

- выкананне заданняў у час кіруемай самастойнай працы студэнтаў па вучэбнай дысцыпліне;
- выкананне курсавых і дыпломных прац, якія змяшчаюць элементы навуковых даследаванняў;
- выкананне заданняў навукова-даследчага характару ў час разнастайных практык;
- удзел студэнтаў у працы спецсемінараў.

УДК 004.42:519.6.37

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБЛАЧНОГО СЕРВИСА SYMPYGAMMA ДЛЯ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Г. Ч. ШУШКЕВИЧ, С. В. ШУШКЕВИЧ

Гродненский государственный университет имени Янки Купалы
Гродно, Беларусь

Современная подготовка специалистов с высшим образованием инициирует использование новых образовательных технологий. С помощью этих технологий можно повысить не только научно-методический уровень преподавания, но и мотивацию студентов к обучению.

Сегодня системы компьютерной математики (СКМ), такие как Matlab, Mathematica, Mathcad, Maple, способствуют повышению качества обучения математики в высшей школе [1–4]. СКМ обладают встроенными процедурами, позволяющими осуществлять широкий спектр символьных преобразований, численное и символьное решение уравнений разного типа. Широта охвата классов решаемых задач делают СКМ необходимыми элементами современного образовательного процесса [5–7].

Однако коммерческие СКМ достаточно дороги и не каждый студент может приобрести индивидуальную лицензию. Альтернативой является свободное программное обеспечение.

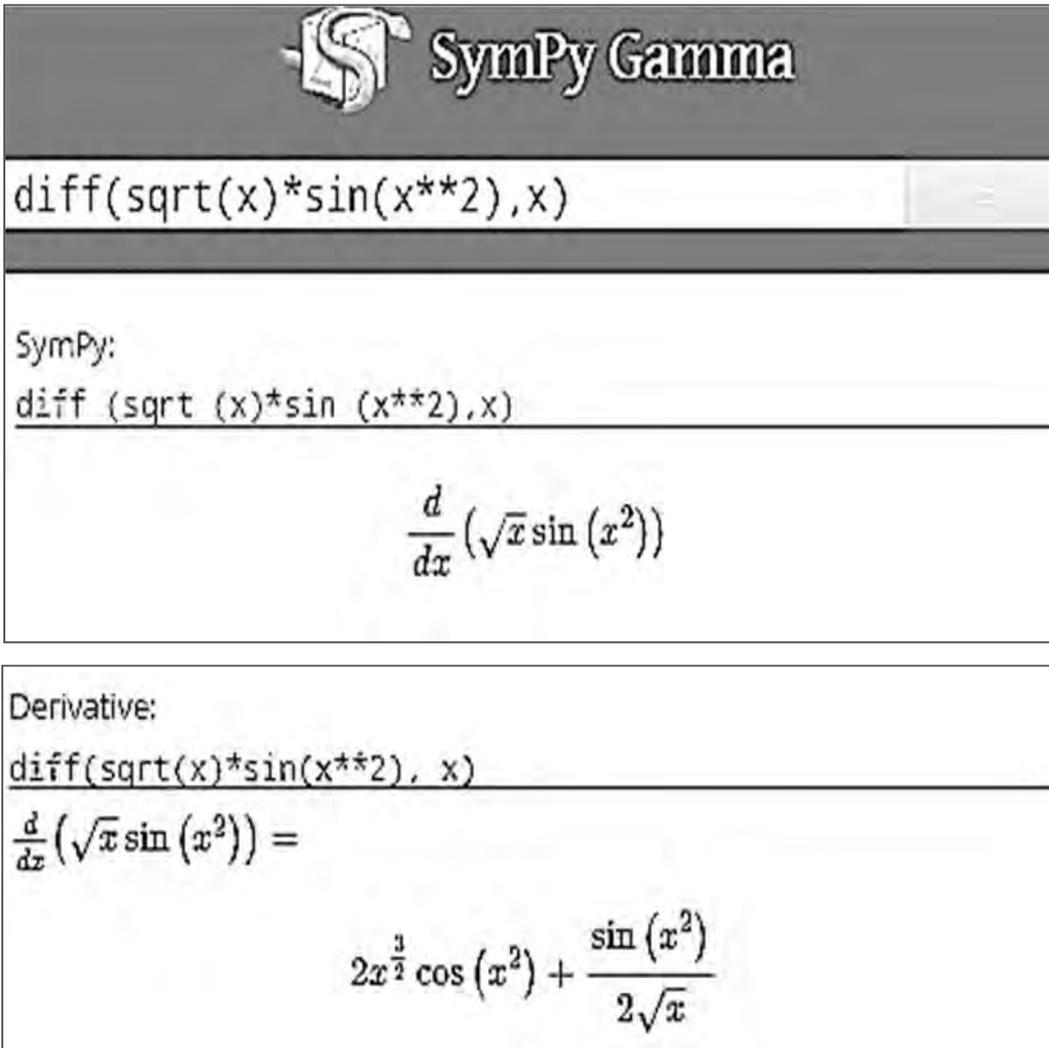
SymPy – библиотека Python с открытым исходным кодом для символьных вычислений. Библиотека SymPy полностью написана на Python, не требует никаких внешних библиотек. С ее помощью можно упростить выражения, решить уравнения и системы уравнений, вычислить пределы, выполнить интегрирование, дифференцирование, разложение функции в ряд и суммирование рядов, решить дифференциальные уравнения [8].

Доступ к библиотеке SymPy можно осуществить также через облачный сервис SymPyGamma [9]. Данный сервис не только дает ответ решаемым

мой задачи, но и приводит ее подробное развернутое решение, что позволяет студенту увидеть и разобрать ход решения задачи.

Пример 1 – Вычислить производную функции $y = \sqrt{x} \sin x^2$.

Решение



The screenshot shows the SymPy Gamma web interface. At the top, there is a logo and the text "SymPy Gamma". Below that, a text input field contains the code `diff(sqrt(x)*sin(x**2),x)`. A button with an equals sign is to the right of the input. Below the input field, the text "SymPy:" is displayed, followed by the same code `diff (sqrt (x)*sin (x**2),x)`. A horizontal line separates this from the next section, which shows the derivative in mathematical notation: $\frac{d}{dx} (\sqrt{x} \sin (x^2))$. Another horizontal line follows, with the text "Derivative:" above the code `diff(sqrt(x)*sin(x**2), x)`. Below this, the derivative is shown as $\frac{d}{dx} (\sqrt{x} \sin (x^2)) =$, followed by the final result: $2x^{\frac{3}{2}} \cos (x^2) + \frac{\sin (x^2)}{2\sqrt{x}}$.

Развернутое решение

Derivative Steps:

`diff(sqrt(x)*sin(x**2), x)`

Fullscreen

1. Apply the product rule:

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = f(x)\frac{d}{dx}g(x) + g(x)\frac{d}{dx}f(x)$$

$f(x) = \sqrt{x}$; to find $\frac{d}{dx}f(x)$:

A. Apply the power rule: \sqrt{x} goes to $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$g(x) = \sin(x^2)$; to find $\frac{d}{dx}g(x)$:

A. Let $u = x^2$.

B. The derivative of sine is cosine:

$$\frac{d}{du}\sin(u) = \cos(u)$$

C. Then, apply the chain rule. Multiply by $\frac{d}{dx}x^2$:

I. Apply the power rule: x^2 goes to $2x$

The result of the chain rule is:

$$2x \cos(x^2)$$

The result is: $2x^{\frac{3}{2}} \cos(x^2) + \frac{\sin(x^2)}{2\sqrt{x}}$

2. Now simplify:

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}(4x^2 \cos(x^2) + \sin(x^2))$$

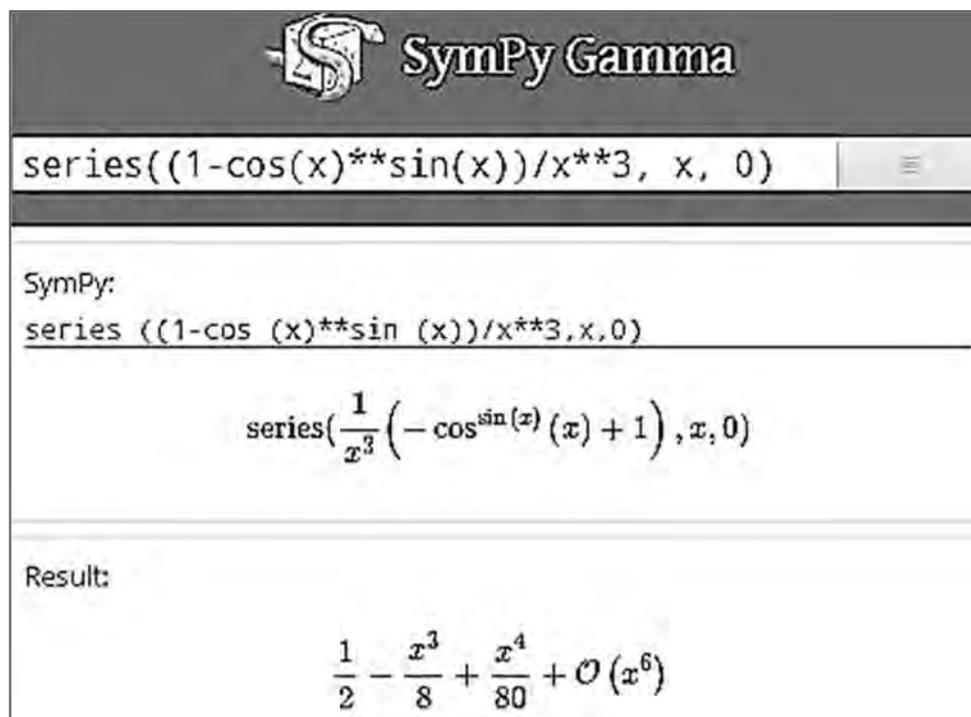
The answer is:

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}(4x^2 \cos(x^2) + \sin(x^2))$$



Пример 2 – Разложить в ряд Маклорена функцию $y = (1 - \cos x^{\sin x})/x^3$.

Решение



The screenshot shows the SymPy Gamma interface. At the top, there is a logo and the text "SymPy Gamma". Below that, the input field contains the expression `series((1-cos(x)**sin(x))/x**3, x, 0)`. The output area shows the SymPy representation: `series ((1-cos (x)**sin (x))/x**3,x,0)`. Below this, the mathematical expression for the series is displayed:
$$\text{series}\left(\frac{1}{x^3} \left(-\cos^{\sin(x)}(x) + 1\right), x, 0\right)$$
. At the bottom, the final result is shown:
$$\frac{1}{2} - \frac{x^3}{8} + \frac{x^4}{80} + \mathcal{O}(x^6)$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Голоскоков, Д. П.** Системы компьютерной математики в образовании / Д. П. Голоскоков, Т. П. Кныш // Журн. ун-та водных коммуникаций. – 2010. – № 3. – С. 63–68.
2. **Шушкевич, Г. Ч.** Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14: учебное пособие в 2 ч. / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич. – Минск: Изд-во Гревцова, 2010. – Ч. 1. – 288 с.
3. **Шушкевич, Г. Ч.** Компьютерные технологии в математике. Система Mathcad 14: учебное пособие в 2 ч. / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич. – Минск: Изд-во Гревцова, 2012. – Ч. 2. – 256 с.
4. **Горский, А. В.** О возможностях использования систем компьютерной математики в учебном процессе / А. В. Горский // Вестн. ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. – 2017. – № 3 (95), ч. 1. – С. 90–99.
5. **Шушкевич, Г. Ч.** Динамическая визуализация численных решений дифференциальных уравнений в системе Mathcad / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич // Информатизация инженерного образования: материалы Междунар. науч.-практ. конф., Москва, 12–13 апр. 2016 г. – Москва, 2016. – С. 477–480.
6. **Шушкевич, Г. Ч.** Облачные вычисления в Wolfram Mathematica / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич // Инновационные технологии в совре-



менном образовании: материалы III Междунар. науч.-практ. интернет-конф., Наугоград Королев, 18 дек. 2015 г. – Москва, 2016. – С. 771–774.

7. Шушкевич, Г. Ч. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием системы Mathematica / Г. Ч. Шушкевич, С. В. Шушкевич // Инновационные технологии в современном образовании: материалы V Междунар. науч.-практ. интернет-конф., Наугоград Королев, 15 дек. 2017 г. – Москва, 2018. – С. 525–530.

8. SymPy [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.sympy.org/en/index.html>. – Дата доступа: 07.01.2020.

9. SymPyGamma [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.sympygamma.com>. – Дата доступа: 07.01.2020.

УДК 510.22

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ НА СЧЕТНОСТЬ

А. Ю. ЭВНИН

Южно-Уральский государственный университет
(Национальный исследовательский университет)

Челябинск, Россия

Приведём небольшую подборку красивых задач с различных студенческих олимпиад последних лет, решение которых основывается на счётности соответствующих множеств.

1. *Кузнечик ловит блоху, прыгающую по точкам плоскости Ox с рациональными координатами. Блоха в моменты времени $t = 0, 2, 4, 6, \dots$ прыгает на некоторый фиксированный вектор \mathbf{a} , а кузнечик в каждый из моментов $t = 1, 3, 5, \dots$ может прыгнуть в любую точку плоскости. Сможет ли он поймать блоху, если её не видно, а начальное положение блохи и вектор \mathbf{a} неизвестны? [1]*

Решение

Назовём *ситуацией* пару (A, \mathbf{a}) , где A – точка, в которой блоха находилась в момент времени $t = 0$, \mathbf{a} – вектор, на который прыгает блоха.

Из условия ясно, что координаты вектора \mathbf{a} рациональны. Поэтому множество всех ситуаций, являясь декартовым произведением двух счётных множеств, счётно. Пронумеруем все ситуации натуральными числами. Для каждой ситуации можно определить, в какой точке плоскости должна находиться блоха в конкретный момент времени. Для i -й ситуации в i -й момент времени будем искать блоху в нужном месте плоскости. Перебирая последо-

