УДК 629.114.2

## И. С. Сазонов, д-р техн. наук, проф., Ю. Е. Атаманов, канд. техн. наук, доц., С. Н. Турлай, канд. техн. наук

## КИНЕМАТИКА ЧЕТЫРЕХЗВЕННОЙ РУЛЕВОЙ ТРАПЕЦИИ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЕЕ ПАРАМЕТРОВ

В работе рассмотрена кинематика четырехзвенной рулевой трапеции. Предложены аналитические зависимости, позволяющие определять действительные углы поворота управляемых колес трактора при заданных параметрах рулевой трапеции как плоского механизма. Показано, что для лучшего согласования кинематики действительной рулевой трапеции с идеальной, целесообразнее изменять углы установки поворотных рычагов, а не изменять длину рычагов при заданных углах их установки. Используя метод золотого сечения, найдены оптимальные углы установки поворотных рычагов, которые обеспечивают наименьшую погрешность действительной рулевой трапеции по сравнению с идеальной трапецией.

При криволинейном движении все колеса трактора катятся с единым мгновенным центром поворота даже при нарушении кинематики поворота управляемых колес. Такое «согласование» кинематики поворота трактора и кинематики поворота управляемых колес происходит за счет боковой деформации шин и в некоторых случаях бокового скольжения передних или задних колес. Скользят обычно колеса, имеющие меньшую нормальную нагрузку или находящиеся в худших условиях по сцеплению. Деформация шин и боковое скольжение колес приводит к увеличению силы сопротивления качению, повышенному износу шин и увеличенному расходу топлива при совершении поворота. В [1] показано, как важно согласование кинематики поворота трактора и его рулевой трапеции.

Как известно, при криволинейном движении управляемые колеса трактора должны поворачиваться на разные углы. Поворот управляемых колес трактора на разные углы и согласование углов их поворота с кинематикой поворота трактора осуществляется с некоторой погрешностью рулевой трапецией. Четырехзвенная рулевая трапеция включает в себя балку управляемого моста 1, наклонные поворотные рычаги 2 и поперечную тягу 3 (рис. 1).

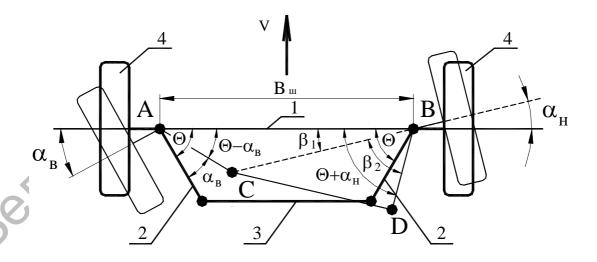


Рис. 1. Расчетная схема четырехзвенной рулевой трапеции

Найдем зависимость между углами поворота управляемых колес, при которой обеспечивается качение передних управляемых колес на повороте без бокового скольжения (теоретические углы поворота). Для этого обратимся к расчетной схеме поворота трактора, представленной на рис. 2. Приняты следующие обозначения:  $B_{\rm III}$  — шарнирная база; L — база трактора;  $R_{\rm T}$  — теоретический (без учета увода шин) радиус поворота. Из прямоугольного треугольника  $ECO_{\rm T}$  следует

$$tg\alpha_{\rm HT} = \frac{L}{R_{\rm\scriptscriptstyle T} + 0.5B_{\rm\scriptscriptstyle III}} \,.$$

Откуда

$$\alpha_{\rm HT} = \arctan \frac{L}{R_{\rm\scriptscriptstyle T} + 0.5B_{\rm\scriptscriptstyle HI}}.$$
 (1)

A из прямоугольного треугольника  $FDO_{\scriptscriptstyle T}$  следует

$$tg \alpha_{BT} = \frac{L}{R_T - 0.5B_{III}}.$$

Тогда

$$\alpha_{\rm BT} = \arctan \frac{L}{R_{\rm T} - 0.5B_{\rm III}}.$$
 (2)

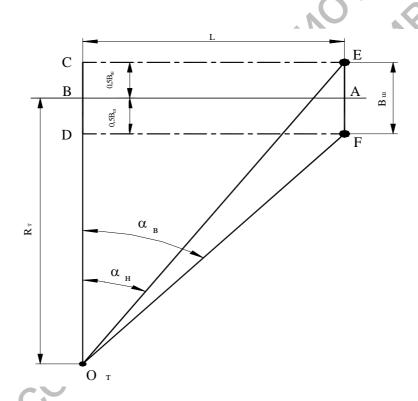


Рис. 2. Схема движения трактора на повороте

Выражения (1) и (2) позволяют определить теоретические углы поворота управляемых колес при известных параметрах трактора и рулевой трапеции L и  $B_{\rm m}$ , при которых управляемые колеса будут катиться без бокового скольжения.

Теперь, воспользовавшись расчетной схемой четырехзвенной рулевой трапеции (см. рис. 1), найдем действитель-

ные углы поворота управляемых колес при выбранных параметрах рулевой трапеции (шарнирной базе  $B_{\rm m}$ , длине поворотных рычагов  $l_p$ , угле установки поворотных рычагов  $\theta$ ).

Предположим, что внутреннее управляемое колесо повернулось на угол  $\alpha_B$  и рулевая трапеция заняла некоторое положение ABCD, показанное на рис. 1

тонкими линиями. Соединив прямой точки С и В, получим два треугольника ACB и CDB. Обозначим угол ABC через  $\beta_1$ , а угол CBD через  $\beta_2$ .

Из расчетной схемы видно, что

$$\theta + \alpha_{\rm H} = \beta_1 + \beta_2$$
,

т. е., найдя углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , можно при известном угле наклона поворотных рычагов  $\theta$  определить угол поворота наружного управляемого колеса

$$\alpha_{\rm H} = \beta_1 + \beta_2 - \theta \,. \tag{3}$$

Неизвестные углы  $\beta_1$  и  $\beta_2$  найдем следующим образом. В треугольнике АСВ известны две стороны АС =  $l_p$  и АВ =  $B_{\text{III}}$ , а также угол между ними  $\angle$ CAB =  $\theta - \alpha_{\text{в}}$ . Третью его сторону ВС найдем, воспользовавшись теоремой косинусов:

$$\begin{split} BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos(\theta - \alpha_{_B})} = \\ = \sqrt{B_{_{III}}^2 + l_p^2 - 2B_{_{III}} \cdot l_p \cdot \cos(\theta - \alpha_{_B})}. \end{split}$$

Интересующий нас угол  $\beta_1$  определим по теореме синусов:

$$\frac{AC}{\sin \beta_1} = \frac{BC}{\sin(\theta - \alpha_{_B})}.$$

Откуда искомый угол  $\beta_1$  будет равен:

$$\begin{split} \beta_1 &= \arcsin\frac{Ac}{BC}\sin(\theta - \alpha_{_B}) = \\ &= \arcsin\frac{l_p\sin(\theta - \alpha_{_B})}{\sqrt{B_{_{III}}^2 + l_p^2 - 2B_{_{III}}l_p\cos(\theta - \alpha_{_B})}}. \ (4) \end{split}$$

Теперь обратимся ко второму треугольнику CDB, в котором известны три стороны: BC, BD =  $l_p$  и CD – длина поперечной тяги, которую определим из трапеции ABCD при прямолинейном движении трактора CD =  $B_k - 2l_p \cos \theta$ .

Воспользовавшись теоремой косинусов, запишем

$$CD^{2} = BC^{2} + BD^{2} - 2 \cdot BC \cdot BD \cdot \cos \beta_{2},$$

где 
$$BD = AC = l_p$$
.

Откуда находим искомый угол β2:

$$\begin{split} \beta_{2} &= \arccos \frac{BC^{2} + BD^{2} - CD^{2}}{2 \cdot BC \cdot BD} = \\ &= \arccos \frac{l_{p}(1 - 2\cos^{2}\theta) + B_{\kappa}[\cos\theta - \cos(\theta - a_{_{B}})]}{\sqrt{B_{_{II}}^{2} + l_{_{p}}^{2} - 2 \cdot B_{_{II}} \cdot l_{_{p}} \cdot \cos(\theta - \alpha_{_{B}})}}.(5) \end{split}$$

Подставив соотношения (4) и (5) в выражение (3), получим формулу для определения угла поворота наружного управляемого колеса:

$$\alpha_{_{\mathrm{H}}} = \arcsin \frac{l_{_{p}} \sin(\theta - \alpha_{_{B}})}{B_{_{\mathrm{H}}}^{2} + l_{_{p}}^{2} - 2 \cdot B_{_{\mathrm{H}}} \cdot l_{_{p}} \cdot \cos(\theta - \alpha_{_{B}})} + \\
+ \arccos \frac{l_{_{p}} (1 - 2\cos^{2}\theta) + B_{_{K}} [\cos\theta - \cos(\theta - a_{_{B}})]}{\sqrt{B_{_{\mathrm{H}}}^{2} + l_{_{p}}^{2} - 2 \cdot B_{_{\mathrm{H}}} \cdot l_{_{p}} \cdot \cos(\theta - \alpha_{_{B}})}} - \theta. (6)$$

Анализ выражения (6) показывает, что угол поворота наружного управляемого колеса зависит не только от угла поворота внутреннего управляемого колеса, но и от параметров рулевой трапеции: шкворневой базы, длины поворотных рычагов и угла установки поворотных рычагов. Если в формулу (6) подставить угол поворота внутреннего колеса по выражению (2), то заметим, что угол поворота наружного управляемого колеса зависит также от базы трактора и радиуса его поворота. Следовательно, углы поворота управляемых колес для обеспечения их качения на повороте без бокового скольжения должны согласованы с параметрами рулевой трапеции и трактора.

Уравнение (3) можно записать в другом виде:

$$\beta_1 + \beta_2 - \alpha_H - \theta = 0. \tag{7}$$

Подставив в это уравнение значения углов  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  и  $\alpha_{\rm H}$  соответственно по выражениям (4), (5) и (6), получим трансцендентное уравнение, которое позволит решить две задачи.

Первая, при известных параметрах трактора, шарнирной базе и длине поворотных рычагов определить угол уста-

новки поворотных рычагов для обеспечения поворота управляемых колес на заданные углы.

Вторая, при известных параметрах трактора, шарнирной базе и углах установки поворотных рычагов определить длину поворотного рычага, обеспечивающую поворот управляемых колес на заданные углы.

Однако это не означает, что определенные таким образом параметры рулевой трапеции обеспечат согласование кинематики рулевой трапеции и кинематики трактора во всем диапазоне поворота управляемых колес (согласование кинематики рулевой трапеции и кинематики поворота трактора будет обеспечено только для данных углов поворота управляемых колес).

Нами были проведены исследования влияния угла установки поворотных рычагов и их длины на согласование кинематики рулевой трапеции и кинематики поворота трактора. Результаты исследований показали незначительное влияние на кинематику рулевой трапеции изменения в широких пределах (в 2 раза) длины поворотных рычагов. Возможно и изменение двух параметров рулевой трапеции (углов установки поворотных рычагов и их длины). Однако последнее потребует, кроме изменения углов установки поворотных рычагов, незначительного изменения их длины, что не всегда целесообразно. Поэтому для согласования кинематики рулевой трапеции и кинематики поворота трактора целесообразнее изменять угол установки поворотных рычагов при заданной их длине, а не изменять длину поворотных рычагов при заданном угле их установки.

Выполним исследование кинематики рулевой трапеции по полученным в данной работе выражениям применительно к трактору тягового класса 1,4 предполагая, что на нем установлена четырехзвенная рулевая трапеция. Трактор и его рулевая трапеция имеют следующие параметры: эксплуатационная масса трактора 4840 кг; масса, приходящаяся на передний мост 1700 кг; база трактора

2,37 м; ширина колеи 1,4 м; шарнирная база 1,095 м; длина поворотного рычага 0,21 м; угол установки поворотных рычагов 70 град; плечо обката 0,057 м.

На рис. 3 представлена зависимость действительного угла поворота наружного управляемого колеса от угла поворота внутреннего колеса при указанных выше параметрах трактора и рулевой трапеции, а на рис. 4 – отклонение действительного угла поворота наружного управляемого колеса от теоретического угла его поворота (погрешность поворота наружного колеса) от угла поворота внутреннего управляемого колеса.

Анализ полученных результатов показывает, что в диапазоне поворота внутреннего управляемого колеса от 0 до 200 наружное управляемое колесо поворачивается на угол несколько больший, чем теоретический. При дальнейшем увеличении угла поворота внутреннего колеса наружное управляемое колесо начинает поворачиваться на угол, меньше теоретического. Причем отклонение угла поворота наружного управляемого колеса в меньшую сторону от теоретического значения увеличивается с увеличением угла поворота внутреннего управляемого колеса и достигает почти 40 при максимальных углах поворота управляемых колес. Следовательно, при повороте управляемых колес на максимальные углы наблюдается наибольшее несоответствие кинематики рулевой трапеции и кинематики поворота трактора.

Исследуем влияние угла установки поворотных рычагов на кинематику рулевой трапеции. Для этого выполним расчеты кинематики рулевой трапеции при различных углах установки поворотных рычагов от 65 до  $80^{0}$ . Результаты расчетов представлены на рис. 5.

Из рис. 5 видно, что сумма квадратов отклонений  $\Sigma\Delta^2$  действительных углов поворота управляемых колес от теоретических уменьшается с увеличением угла установки поворотных рычагов от 65 до  $74^0$  и увеличивается при изменении угла установки поворотных рычагов от

74 до  $80^{0}$ . Такой характер изменения погрешности от угла установки поворотных рычагов говорит о том, что при некотором угле установки имеется оптимальный угол установки поворотных рычагов, при котором сумма квадратов отклонений действительных углов поворота управляемых колес наименьшая. При оптимальном угле установки поворотных рычагов - наилучшее согласование кинематики рулевой трапеции и кинематики поворота трактора. В наших исследованиях оптимальный угол установки рулевых рычагов находился методом золотого сечения и составил для трактора с указанными выше параметрами  $74.896^0 \approx 75^0$ .

Дальнейшие исследования кинематики рулевой трапеции были выполнены для рулевой трапеции с оптимальным углом установки поворотных рычагов. Результаты представлены на рис. 6 и 7.

Анализ кинематики рулевой трапеции с оптимальными углами установки поворотных рычагов показывает, что в данном случае наружное управляемое колесо поворачивается на угол, больше теоретического, до угла поворота, равного 43<sup>0</sup>, внутреннего колеса, т. е. почти до максимальных углов поворота управляемых колес.

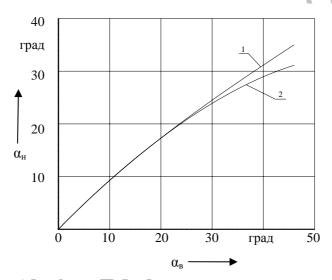


Рис. 3. Зависимость действительного угла поворота наружного управляемого колеса от угла поворота внутреннего колеса: 1 – теоретическая зависимость; 2 – действительная зависимость

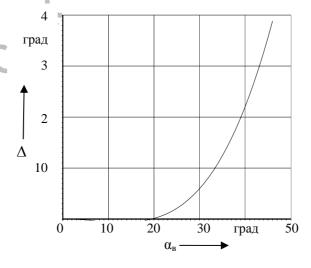


Рис. 4. Зависимость погрешности поворота наружного колеса от угла поворота внутреннего колеса

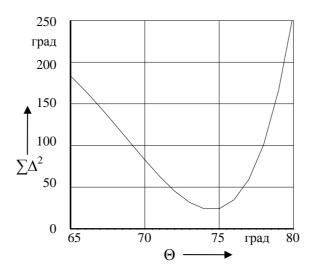


Рис. 5. Изменение суммы квадратов погрешности отклонения действительных углов поворота управляемых колес от угла установки поворотных рычагов

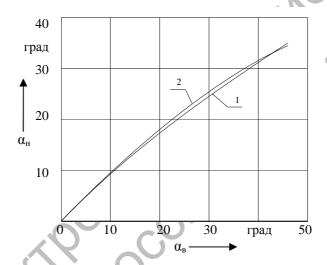


Рис. 6. Зависимость действительного угла поворота наружного управляемого колеса от угла поворота внутреннего колеса при оптимальном угле установки поворотных рычагов: 1 – теоретическая зависимость; 2 – действительная зависимость

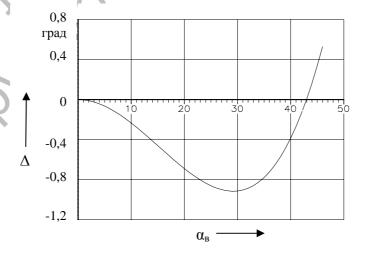


Рис. 7. Зависимость погрешности поворота наружного колеса от угла поворота внутреннего колеса при оптимальном угле установки поворотных рычагов

Однако указанная максимальная погрешность поворота наружного колеса в большую сторону по сравнению с теоретическим углом поворота не превышает 0,920 при повороте внутреннего колеса на угол 29<sup>0</sup>. При остальных значениях угла поворота внутреннего колеса погрешность в повороте наружного колеса меньше максимальной погрешности. Поворот наружного управляемого колеса на угол, больший, чем теоретический, приводит к уменьшению радиуса поворота трактора. При повороте внутреннего управляемого колеса на угол, больше 43<sup>0</sup> (оптимальная рулевая трапеция), наружное управляемое колесо начинает поворачиваться на угол, меньший, чем теоретический, и при максимальных углах поворота управляемых колес погрешность поворота наружного управляемого колеса

составляет  $0.53^{0}$  (при серийной  $-3.9^{0}$ ). Таким образом, при оптимальной рулевой трапеции погрешность в повороте наружного управляемого колеса во всем диапазоне изменения углов поворота управляемых колес не превышает  $0.92^{0}$ , в то время как при серийной рулевой трапеции  $-3.9^{0}$ . Уменьшение погрешности в повороте управляемых колес способствует уменьшению сопротивления движению трактора на повороте, износа шин, расхода топлива и уменьшению радиуса поворота трактора.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сазонов, И. С. Кинематика поворота колесного трактора с реальной рулевой трапецией / И. С. Сазонов, Ю. Е. Атаманов, С. Н. Турлай // Вестн. МГТУ. Транспортные и строительные машины. -2003. -№ 2. -C. 134–142.

Белорусско-Российский университет Материал поступил 21.12.2006

I. S. Sazonov, Yu. E. Atomanov, S. M Turlai Kinematics of a four-link steering trapezium and prognostication of its parameters Belarusian-Russian University

The paper looks at the kinematics of a four-link steering trapezium. Analytical dependences enabling to determine actual Owing angles of tractor driven wheels with given parameters of the steering trapezium as a flat mechanism are given here. It is shown that for better matching of the kinematics of the actual steering trapezium with that of the ideal one it is advisable that the length of cross-steering levers under given angles of their mounting remain unchanged but the angles of mounting levers be changed. Using the method of the golden section we have found optimum angles of mounting cross-steering levers, which provides the least error of the actual steering trapezium compared with the ideal one.