

ТРАНСПОРТ

УДК 629.113–587

М. С. Высоцкий, д-р техн. наук, проф., Д. А. Дубовик, канд. техн. наук

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ КОЛЕСНЫХ МАШИН

Разработана математическая модель криволинейного движения колесной машины с использованием уравнений Аппеля, которая основана на моделировании нелинейного управляющего рулевого воздействия, обеспечивающего сходимость расчетных значений с экспериментальными данными с коэффициентом корреляции не менее 0,99.

Введение

Математическое моделирование открывает широкие возможности для оценки функциональных и ресурсных свойств колесных машин еще на стадии их проектирования, а также оптимизации конструктивных параметров и эксплуатационных факторов как при разработке, так и при доводке колесных машин.

Для обеспечения достоверности оценки функциональных и ресурсных свойств и результатов оптимизации конструктивных параметров и эксплуатационных факторов важнейшим требованием, предъявляемым к математическим моделям, является описание рассматриваемых процессов и явлений с необходимостью расчетных значений с экспериментальными данными.

Большинство известных из научнотехнической литературы математических моделей движения колесных машин описывают их прямолинейное движение. Математические модели криволинейного движения колесных машин, как правило, составлены с использованием уравнений Лагранжа 2-го рода и описывают установившееся круговое движение. При исследованиях неустановившегося криволинейного движения используются в основном модели с линейным управляющим воздействием на рулевое колесо, что при-

водит к моделированию блока управляющих сигналов с недостаточной сходимостью расчетных значений с данными, реализуемыми в процессе реальной эксплуатации колесных машин.

Целью настоящей статьи является разработка математической модели криволинейного движения колесной машины с использованием уравнений Аппеля на основе нелинейного управляющего воздействия на рулевое колесо.

Уравнения криволинейного движения колесных машин

Расчетная схема криволинейного движения m -осной колесной машины с n ведущими и k управляемыми мостами в системе неподвижных координат XOY показана на рис. 1.

С центром масс колесной машины свяжем систему подвижных координат xoy .

В каждый момент времени положение машины в плоскости опорной поверхности характеризуется тремя обобщенными координатами центра масс: X_v , Y_v и углом β_v между продольной осью машины и осью OX .

Для получения уравнений криволинейного движения в более удобном для использования виде воспользуемся уравнениями Аппеля [1]:

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{\pi}_q} = Q_q; \quad q = 1, 3, \quad (1)$$

где S – энергия ускорения колесной машины; $\ddot{\pi}_q$ – квазиускорение, соответ-

ствующее q -й квазиординате; Q_q – обобщенная сила, соответствующая q -й квазиординате; q – порядковый номер квазиординаты.

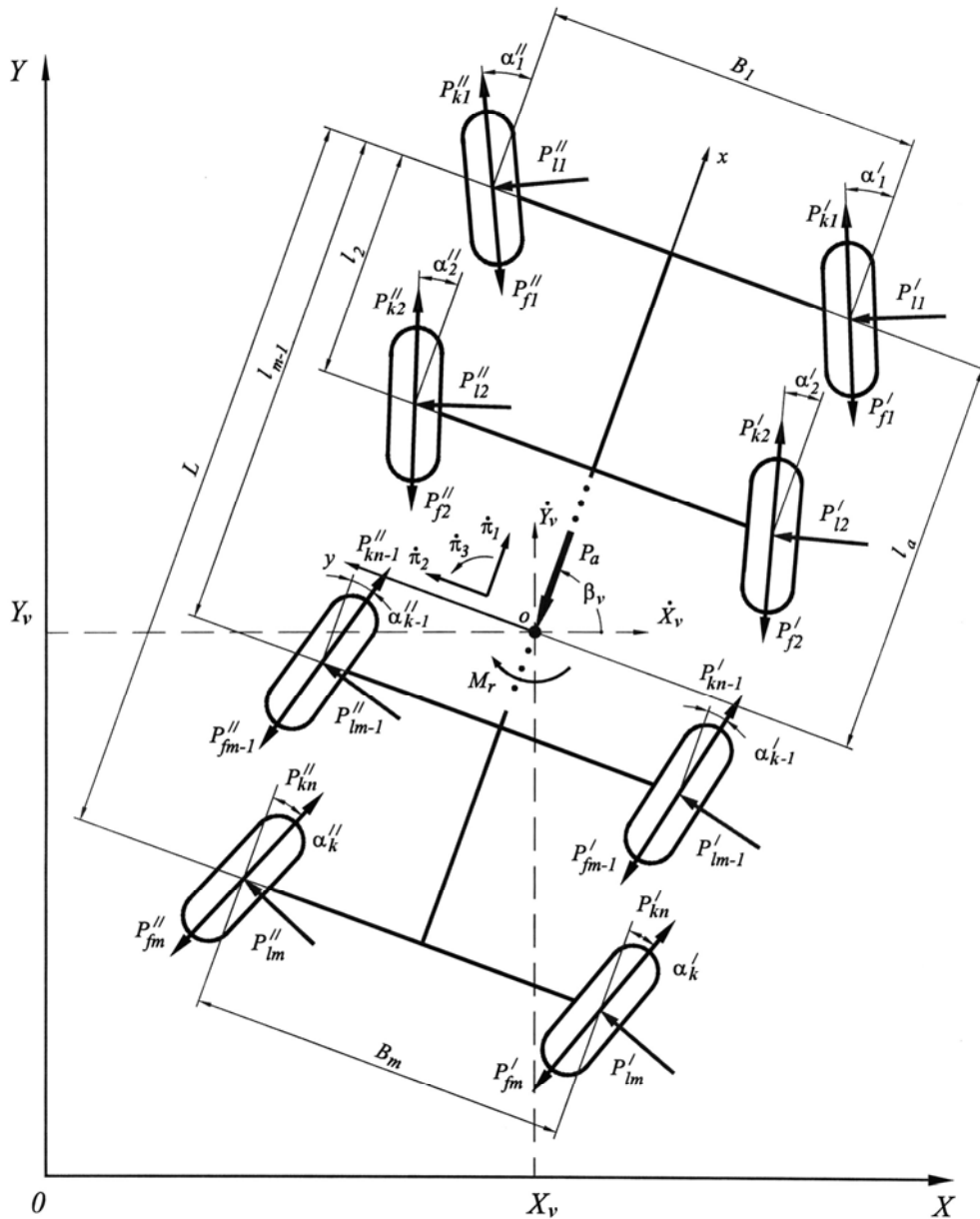


Рис. 1. Расчетная схема криволинейного движения m -осной колесной машины с n ведущими и k управляемыми мостами

Для составления уравнений в форме (1) введем три квазиординаты π_1 , π_2 и π_3 , связанные с координатами центра масс машины X_v , Y_v и углом β_v следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \dot{X}_v &= \dot{\pi}_1 \cos \beta_v - \dot{\pi}_2 \sin \beta_v; \\ \dot{Y}_v &= \dot{\pi}_1 \sin \beta_v + \dot{\pi}_2 \cos \beta_v; \\ \dot{\beta}_v &= \dot{\pi}_3. \end{aligned} \quad (2)$$

Энергия ускорения S машины, складываемая из энергии ускорения поступательного движения и энергии вращательного движения относительно центра масс:

$$S = \frac{m_v}{2} (\dot{X}_v^2 + \dot{Y}_v^2 + \rho_v^2 \dot{\beta}_v^2), \quad (3)$$

где m_v – полная масса машины; ρ_v – радиус инерции машины относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс.

Из соотношений (2) находим:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_v &= \ddot{\pi}_1 \cos \beta_v - \dot{\pi}_1 \dot{\beta}_v \sin \beta_v - \\ &- \ddot{\pi}_2 \sin \beta_v - \dot{\pi}_2 \dot{\beta}_v \cos \beta_v; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_v &= \ddot{\pi}_1 \sin \beta_v + \dot{\pi}_1 \dot{\beta}_v \cos \beta_v + \\ &+ \ddot{\pi}_2 \cos \beta_v - \dot{\pi}_2 \dot{\beta}_v \sin \beta_v; \end{aligned}$$

$$\ddot{\beta}_v = \ddot{\pi}_3.$$

Сохраняя в выражении (3) лишь члены, содержащие квазиускорения, получаем

$$\begin{aligned} S &= \frac{m_v}{2} (\ddot{\pi}_1^2 - 2\ddot{\pi}_1 \dot{\pi}_2 \dot{\pi}_3 + \ddot{\pi}_2^2 + \\ &+ 2\ddot{\pi}_2 \dot{\pi}_1 \dot{\pi}_3 + \rho_v^2 \ddot{\pi}_3^2 + \dots). \end{aligned}$$

Обобщенные силы Q_q , соответствующие введенным квазиординатам, определяются на основе выражения для виртуальных работ:

$$\delta A_q = Q_q \delta \pi_q; \quad q = 1, 3. \quad (4)$$

Полагаем, что криволинейное движение колесной машины осуществляется на горизонтальной опорной поверхности, углы поворота управляемых колес $\alpha_i^{(//)}$ в направлении противоположном вращению часовой стрелки положительны, а в направлении вращения часовой стрелки – отрицательны.

Тогда, с учетом (1), (2) и (4) уравнения криволинейного движения колесной машины окончательно принимают вид:

$$\begin{aligned} m_v (\delta_r \ddot{\pi}_1 - \dot{\pi}_2 \dot{\pi}_3) &= \sum_{i=1}^m [(P'_{ki} - P'_{fi}) \times \\ &\times \cos \alpha'_i - P''_{li} \sin \alpha'_i + (P''_{ki} - P''_{fi}) \times \\ &\times \cos \alpha''_i - P''_{li} \sin \alpha''_i] - P_a; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} m_v (\ddot{\pi}_2 + \dot{\pi}_1 \dot{\pi}_3) &= \sum_{i=1}^m [(P'_{ki} - P'_{fi}) \times \\ &\times \sin \alpha'_i + P''_{li} \cos \alpha'_i + (P''_{ki} - P''_{fi}) \times \\ &\times \sin \alpha''_i + P''_{li} \cos \alpha''_i]; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} m_v \rho_v^2 \ddot{\pi}_3 &= \sum_{i=1}^m \{ 0,5 B_i [(P'_{ki} - P'_{fi}) \cos \alpha'_i - \\ &- (P''_{ki} - P''_{fi}) \cos \alpha''_i] + (l_v - l_i) \times \\ &\times [(P'_{ki} - P'_{fi}) \sin \alpha'_i + (P''_{ki} - P''_{fi}) \times \\ &\times \sin \alpha''_i] - 0,5 B_i (P'_{li} \sin \alpha'_i - P''_{li} \sin \alpha''_i) + \\ &+ (l_v - l_i) (P'_{li} \cos \alpha'_i + P''_{li} \cos \alpha''_i) \} - M_r, \end{aligned} \quad (7)$$

где δ_r – коэффициент учета вращающихся масс; $P_{ki}^{(//)}$ – касательные силы тяги ведущих колес (знаки « \prime » и « $\prime\prime$ » относятся к колесам правого и левого борта соответственно); $P_{fi}^{(//)}$ – силы сопротивления качению колес; $P_{li}^{(//)}$ – боковые реакции колес; P_a – сила сопротивления воздушной среды; B_i – колея i -го

моста; l_i – расстояние от первого до i -го моста (продольная координата i -го моста); l_v – расстояние от первого моста до центра масс машины (продольная координата центра масс); M_r – общий момент сопротивления повороту машины в контакте колес с опорной поверхностью; i – порядковый номер моста, $i = 1, \dots, m$.

Моделирование блока управляющих сигналов

Криволинейное движение колесной машины в общем случае реализуется в результате воздействия водителя на рулевое колесо, на управление педалями подачи топлива и тормоза, коробкой переменных передач. Для моделирования блока управляющих сигналов при исследовании динамики криволинейного движения необходимо описать связанные с этими действиями изменения углов поворота управляемых колес и поступательной скорости вдоль продольной оси машины.

В теории колесных машин криволинейное движение рассматривается как совокупность отдельных поворотов, характеризующихся вероятной кривизной и длиной траектории [2].

Процесс отдельного поворота машины в общем случае принято представлять в

виде трех последовательных этапов [3–5]. Первый этап связан с увеличением кривизны траектории – переходом от прямолинейного движения к криволинейному (вход в поворот), второй этап характеризуется движением машины с постоянной кривизной (равномерный поворот), третий этап заключается в уменьшении кривизны траектории – возвращении к прямолинейному движению (выход из поворота). В частном случае второй этап может отсутствовать.

Для моделирования блока управляющих воздействий на рулевое колесо проанализируем экспериментальные данные [6], полученные при выполнении входа в поворот и движении колесной машины по синусоидальной траектории со скоростью 8,9 м/с.

Анализ экспериментальных данных (рис. 2) показывает, что реализуемые в действительности законы управляющего воздействия носят непрерывный характер, исключая скачкообразное изменение скорости поворота рулевого колеса. Причем, максимальная скорость поворота рулевого колеса, как правило, наблюдается на участках, равноудаленных от его крайних положений.

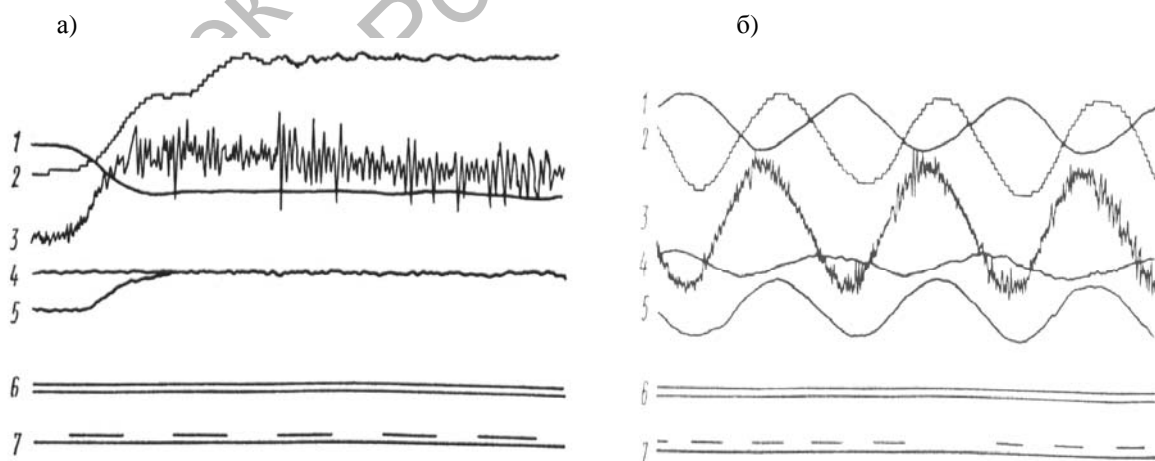


Рис. 2. Осциллограмма изменения параметров колесной машины при входе в поворот (а) и движении по синусоидальной траектории (б) со скоростью 8,9 м/с [6]: 1 – угол поворота рулевого колеса; 2 – угол крена; 3 – боковое ускорение; 4 – угловая скорость крена; 5 – угловая скорость поворота; 6 – поступательная скорость; 7 – время

Результаты проведенного анализа позволили в качестве функциональной зависимости для моделирования численных значений углов α_d поворота рулевого колеса при криволинейном движении колесной машины предложить зависимость следующего вида:

$$\alpha_d = \alpha_{d \max} \sin^2(a_1 t + a_0), \quad (8)$$

где $\alpha_{d \max}$ – максимальное значение угла поворота рулевого колеса; a_1, a_0 – коэффициенты нелинейного уравнения регрессии.

Регрессионный анализ показал, что предложенная функциональная зависимость позволяет с коэффициентом корреляции не менее 0,99 описывать процесс поворота рулевого колеса при осуществлении моделирования «вход в поворот» или в другой маневр и выхода из них. В отличие от линейной зависимости, нелинейная зависимость (8) позволяет с более высоким на 0,02 коэффициентом корреляции рассчитывать значения углов поворота рулевого и управляемых колес и исключить недостижимое в действительности скачкообразное изменение скорости их поворота.

Таким образом, зависимости для расчета углов поворота рулевого колеса при моделировании движения колесной машины при выполнении маневра «вход в поворот» или входа в маневр с несколькими

управляющими циклами и маневра «выход из поворота» или выхода из маневра с несколькими управляющими циклами окончательно принимают следующий вид:

– для маневра «вход в поворот» или входа в маневр с несколькими управляющими циклами (рис. 3)

$$\alpha_d = \alpha_{d \max} \sin^2(Tt); \quad 0 < t < 0,5 \pi/T; \quad (9)$$

– для маневра «выход из поворота» или выхода из маневра с несколькими управляющими циклами (рис. 4)

$$\alpha_d = \alpha_{d \max} \cos^2(Tt); \quad 0 < t < 0,5 \pi/T. \quad (10)$$

При составлении зависимостей для расчета углов поворота рулевого колеса при моделировании маневра «переставка» и движения по синусоидальной траектории с несколькими управляющими циклами на различных участках с позиции обеспечения одинаковой интенсивности управления необходимо коррелировать численные значения коэффициентов a_1 и a_0 зависимости (8) с численными значениями коэффициентов b_1 и b_0 зависимости следующего вида:

$$\alpha_d = \alpha_{d \max} \sin(b_1 t - b_0). \quad (11)$$

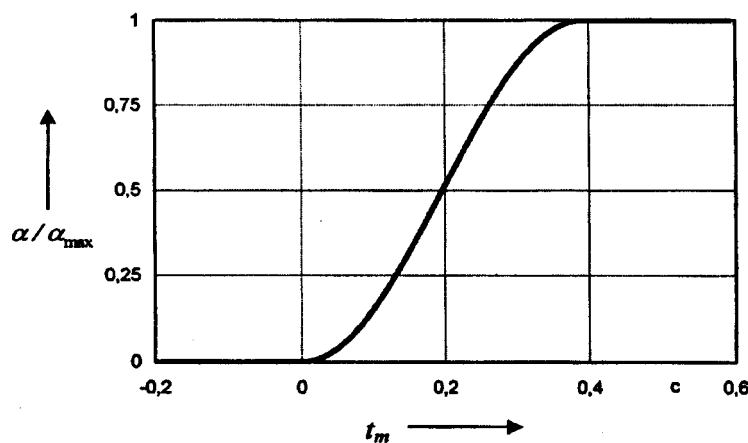


Рис. 3. Графическая зависимость для моделирования поворота рулевого колеса при выполнении маневра «вход в поворот»

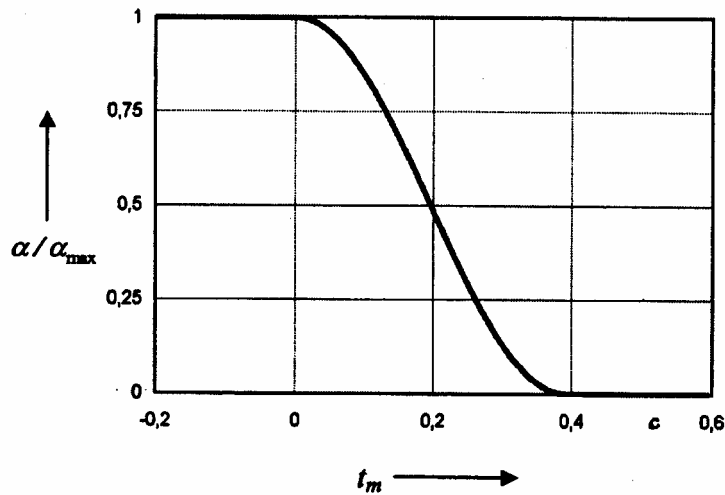


Рис. 4. Графическая зависимость для моделирования поворота рулевого колеса при выполнении маневра «выход из поворота»

С этой целью численные значения коэффициентов a_i и b_i в уравнениях (8) и (11) определялись из условия обеспечения равенства скорости поворота рулевого колеса ($\dot{\alpha}_d = \text{const}$) в моменты времени, соответствующие углам поворота $\alpha_d = \pm 0,5\alpha_{d \max}$.

Выполненные в рамках настоящего раздела исследования позволили предло-

жить следующие зависимости для расчета углов поворота рулевого и управляемых колес при моделировании криволинейного движения колесной машины при выполнении маневра «смена полосы движения» («переставка») и маневра «змейка» (движение по синусоидальной траектории):

- для маневра «смена полосы движения» («переставка») (рис. 5)

$$\begin{cases} \alpha_d = \alpha_{d \max} \sin^2(Tt); & 0 < t < 0,5\pi/T; \\ \alpha_d = \alpha_{d \max} \sin(1,3Tt - 0,6\pi); & 0,5\pi/T < t < 2,538\pi/T; \\ \alpha_d = -\alpha_{d \max} \sin^2(Tt - 0,769\pi); & 2,538\pi/T < t < 3,538\pi/T; \end{cases} \quad (12)$$

- для маневра «змейка» (движение по синусоидальной траектории) (рис. 6)

$$\begin{cases} \alpha_d = \alpha_{d \max} \sin^2(Tt); & 0 < t < 0,5\pi/T; \\ \alpha_d = \alpha_{d \max} \sin(1,3Tt - 0,6\pi); & 0,5\pi/T < t < (0,769m + 0,5)\pi/T; \\ \alpha_d = -\alpha_{d \max} \sin^2(Tt - 0,769\pi m); & (0,769m + 0,5)\pi/T < t < (0,769m + 1)\pi/T, \end{cases} \quad (13)$$

где T – временной параметр моделируемого маневра (для маневров «вход в поворот», «выход из поворота» и «переставка» соответствует времени выполнения ма-

невра); m – целое нечетное число, определяющее количество управляющих циклов маневра «змейка»: $0,5(m + 1)$, для маневра «переставка» $m = 1$.

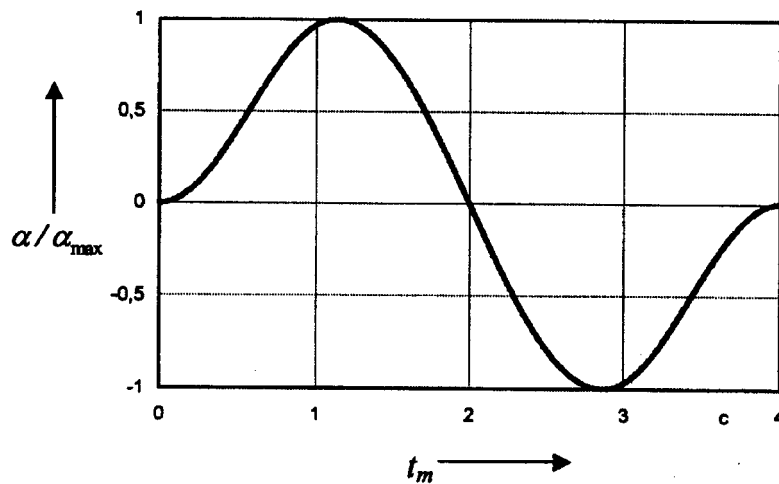


Рис. 5. Графическая зависимость для моделирования поворота рулевого колеса при выполнении маневра «переставка»

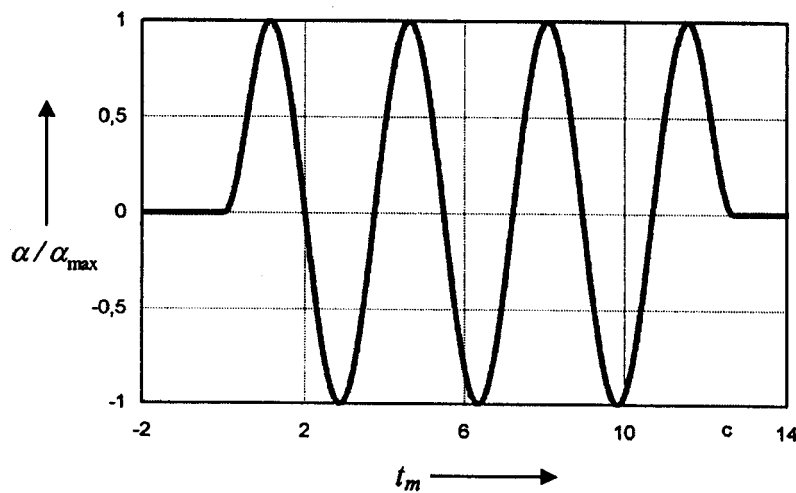


Рис. 6. Графическая зависимость для моделирования поворота рулевого колеса при выполнении маневра «змейка»

Таким образом, зависимости (9), (10), (12) и (13) позволяют рассчитать углы поворота рулевого и управляемых колес с более высокой сходимостью расчетных значений с экспериментальными данными и повысить адекватность математической модели при исследовании динамики криволинейного движения колесной машины.

Управление педалями подачи топлива и тормоза, а также переключением передач в коробке переменных передач

осуществляется с целью регулирования поступательной скорости движения машины. Решение обратной задачи динамики предполагает, что закон изменения поступательной скорости продольной оси машины известен (задан).

При изучении криволинейного движения колесной машины, как правило, прибегают к упрощению математической модели, полагая, что движение машины происходит с постоянной скоростью [6–8]. Это позволяет существен-

но упростить программную реализацию расчетной схемы, однако в тоже время приводит к ограничению области исследования.

Для устранения данного ограничения в [9] предлагается использовать функциональную зависимость между поступательной скоростью и ускорением вдоль продольной оси машины:

$$\frac{\ddot{\pi}_1}{\dot{\pi}_{1\max}} = \left(\frac{1}{\alpha_1 + (\dot{\pi}_1 / \dot{\pi}_{1s})^{\alpha_2}} - \alpha_1 \right)^{1/\alpha_2}, \quad (14)$$

где $\dot{\pi}_{1\max}$ – максимальное значение ускорения вдоль продольной оси колесной машины; $\dot{\pi}_{1s}$ – поступательная скорость установившегося движения вдоль продольной оси, до которой осуществляется разгон; α_1, α_2 – эмпирические коэффициенты.

Таким образом, предложенные зависимости (9), (10), (12)–(14) позволяют рассчитать изменения углов поворота рулевого и управляемых колес и поступательной скорости вдоль продольной оси в процессе управления колесной машиной и, тем самым, определить параметры блока управляющих сигналов.

Моделирование сил, действующих на машину

Эксплуатационные свойства и динамика криволинейного движения определяются действующими на машину внешними силами и моментами.

Для решения системы уравнений движения (5)–(7) выразим касательные силы тяги $P_{ki}^{(l)}$, силы сопротивления качению $P_{fi}^{(l)}$ и боковые реакции $P_{li}^{(l)}$ колес, а также силу сопротивления воздушной среды P_a через характеристики машины и кинематические параметры ее криволинейного движения.

Касательные силы тяги $P_{ki}^{(l)}$ связаны с их буксованиями $s_{\delta i}^{(l)}$ экспоненци-

альной зависимостью [8]

$$P_{ki}^{(l)} = \frac{\varphi_i^{(l)} s_{\delta i}^{(l)} P_{zi}^{(l)}}{\sqrt{s_{\delta i}^{(l)2} + (1 - s_{\delta i}^{(l)})^2 \operatorname{tg}^2 \delta_i^{(l)}}} \times \left(1 - e^{-k_i^{(l)} \sqrt{s_{\delta i}^{(l)2} + (1 - s_{\delta i}^{(l)})^2 \operatorname{tg}^2 \delta_i^{(l)}}} \right); \quad i = 1, n, \quad (15)$$

где $P_{zi}^{(l)}$ – нормальные реакции колес; $\delta_i^{(l)}$ – углы бокового увода колес; $k_i^{(l)}$ – характеристический коэффициент, зависящий от свойств шин и опорной поверхности.

Силы сопротивления качению колес $P_{fi}^{(l)}$ рассчитываются на основе нормальных реакций колес $P_{zi}^{(l)}$:

$$P_{fi}^{(l)} = f_i^{(l)} P_{zi}^{(l)}; \quad i = 1, m, \quad (16)$$

где $f_i^{(l)}$ – коэффициенты сопротивления качению колес, определяемые с учетом поступательной скорости движения машины $\dot{\pi}_1$ и углов бокового увода колес $\delta_i^{(l)}$.

При моделировании движения внедорожной машины по деформируемой грунтовой поверхности по рекомендациям [10] и выражениям [11] корректируются значения коэффициентов сцепления $\varphi_i^{(l)}$ и учитывается влияние совпадения колеи колес разных мостов на коэффициенты сопротивления качению $f_i^{(l)}$.

Боковые реакции колес $P_{li}^{(l)}$ определяются в соответствии с теорией нелинейного увода [12]:

$$P_{li}^{(l)} = K_{li}^{(l)} \delta_i^{(l)} = q_i^{(l)} K_{l0i}^{(l)} \delta_i^{(l)}; \quad i = 1, m, \quad (17)$$

где $K_{li}^{(l)}$ – коэффициент сопротивления

боковому уводу колес; $K_{10i}^{(//)}$ – тангенс угла наклона кривой $P_l = f(\delta)$ в начале координат; $q_i^{(//)}$ – общий коэффициент коррекции, равный произведению девяти частных коэффициентов коррекции [13].

Для моделирования внешней силы, реализуемой в результате взаимодействия внедорожной машины с воздушной средой, т. е. силы сопротивления воздуха, воспользуемся зависимостями М. С. Высоцкого и А. Н. Евграфова [14]:

$$P_a = c_x q_v F, \quad (18)$$

где c_x – коэффициент аэродинамического сопротивления (обтекаемости); q_v – динамический напор:

$$q_v = \frac{\rho_a \dot{\pi}_1^2}{2},$$

где ρ_a – плотность воздуха; F – площадь миделевого сечения, т. е. наибольшая площадь сечения машины в плоскости, перпендикулярной направлению ее движения:

$$F = C[(H_s - h_b)B_s + n_r b_r h_b],$$

где C – коэффициент формы для грузовых машин, $C = 1,0$ [14]; B_s , H_s – габаритная ширина и высота машины соответственно; h_b – расстояние от бампера до опорной поверхности; b_r – ширина колеса с шиной; n_r – ошиновка колес (при односкатных колесах $n_r = 2$).

Общий момент M_r сопротивления повороту машины в контакте колес с опорной поверхностью складывается из моментов сопротивления повороту в контакте с опорной поверхностью отдельных колес $M_{ri}^{(//)}$ и рассчитывается по формулам [5].

Передача крутящего момента от силовой установки к ведущим колесам через трансформирующие его агрегаты и узлы при движении машины с ускорением или замедлением приводит к возникновению

инерционной силы сопротивления разгону или торможению вращающихся масс машины. Действие этой силы учитывается коэффициентом учета вращающихся масс δ_r в уравнении (5).

Инерционный момент сопротивления машины изменению траектории криволинейного движения характеризуется ее радиусом инерции ρ_v и учитывается уравнением (7).

Для определения достоверных внешних сил и моментов машины, действующих на колеса, необходимо располагать точными значениями их нормальных реакций. Нормальные реакции колес $P_{zi}^{(//)}$ определяются параметрами кинематики машины, ее геометрическими показателями и характеристиками системы «подвеска – колесо – дорога» и рассчитываются по уравнениям [4], составленным на основе пространственной расчетной схемы машины.

Таким образом, на основе пространственной расчетной схемы криволинейного движения m -осной колесной машины с n ведущими и k управляемыми мостами разработана математическая модель ее криволинейного движения для решения второй (обратной) задачи динамики. Математическая модель позволяет с использованием требуемого закона изменения ускорения вдоль продольной оси определить необходимую для движения в заданных дорожных условиях суммарную касательную силу тяги колес и реализуемую двигателем мощность с учетом массовых и геометрических параметров машины, а также жесткостных и демпфирующих характеристик системы поддресоривания, шин и свойств опорной поверхности.

Заключение

Разработана математическая модель криволинейного движения колесной машины с использованием уравнений Аппеля, которая основана на моделировании нелинейного управляющего рулевого воздействия, обеспечивающего сходи-

мость расчетных значений с экспериментальными данными с коэффициентом корреляции не менее 0,99.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Аппель, П.** Теоретическая механика : пер. с фр. : в 2 т. Т. 2 : Динамика системы. Аналитическая механика / П. Аппель. – М. : Физматгиз, 1960. – 487 с.
2. **Ванцевич, В. В.** Мобильные транспортные машины. Взаимодействие со средой функционирования / В. В. Ванцевич, М. С. Высоцкий, Л. Х. Гилелес. – Минск : Беларуская навука, 1998. – 303 с.
3. **Брянский, Ю. А.** Управляемость большегрузных автомобилей / Ю. А. Брянский. – М. : Машиностроение, 1983. – 176 с.
4. **Смирнов, Г. А.** Теория движения колесных машин : учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов / Г. А. Смирнов. – 2-е изд., доп. и перераб. – М. : Машиностроение, 1990. – 352 с.
5. **Фаробин, Я. Е.** Теория поворота транспортных машин / Я. Е. Фаробин. – М. : Машиностроение, 1970. – 176 с.
6. **Эллис, Д. Р.** Управляемость автомобиля : пер. с англ. / Д. Р. Эллис. – М. : Машиностроение, 1975. – 216 с.
7. **Литвинов, А. С.** Автомобиль. Теория эксплуатационных свойств : учебник для вузов по специальности «Автомобили и автомобильное хозяйство» / А. С. Литвинов, Я. Е. Фаробин. – М. : Машиностроение, 1989. – 240 с.
8. **Ванцевич, В. В.** Исследование дифференциалов повышенного трения и их влияния на поворачиваемость колесных тракторов 4×4 класса 14...20 кН : дис. ... канд. техн. наук : 05.05.03 / В. В. Ванцевич. – Минск, 1981. – 264 с.
9. **Ванцевич, В. В.** Вторая (обратная) задача динамики как основа для построения теории движения мобильных машин / В. В. Ванцевич, М. С. Высоцкий // Доклады НАН Беларуси. – 1998. – Т. 42, № 6. – С. 104–110.
10. **Задорожный, В. И.** Исследование влияния распределения весовых нагрузок и вращающих моментов по колесам на тягово-сцепные свойства многоколесного движителя : дис. ... канд. техн. наук : 05.05.03 / В. И. Задорожный. – Киев, 1967. – 163 с.
11. **Пирковский, Ю. В.** Теория движения полноприводного автомобиля (прикладные вопросы оптимизации конструкции шасси) / Ю. В. Пирковский, С. Б. Шухман. – М. : Академия проблем качества, 1999. – 151 с.
12. **Антонов, Д. А.** Теория устойчивости движения многоосных автомобилей / Д. А. Антонов. – М. : Машиностроение, 1978. – 216 с.
13. **Антонов, Д. А.** Расчет устойчивости движения многоосных автомобилей / Д. А. Антонов. – М. : Машиностроение, 1984. – 168 с.
14. **Евграфов, А. Н.** Аэродинамика колесных машин / А. Н. Евграфов, М. С. Высоцкий. – Минск : Белавтотракторостроение, 2001. – 368 с.
15. **Петрушов, В. А.** Соппротивление качению автомобилей и автопоездов / В. А. Петрушов, С. А. Шуклин, В. В. Московкин. – М. : Машиностроение, 1975. – 225 с.

Объединенный институт машиностроения НАН Беларуси
Материал поступил 05.03.2008

M. S. Vysotski, D. A. Doubovik
Mathematical modelling of curvilinear
movement of vehicles

The mathematical model of curvilinear movement of vehicles with use of Appel equations is developed. The designed mathematical model is grounded on simulation of the nonlinear steering effect ensuring convergence of calculated values with experimental data with a coefficient of correlation not less 0,99.