УДК 004.8

МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССОМ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ НА ОСНОВАНИИ ПРИНЦИПА ОПТИМАЛЬНОСТИ БЕЛЛМАНА

Е. М. БОРЧИК, А. И. ЯКИМОВ
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Могилев, Беларусь

Пусть технологический процесс (ТП) производства готовой продукции (тканей) $TexPr$ состоит из N технологических операций:

$$TexPr = \{Op_i \mid i = 1, ..., N\}. \qquad (1)$$

Каждая из технологических операций Op_i (1) допускает выбор одного из M_i допустимых технологических режимов (ТР) $TR_{i\,\xi_{ik}\,k}$ обработки продукции, производимой на одном из определенных видов оборудования, $\xi_{ik} \in 1, ..., |\xi|$ – код оборудования из справочника:

$$Op_i = \{TR_{i\,\xi_{ik}\,k} \mid k = 1, ..., M_i\}, \; i = 1, ..., N. \qquad (2)$$

Операции Op_i, $i = 1, ..., N$ ТП (1) выполняются последовательно. Себестоимости ТР складываются из стоимостей применяемых ресурсов.

Задача определения оптимального сочетания ТР (2) технологического процесса (1) в разрезе стоимости ресурсов и/или временных затрат, необходимых для выпуска определенного количества продукции, может быть решена с использованием потокового программирования, как задача определения кратчайшего/критического пути, или минимальной/максимальной стоимости расхода ресурсов/времени.

При этом ТП представляется графом, вершинами которого являются ТР; нагрузки на ребрах интерпретируются как временные затраты, либо стоимости затрат ресурсов на выпуск заданного количества (1000 метров погонных) продукции (ткани) на соответствующем оборудовании.

При построении графа ТП (1) разделяется на N этапов (операций). Исток графа имеет номер 0 и представляет собой нулевой этап ТП (1). Каждый последующий этап при построении графа располагается правее предыдущего. Вершины графа одного и того же этапа располагаются по одной вертикали. Нумерация вершин производится последовательно от 0 (исток) до $\sum_{i=1}^{N} M_i$ (сток). Вершины соединяются ребрами в соответствии с последовательностью выполняемых операций.

Обозначим через τ_{uv} нагрузку на ребро, исходящее из вершины с номером $u \in \{\sum_{j=0}^{i-1} M_j + 1, ..., \sum_{j=0}^{i} M_j \mid M_0 = 0\}$, $(i-1)$-й этап ТП (1) и входящее в вершину с номером $v \in \{\sum_{j=0}^{i} M_j + 1, ..., \sum_{j=0}^{i+1} M_j \mid M_0 = 0\}$, i-й этап ТП (1), $i = 1, ..., N$.

В общем случае одним из методов решения задачи определения оптимального сочетания ТР (2) для ТП (1) является метод динамического программирования, основанный на принципе Р. Беллмана:

$$\tau_v = \min_u (\max)\{\tau_u + \tau_{uv}\},\ \tau_0 = 0, \tag{3}$$

В силу специфики интерпретации нагрузок на ребрах графа $\tau_{uv} \in R$ для ТП (1) имеют место следующие соотношения и утверждения:

$$(\forall u \in 0,\dots,N)(\forall v_1, v_2 \in 0,\dots,N)[\tau_{uv_1} = \tau_{uv_2}], \tag{4}$$

Утверждение 1. Пусть для $\tau_{uv} \in R$ имеют место соотношения вида (4), тогда для рассматриваемой задачи функциональное уравнение Р. Беллмана (3) для $i = 1,\dots,N$, $v = \sum_{j=0}^{i} M_j + 1, \dots, \sum_{j=0}^{i+1} M_j$ принимает вид:

$$\tau_v = L_{i-1} + \min_{u=\sum_{j=0}^{i-1} M_j + 1, \dots, \sum_{j=0}^{i} M_j} (\max) \{\tau_{uv}\} = L_i,\ \tau_0 = 0,\ L_0 = 0,\ M_0 = 0. \tag{5}$$

Утверждение 2. Пусть для $\tau_{uv} = (\tau_{uv}^{(1)}, \tau_{uv}^{(2)}) \in R^2$ верны соотношения:

$$(\forall u \in 0,\dots,N)(\forall v_1, v_2 \in 0,\dots,N)[(\tau_{uv_1}^{(1)} = \tau_{uv_2}^{(1)}) \wedge (\tau_{uv_1}^{(2)} = \tau_{uv_2}^{(2)}) \Leftrightarrow (\tau_{uv_1} = \tau_{uv_2})], \tag{6}$$

тогда для рассматриваемой задачи из уравнения Р. Беллмана (3) следует:

$$\tau_v = \begin{cases} \left. \begin{cases} \left. \begin{pmatrix} L_{(i-1)1} + \min\limits_{u=\sum_{j=0}^{i-1} M_j + 1, \dots, \sum_{j=0}^{i} M_j} (\max) \{\tau_{uv}^{(1)}\} \\ L_{(i-1)2} + \min(\max) \left\{ \tau_{u_i v}^{(2)} \middle| \tau_{u_i v}^{(1)} = \min\limits_{u=\sum_{j=0}^{i-1} M_j + 1, \dots, \sum_{j=0}^{i} M_j} (\max) \{\tau_{uv}^{(2)}\} \right\} \end{pmatrix} \right| cRT = 1, \\ \left. \begin{pmatrix} L_{(i-1)1} + \min(\max) \left\{ \tau_{u_i v}^{(1)} \middle| \tau_{u_i v}^{(2)} = \min\limits_{u=\sum_{j=0}^{i-1} M_j + 1, \dots, \sum_{j=0}^{i} M_j} (\max) \{\tau_{uv}^{(1)}\} \right\} \\ L_{(i-1)2} + \min\limits_{u=\sum_{j=0}^{i-1} M_j + 1, \dots, \sum_{j=0}^{i} M_j} (\max) \{\tau_{uv}^{(2)}\} \end{pmatrix} \right| cRT = 2 \end{cases} \right| Case\_Op_i = 0, \\ \left. \begin{pmatrix} L_{(i-1)1} + \tau_{u_{i0} v}^{(1)} \\ L_{(i-1)2} + \tau_{u_{i0} v}^{(2)} \end{pmatrix} \right| Case\_Op_i = 1,\ u_{i0} \in \left\{ \sum_{j=0}^{i-1} M_j + 1, \dots, \sum_{j=0}^{i} M_j \right\} \end{cases}$$

$\tau_v = L_i = (L_{i1} \quad L_{i2})^T$, $\tau_0 = L_0 = (0 \quad 0)^T$, $M_0 = 0$, $v = \sum_{j=0}^{i} M_j + 1, \dots, \sum_{j=0}^{i+1} M_j$,

где $i = 1,\dots,N$; $cRT \in \{1, 2\}$ – параметр оптимизации ТП (1) по 1-му, либо 2-му измерениям векторов $\tau_{uv} \in R^2$; $Case\_Op_i \in \{1, 0\}$ – фиксации вершины графа с номером, соответствующим $TR_{(i-1)\,\xi_{(i-1)k}\,u_{i0}}$ $(i-1)$-го этапа ТП (1).

Доказательство утверждений 1–2 проводится методом математической индукции с учетом зависимости измерений векторов τ_{uv}. Утверждения 1–2 с учетом значений управляющих параметров составляют основу одного из вариантов процедур пошаговой оптимизации ТП (1).