

Ю. А. МЕЛЬНИК, * А. В. МЕЛЬНИК

* «ВОСТОЧНОЕВРОПЕЙСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. Л. Украинки»

Луцк, Украина

По своему характеру фрактальная размерность связана не с топологией, а с метрикой, т. е. способом построения множества. Неформальное объяснение заключается в том, что для каждого целого числа γ D -мерный куб можно замостить $N = \gamma^D$ кубиками, подобному данному с коэффициентом самоподобия $\gamma(W) = \gamma^{-1}$.

Расчет фрактальной размерности ЦММР методами покрытия – предлагаются следующие алгоритмы.

Изолинейный алгоритм. Пусть исследуемая поверхность Ω задана ЦММР (в узлах регулярной сетки заданы аппликаты микрорельефа). Производится выбор некоторых множеств (базовых покрытий) микрорельефа поверхности. Для упрощения алгоритма в качестве базового множества взят квадрат со стороной r . Базовые покрытия – это квадраты, длина сторон которых равна $8r, 4r, 2r, r$ и $r/2$ (рис. 1). На основе ЦММР строится карта изолиний микрорельефа с шагом r по оси Z . Для каждого базового покрытия “методом палетки” производится последовательный подсчет площади территории, образованной каждой изолинией. Суммируются все площади территорий для каждой изолинии и для каждого покрытия.

Имея набор базовых покрытий и, соответственно им площадь территории для каждой изолинии, строится графическая зависимость в дважды логарифмическом масштабе (по одной оси откладываются $\ln S$, а по второй – $\ln r$). Через полученное множество точек проводится прямая наилучшего приближения, вычисляется угловой коэффициент этой прямой, и определяется фрактальная размерность каждой изолинии. На основе фрактальных размерностей изолиний ЦММР отыскивается усредненное значение фрактальной размерности ЦММР: $D = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i + 1$.

Второй алгоритм подобен первому с тем отличием, что отыскивается не площадь территорий, образованных изолиниями, а непосредственно площадь поверхности ЦММР.

Пусть исследуемая поверхность Ω задана ЦММР (в узлах регулярной сетки заданы аппликаты микрорельефа). Производится выбор некоторых множеств (базовых покрытий) микрорельефа поверхности. Для упрощения алгоритма в качестве базового множества взят квадрат со стороной r . Базовые покрытия – это квадраты, длина сторон которых равна $8r, 4r, 2r, r$ и

$r/2$ (рис. 1). Для каждого базового покрытия производится последовательный подсчет площади поверхности ЦММР. Просматривается каждая клетка равномерной сетки аппликата в отдельности и определяется интерполированием аппликата z для точки, лежащей на пересечении диагоналей клетки равномерной сетки.

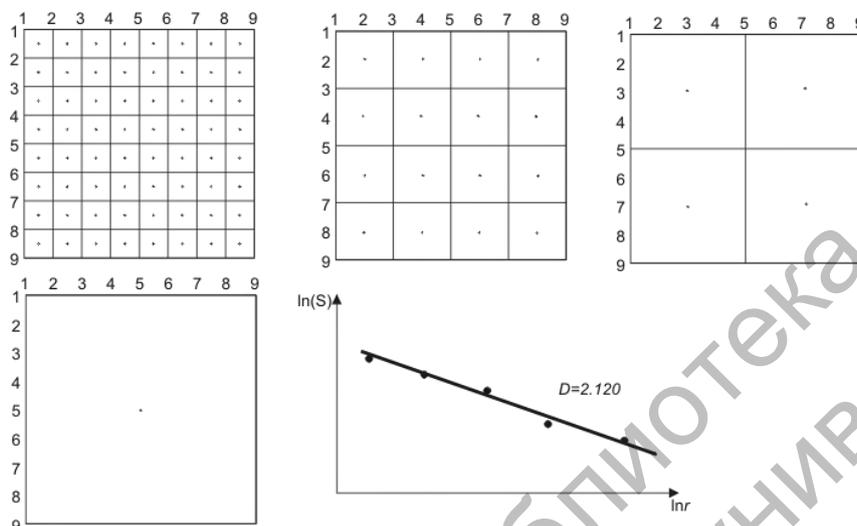


Рис. 1. Иллюстрация поэтапного разбиения поверхности ЦММР для определения фрактальной размерности методами покрытия

Вычисляется площадь площадей четырех треугольников, образованных на данной клетке равномерной сетки, через пространственные координаты точек регулярной сетки и средней точки клетки. Просуммировав все площади треугольников по каждой клетке регулярной сетки, определяется площадь поверхности ЦММР. Имея набор длин базовых покрытий и, соответственно им площадь поверхности, строится графическая зависимость в дважды логарифмическом масштабе по одной оси откладываются $\ln S$, а по второй – $\ln r$. Через полученное множество точек проводится прямая наилучшего приближения, вычисляется угловой коэффициент этой прямой, и определяется фрактальная размерность исследуемой поверхности.

Возможная модификация данного алгоритма состоит в заполнении "рельефного" объема поверхности кубами, длина ребер которых равна 4ε , 2ε , ε , $\varepsilon/2$ с последовательным подсчетом количества кубов $N(\varepsilon)$ со стороной ε , которая повторяется для всех базовых покрытий, в том числе и для проинтерполированной более густой сетки с ребром $\varepsilon/2$. Имея набор длин ребер покрытий и соответственно им количество этих покрытий, строится график зависимости $\ln(N(\varepsilon)) - \ln(\varepsilon)$.