорема для редюющих потоков. Применение предельных теорем.	ПК-1, ПК-2
4	Граф состояний. Классификация состояний. Вероятности состояний	Граф состояний. Ориентация графа. Классификация состояний: источник, конечное (поглощающее), соседнее, транзитивное, изолированное состояния. Схема гибели и размножения. Вероятности состояний. Марковский случайный процесс.	ПК-1, ПК-2
5	Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и дискретным временем. Стационарный режим для цепи Маркова	Цепь Маркова. Стохастическая матрица перехода. Однородная цепь. Стационарный режим для цепи Маркова	ПК-1, ПК-2
6	Описание марковского случайного процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова	Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем. Метод анализа и уравнения Колмогорова.	ПК-1, ПК-2

		Размеченный граф состояний.	
7	Однородные марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем	Исследование однородных марковских процессов с дискретными состояниями и непрерывным временем. Применение преобразования Лапласа к решению системы уравнений Колмогорова. Эргодический процесс.	ПК-1, ПК-2
8	Закон распределения и числовые характеристики времени однократного пребывания марковского процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем в произвольном подмножестве состояний	Закон распределения времени однократного пребывания марковского процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем в произвольном подмножестве состояний в случае одного состояния и в случае произвольного незамкнутого множества состояний.	ПК-1, ПК-2
9	Марковский процесс гибели и размножения с непрерывным временем	Определение марковского процесса гибели и размножения с непрерывным временем. Потоки размножения и гибели. Процессы чистого размножения и гибели. Процессы Пуассона. Предельные вероятности состояний. Формулы Эрланга.	ПК-1, ПК-2
10	Закон распределения и числовые характеристики времени нахождения процесса гибели и размножения в произвольном подмножестве состояний. Метод псевдосостояний	Система дифференциальных уравнений для нахождения закона распределения времени нахождения процесса гибели и размножения в произвольном подмножестве состояний. Алгоритм отыскания закона распределения. Числовые характеристики. Метод псевдосостояний	ПК-1, ПК-2
11	Дифференциальные уравнения для характеристик марковского процесса гибели и размножения	Алгоритм отыскания математического ожидания, дисперсии и корреляционной функции марковского процесса гибели и размножения без ограничения на число состояний и при ограниченном числе состояний. Уравнения Колмогорова процесса.	ПК-1, ПК-2
12	Канонические разложения и интегральные канонические представления случайных процессов	Элементарный случайный процесс и его характеристики. Каноническое разложение случайного процесса. Координатные функции. Каноническое разложение корреляционной функции и	ПК-1, ПК-2

		дисперсии. Интегральное каноническое представление, его построение. Нестационарный «белый шум».	
13	Линейные и нелинейные преобразования случайных процессов. Линейная форма векторного случайного процесса. Сложение случайных процессов	Прямая и обратная задачи преобразования. Задача идентификации оператора. Линейное неоднородное преобразование случайного процесса, заданного каноническим разложением. Корреляционная функция и дисперсия. Схема решения задачи линейного преобразования. Нелинейные преобразования. Линейная форма векторного случайного процесса. Сложение случайных процессов	ПК-1, ПК-2
14	Стационарные случайные процессы. Эргодическое свойство	Определение стационарного случайного процесса. Примеры стационарных процессов. Числовые характеристики стационарных процессов. Процессы, стационарные в узком и в широком смысле. Эргодическое свойство. Эргодические стационарные процессы. Стационарный «белый шум». Импульсный дробовой эффект.	ПК-1, ПК-2
15	Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Спектральная плотность	Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Спектральная плотность и её основные свойства. Нормированная спектральная плотность. Элементарный стационарный процесс в комплексной форме, его спектральное разложение и спектральная плотность. Спектральная плотность стационарного белого шума.	ПК-1, ПК-2
16	Линейные преобразования стационарных случайных процессов	Линейное однородное и неоднородное преобразование стационарного случайного процесса. Примеры преобразований: дифференцирование, интегрирование, сумма двух стационарных процессов.	ПК-1, ПК-2
17	Преобразование стационарного случайного процесса стационарной линейной системой	Дифференциальное уравнение стационарной линейной системы. Установившийся режим. Собственные и вынужденные колебания системы. Передаточная и	ПК-1, ПК-2

		весовая функции стационарной линейной системы. Алгоритм решения задачи преобразования стационарного случайного процесса стационарной линейной системой.	
--	--	---	--

2.2 Учебно-методическая карта учебной дисциплины

№ недели	Лекции (наименование тем)	Часы	Практические (семинарские) занятия	Часы	Самостоятельная работа, часы	Форма контроля знаний	Баллы (max)
Модуль 1							
1	1. Основные понятия теории случайных процессов	2			4		
2	2. Потoki событий. Некоторые свойства потоков Пальма. Потoki Эрланга	2	Пр. зан. 1. Основные понятия теории случайных процессов	2	2		
3	3. Предельные теоремы теории потоков	2			4		
4	4. Граф состояний. Классификация состояний. Вероятности состояний	2	Пр. зан. 2. Потoki событий, их свойства и классификация	2	2		
5	5. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и дискретным временем. Стационарный режим для цепи Маркова	2			4		
6	6. Описание марковского случайного процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова	2	Пр. зан. 3. Марковские процессы с дискретными состояниями. Марковские цепи	2	2		
7	7. Однородные марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем	2			4		
8	8. Закон распределения и числовые характеристики времени однократного пребывания марковского процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем в произвольном подмножестве состояний	2	Пр. зан. 4. Марковские процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем	2	7	КР ПКУ	30 30
Модуль 2							
9	9. Марковский процесс гибели и размножения с непрерывным временем	2			4		
10	10. Закон распределения и числовые характеристики времени нахождения процесса гибели и размножения в произвольном подмножестве состояний. Метод псевдосостояний	2	Пр. зан. 5. Марковские процессы гибели и размножения с непрерывным временем	2	2		
11	11. Дифференциальные уравнения для характеристик марковского процесса гибели и размножения	2			4		
12	12. Канонические разложения и интегральные канонические представления случайных процессов	2	Пр. зан. 6. Дифференциальные уравнения для характеристик марковского процесса гибели и размножения	2	2		
13	13. Линейные и нелинейные преобразования случайных процессов. Линейная форма векторного случайного процесса. Сложение случайных процессов	2			4		
14	14. Стационарные случайные процессы. Эргодическое свойство	2	Пр. зан. 7. Преобразования случайных процессов	2	2		
15	15. Спектральное разложение стационарного случайного процесса.	2			4		

	Спектральная плотность						
16	16. Линейные преобразования стационарных случайных процессов	2	Пр. зан. 8. Стационарные случайные процессы	2	7	КР	30
17	17. Преобразование стационарного случайного процесса стационарной линейной системой	2				ПКУ ПА (зачёт)	30 40
	Итого	34		16	58		100

Принятые обозначения:

Текущий контроль –

КР – контрольная работа;

ПКУ – промежуточный контроль успеваемости;

ПА - промежуточная аттестация.

Итоговая оценка определяется как сумма текущего контроля и промежуточной аттестации и соответствует баллам:

Зачет

Оценка	Зачтено	Не зачтено
Баллы	51-100	0-50

3 ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При изучении дисциплины используется модульно-рейтинговая система оценки знаний студентов. Применение форм и методов проведения занятий при изучении различных тем курса представлено в таблице.

№ п/п	Форма проведения занятия	Вид аудиторных занятий	Практические занятия	Всего часов
		Лекции		
1	Традиционные	1-4	1-8	24
2	Мультимедиа	5-17		26
	ИТОГО			50

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

Используемые оценочные средства по учебной дисциплине представлены в таблице и хранятся на кафедре.

№ п/п	Вид оценочных средств	Количество комплектов
1	Вопросы к зачёту	1
2	Билеты к зачёту	1
3	Контрольные задания	2

5 МЕТОДИКА И КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КОМПЕТЕНЦИЙ СТУДЕНТОВ

5.1 Уровни сформированности компетенций

№ п/п	Уровни сформированности компетенции	Содержательное описание уровня	Результаты обучения
	<i>ПК-1. Способен формулировать постановки задач моделирования, осуществлять анализ математических моделей и проверять их корректность</i>		
	<i>ПК-1.9. Способен использовать знание теории случайных процессов при постановке задач моделирования и анализе математических моделей</i>		

1	Пороговый уровень	Способен использовать знание теории случайных процессов при математической постановке типовых задач моделирования	Знает и понимает основные понятия, методы и модели теории случайных процессов, умеет применять свои знания к решению типовых учебных задач, умеет пользоваться справочной литературой, владеет базовым математическим аппаратом
2	Продвинутый уровень	Способен использовать знание теории случайных процессов при математической постановке стандартных задач моделирования и анализе математических моделей	Умеет применять свои знания к решению стандартных учебных задач, умеет пользоваться математической литературой для самостоятельного изучения прикладных вопросов, владеет математическим аппаратом и навыками моделирования и анализа
3	Высокий уровень	Способен использовать знание теории случайных процессов при формулировке содержательной, концептуальной и математической постановки сложных задач моделирования и при анализе математических моделей	Умеет применять свои знания к решению нестандартных задач, способен оценивать результаты и развивать вероятностные методы и модели
<i>ПК-2. Способен обоснованно выбирать методы решений поставленных математических задач, разрабатывать алгоритмы решений, реализовывать алгоритмы в виде программ, анализировать результаты</i>			
<i>ПК-2.15 Способен применять знание теории случайных процессов при выборе аналитических или алгоритмических методов решений задач, осуществлять поиск решений, анализировать результаты</i>			
1	Пороговый уровень	Способен применять знание теории случайных процессов при выборе методов решений типовых задач, осуществлять поиск решений	Знает и понимает основные понятия, методы и модели теории случайных процессов, умеет применять свои знания к решению типовых учебных задач,

			умеет пользоваться справочной литературой, владеет базовым математическим аппаратом
2	Продвинутый уровень	Способен применять знание теории случайных процессов при выборе методов решений стандартных задач, осуществлять поиск решений, анализировать результаты	Умеет применять свои знания к решению стандартных учебных задач, умеет пользоваться математической литературой для самостоятельного изучения прикладных вопросов, владеет математическим аппаратом и навыками моделирования и анализа
3	Высокий уровень	Способен применять знание теории случайных процессов при выборе методов решений сложных задач, осуществлять поиск решений, анализировать результаты	Умеет применять свои знания к решению нестандартных задач, способен оценивать результаты и развивать вероятностные методы и модели

5.2 Методика оценки знаний, умений и навыков студентов

Результаты обучения	Оценочные средства
<i>ПК-1. Способен формулировать постановки задач моделирования, осуществлять анализ математических моделей и проверять их корректность</i>	
Знает и понимает основные понятия, методы и модели теории случайных процессов, умеет применять свои знания к решению типовых учебных задач, умеет пользоваться справочной литературой, владеет базовым математическим аппаратом	Вопросы к зачёту Билеты к зачёту Контрольные задания
Умеет применять свои знания к решению стандартных учебных задач, умеет пользоваться математической литературой для самостоятельного изучения прикладных вопросов, владеет математическим аппаратом и навыками моделирования и анализа	Вопросы к зачёту Билеты к зачёту Контрольные задания
Умеет применять свои знания к решению нестандартных задач, способен оценивать результаты и развивать вероятностные методы и модели	Вопросы к зачёту Билеты к зачёту Контрольные задания
<i>ПК-2. Способен обоснованно выбирать методы решений поставленных</i>	

<i>математических задач, разрабатывать алгоритмы решений, реализовывать алгоритмы в виде программ, анализировать результаты</i>	
Знает и понимает основные понятия, методы и модели теории случайных процессов, умеет применять свои знания к решению типовых учебных задач, умеет пользоваться справочной литературой, владеет базовым математическим аппаратом	Вопросы к зачёту Билеты к зачёту Контрольные задания
Умеет применять свои знания к решению стандартных учебных задач, умеет пользоваться математической литературой для самостоятельного изучения прикладных вопросов, владеет математическим аппаратом и навыками моделирования и анализа	Вопросы к зачёту Билеты к зачёту Контрольные задания
Умеет применять свои знания к решению нестандартных задач, способен оценивать результаты и развивать вероятностные методы и модели	Вопросы к зачёту Билеты к зачёту Контрольные задания

5.3 Критерии оценки практических занятий

Каждая из двух контрольных работ оценивается от 0 до 30 баллов. Количество баллов, полученных студентом за контрольную работу, равно сумме баллов за каждое задание работы.

5.4 Критерии оценки экзамена

На экзамене за ответ на теоретические вопросы и решение задач возможно максимально набрать 40 баллов.

Критерий оценки ответа на теоретический вопрос или решения задачи на экзамене.

0–1 балл – полное отсутствие знаний по теоретическому вопросу; отсутствие навыков решения задачи даже под руководством преподавателя.

2–3 балла – фрагментарные знания теоретического вопроса в объеме учебной программы, незнание используемой в вопросе терминологии, грубые ошибки в рассуждениях или в решении задачи; неуверенное решение задачи под руководством преподавателя.

4–5 баллов – неуверенное знание теоретического вопроса в объеме учебной программы, используемой в вопросе терминологии; уверенное решение задачи под руководством преподавателя.

6–8 баллов – знание теоретического вопроса в объеме учебной программы при наличии незначительных ошибок в используемых формулах, формулировках и определениях, которые сам студент исправляет в процессе ответа; уверенное самостоятельное решение задачи при наличии незначительных арифметических ошибок.

9–10 баллов – уверенное знание теоретического вопроса в объеме учебной программы и уверенное знание используемой в вопросе терминологии; уверенное самостоятельное решение задачи и уверенное знание используемой в задаче терминологии.

6 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Самостоятельная работа студентов (СРС) направлена на закрепление и углубление освоения учебного материала, развитие практических умений. СРС включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- чтение текста (учебника, дополнительной литературы);
- конспектирование;
- решение задач и упражнений по образцу;
- работа со справочной литературой;
- ответы на контрольные вопросы;
- подготовка к аудиторным занятиям;
- подготовка к экзамену;
- подготовка к предметным и межпредметным олимпиадам.

Перечень контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы студентов приведен в приложении и хранится на кафедре.

Для СРС рекомендуется использовать источники, приведенные в п. 7.

7 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Основная литература

№ п/п	Библиографическое описание	Гриф	Количество экземпляров
1	Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: Учебное пособие / Сапожников П.Н., Макаров А.А., Радионова М.В. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60х90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (П) ISBN 978-5-906818-47-8 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/548242	Допущено НМС по математике Минобрнауки РФ в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям подготовки: 01.03.04, 01.04.04 «Прикладная математика» (квалификация «Бакалавры», «Магистры» соответственно), 38.03.01, 38.04.01 «Экономика» (квалификация «Бакалавры», «Магистры» соответственно)	ЭБС http://znanium.co
2	Программная инженерия информационно-управляющих систем в свете прикладной теории случайных процессов : учеб. пособие / В.М. Трояновский. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 325 с. + Доп. материалы [Электронный ресурс; Режим доступа: http://www.znanium.com]	Нет	ЭБС http://znanium.com

7.2 Дополнительная литература

№ п/п	Библиографическое описание	Гриф	Количество экземпляров
1	Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы: Учебник / Кацман Ю.Я. - Томск:Изд-во Томского политех. университета, 2013. - 131 с.: ISBN 978-5-4387-0173-6 - Режим доступа: http://znanium.com/catalog/product/673043	Нет	ЭБС http://znanium.com

7.3 Перечень ресурсов сети Интернет по изучаемой дисциплине

<http://biblio.bru.by/>, <http://znanium.com>

7.4 Перечень наглядных и других пособий, методических рекомендаций по проведению учебных занятий, а также методических материалов к используемым в образовательном процессе техническим средствам

7.4.1 Методические рекомендации

1. В. Г. Замураев. Случайные процессы. Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов направления подготовки 01.03.04 «Прикладная математика» дневной формы обучения. Могилев: Белорусско-Российский университет (электронный вариант).

7.4.2 Информационные технологии

Тема 5. Марковские случайные процессы с дискретными состояниями и дискретным временем. Стационарный режим для цепи Маркова

Тема 6. Описание марковского случайного процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем. Уравнения Колмогорова

Тема 7. Однородные марковские случайные процессы с дискретными состояниями и непрерывным временем

Тема 8. Закон распределения и числовые характеристики времени однократного пребывания марковского процесса с дискретными состояниями и непрерывным временем в произвольном подмножестве состояний

Тема 9. Марковский процесс гибели и размножения с непрерывным временем

Тема 10. Закон распределения и числовые характеристики времени нахождения процесса гибели и размножения в произвольном подмножестве состояний. Метод псевдосостояний

Тема 11. Дифференциальные уравнения для характеристик марковского процесса гибели и размножения

Тема 12. Канонические разложения и интегральные канонические представления случайных процессов

Тема 13. Линейные и нелинейные преобразования случайных процессов. Линейная форма векторного случайного процесса. Сложение случайных процессов

Тема 14. Стационарные случайные процессы. Эргодическое свойство

Тема 15. Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Спектральная плотность

Тема 16. Линейные преобразования стационарных случайных процессов

Тема 17. Преобразование стационарного случайного процесса стационарной линейной системой

7.4.3 Перечень программного обеспечения, используемого в образовательном процессе

Acrobat Reader DC, Apache OpenOffice (свободное программное обеспечение)

8 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины содержится в паспорте лаборатории ауд. 405, рег. номер ПУЛ 4 535-405/1-19.