

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Транспортные и технологические машины»

# СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И РАСЧЕТ МЕТАЛЛОКОНСТРУКЦИЙ. СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ

*Методические рекомендации к практическим занятиям  
для студентов специальности*

*1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные,  
дорожные машины и оборудование (по направлениям)»*

*очной и заочной форм обучения и направления подготовки*

*23.03.02 «Наземные транспортно-технологические  
комплексы» очной формы обучения*



Могилев 2019

УДК 624.04  
ББК 38.112:30.4  
С 86

Рекомендовано к изданию  
учебно-методическим отделом  
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Транспортные и технологические машины»  
«5» февраля 2019 г., протокол № 7

Составители: канд. техн. наук, доц. В. В. Береснев;  
канд. техн. наук, доц. А. М. Кургузиков

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. Е. Науменко

Методические рекомендации к практическим занятиям для студентов специальности 1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование (по направлениям)» очной и заочной форм обучения и направления подготовки 23.03.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы» очной формы обучения

Учебно-методическое издание

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И РАСЧЕТ МЕТАЛЛОКОНСТРУКЦИЙ.  
СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ КОНСТРУКЦИИ

Ответственный за выпуск	И. В. Лесковец
Технический редактор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования  
«Белорусско-Российский университет».  
Свидетельство о государственной регистрации издателя,  
изготовителя, распространителя печатных изданий  
№ 1/156 от 07.03.2019.  
Пр-т Мира, 43, 212022, Могилев.

© Белорусско-Российский  
университет, 2019



## Содержание

Введение.....	4
1 Балки. Правило знаков при определении внутренних усилий в поперечных сечениях балки.....	5
2 Кинематический анализ систем.....	7
3 Линии влияния опорных реакций, поперечных сил и изгибающих моментов для однопролетных балок.....	12
4 Определение усилий по линиям влияния.....	13
5 Методы определения усилий в стержнях ферм.....	16
6 Методы построения линий влияния усилий в стержнях ферм.....	21
7 Выбор сечений сжатых и растянутых стержней.....	29
Список литературы.....	33



## Введение

Методические указания составлены в соответствии с учебными программами по курсам «Строительная механика и расчет металлоконструкций» для специальности 1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование (по направлениям)» и «Строительная механика и металлические конструкции» для специальности 23.03.02 «Наземные транспортно-технологические комплексы».

В краткой форме изложены основные теоретические положения по выполнению типовых задач, приведены примеры решения, представлены необходимые справочные данные.

Методические указания способствуют формированию у студентов знаний, умения и навыков по расчетам и проектированию основных элементов металлических конструкций подъемно-транспортных машин и оборудования.



# 1 Балки. Правило знаков при определении внутренних усилий в поперечных сечениях балки

**Цель:** получить навыки расчета усилий в сечении однопролетной балки.

## Основные сведения

Поперечная сила  $Q$  в сечении балки I–I (рисунок 1.1) равна сумме проекций внешних сил, приложенных к левой или к правой частям балки на нормаль к продольной оси балки,

$$Q_{I-I} = \sum_{\text{левая}} F_{iy} \quad \text{или} \quad Q_{I-I} = \sum_{\text{правая}} F_{iy}.$$

При этом проекции внешних сил на нормаль, приложенные к левой части балки положительны, если они направлены снизу вверх; проекции внешних сил, приложенные к правой части балки положительны, если они направлены сверху вниз (см. рисунок 1.1).

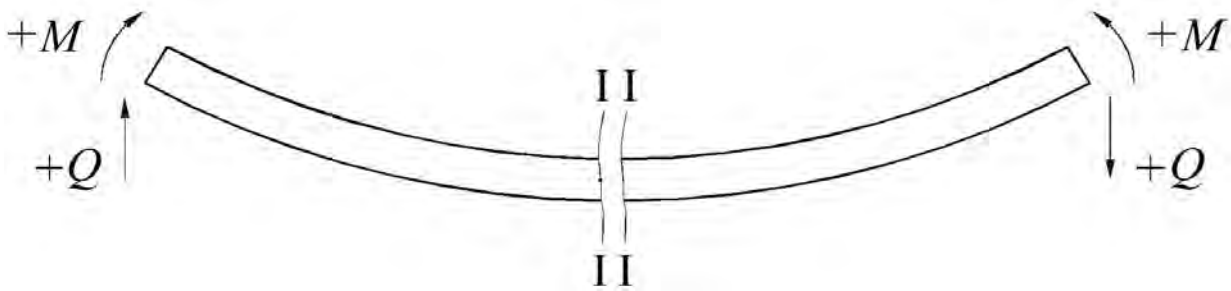


Рисунок 1.1 – Схема балки при определении знака поперечной силы и изгибающего момента

Изгибающий момент  $M$  в сечении балки I–I равен сумме моментов внешних сил, приложенных к левой или к правой частям балки относительно нейтральной оси  $z$ , проходящей через центр тяжести рассматриваемого поперечного сечения перпендикулярно плоскости действия внешних сил:

$$M_{I-I} = \sum_{\text{лев}} M_{iz} \quad \text{или} \quad M_{I-I} = \sum_{\text{прав}} M_{iz}.$$

При этом моменты внешних сил, приложенные к левой части балки, положительны, если они вращают левую часть балки по часовой стрелке относительно рассматриваемого сечения; моменты внешних сил, приложенные к правой части балки положительны, если они вращают правую часть балки против часовой стрелки относительно рассматриваемого сечения (см. рисунок 1.1).

**Пример** – Определить поперечную силу  $Q$  и изгибающий момент  $M$  в сечении I–I для балки, изображенной на рисунке 1.2, при  $F_1 = 50$  кН и  $F_2 = 100$  кН.

Определяем опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$ :

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B = \frac{F_1 \cdot 4 + F_2 \cdot 6}{8} = \frac{50 \cdot 4 + 100 \cdot 6}{8} = 100 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = \frac{F_1 \cdot 4 + F_2 \cdot 2}{8} = \frac{50 \cdot 4 + 100 \cdot 2}{8} = 50 \text{ кН}.$$

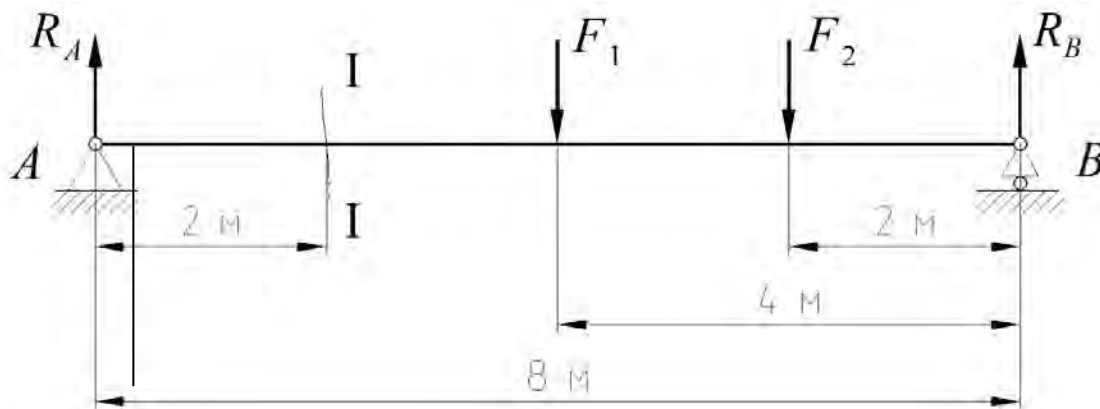


Рисунок 1.2 – Схема однопролетной балки

Поперечная сила

$$Q_{I-I} = \sum_{\text{лев}} F_{iy} = R_A = 50 \text{ кН},$$

ИЛИ

$$Q_{I-I} = \sum_{\text{прав}} F_{iy} = F_1 + F_2 - R_B = 50 + 100 - 100 = 50 \text{ кН}.$$

Изгибающий момент

$$M_{I-I} = \sum_{\text{лев}} M_{iz} = R_A \cdot 2 = 50 \cdot 2 = 100 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

ИЛИ

$$M_{I-I} = \sum_{\text{прав}} M_{iz} = R_B \cdot 6 - F_1 \cdot 2 - F_2 \cdot 4 = 100 \cdot 6 - 50 \cdot 2 - 100 \cdot 4 = 100 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

### Контрольные вопросы

1 Правило знаков изгибающего момента и поперечных сил в сечении однопролетной балки.

2 Порядок расчета действующих усилий в сечении однопролетной балки от внешних нагрузок.

## 2 Кинематический анализ систем

**Цель:** получить навыки определения степени изменяемости систем.

### 2.1 Определение степени изменяемости системы

**Тела и связи.** Расчетную схему любой конструкции представляют в виде системы связанных между собой элементов, которые можно с достаточной точностью считать абсолютно жесткими телами. В плоских системах их называют дисками, а в пространственных – блоками. Землю (основание конструкции) также можно считать телом.

Соединяющие элементы называют связями. Простая связь соединяет два тела, сложная (кратная) – несколько тел (ее кратность на единицу меньше числа соединяемых тел). Связь, препятствующую взаимному поступательному (линейному) перемещению тел, называют линейной, а связь, препятствующую взаимному вращательному (угловому) перемещению тел, – угловой.

Связь, препятствующую взаимному перемещению двух тел в одном определенном направлении, называют элементарной.

Обычно рассматривают двусторонние связи, препятствующие перемещению тел в двух противоположных направлениях. Наряду с ними существуют и односторонние связи (например, канат). Связи, соединяющие тело (систему) с землей, называют опорными (внешними), а связи внутри системы – внутренними. Если земля входит в состав системы, т. е. считается телом, то все связи будут внутренними.

Для плоских систем основными жесткими связями являются: стержень с шарнирными концами – линейная связь (рисунок 2.1, а); шарнир – связь, эквивалентная двум линейным связям (рисунок 2.1, б); заделка – связь, эквивалентная трем элементарным связям и препятствующая угловому и двум линейным перемещениям (рисунок 2.1, в).

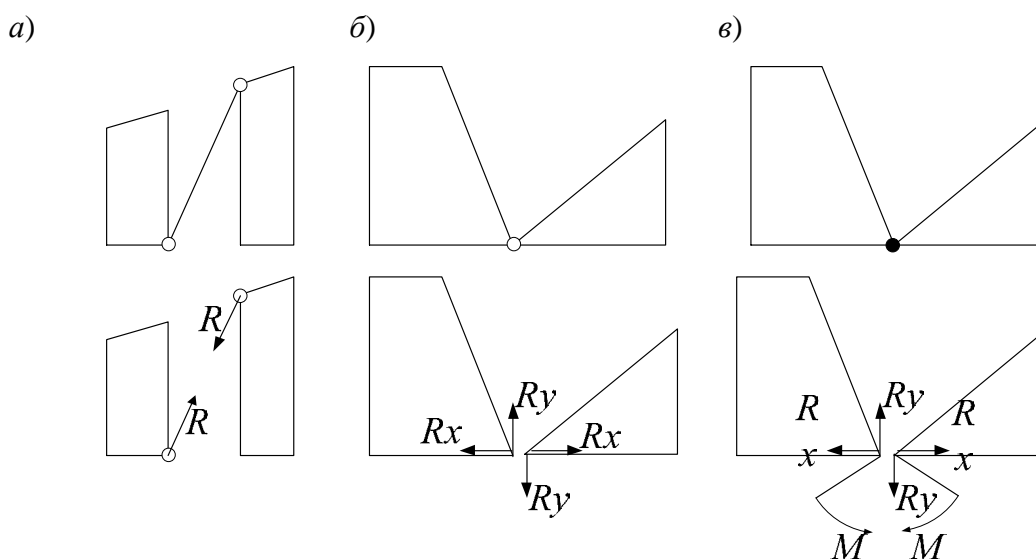


Рисунок 2.1 – Основные связи плоских систем

**Степень изменяемости системы.** Свойство системы изменять свою

форму при отсутствии деформаций в элементах называется ее изменяемостью. При определении степени изменяемости системы все ее элементы (тела и связи) считают абсолютно жесткими.

Каждый диск в плоскости обладает тремя степенями свободы относительно земли или любого другого диска, принимаемого за землю. Этими степенями свободы являются два линейных (в направлении координатных осей) и одно угловое перемещения (поворот). Блок в пространстве обладает шестью степенями свободы – тремя линейными и тремя угловыми перемещениями. Шарнирный узел имеет две степени свободы в плоскости и три – в пространстве; он может иметь только линейные перемещения.

Каждая элементарная связь отнимает одну степень свободы. Поэтому общее число степеней свободы, называемое степенью изменяемости  $I$  системы, определяется разностью между степенью свободы всех тел и числом элементарных связей с учетом их кратности. Для свободной, т. е. отделенной от земли или в системе земля считается диском, степень изменяемости системы определяется по формулам:

– для плоской системы

$$I = 3D - 2C_{\text{Э}} - 3; \quad (2.1)$$

– для пространственной системы

$$I = 6B - 3C_{\text{Э}} - 6, \quad (2.2)$$

где  $D$  – число дисков;

$B$  – число блоков;

$C_{\text{Э}}$  – число элементарных связей.

В шарнирно-стержневых системах за соединяемые элементы удобнее принимать узлы, а за соединяющие – стержни. В этом случае степень изменяемости системы определяется по формулам:

– для плоской системы

$$I = 2U - 2C - 3; \quad (2.3)$$

– для пространственной системы

$$I = 3U - C - 6, \quad (2.4)$$

где  $U$  – число узлов;

$C$  – число стержней.

Если в приведенных формулах  $I = 0$ , то связей достаточно для того, чтобы при правильной их расстановке система была неизменяемой; если  $I < 0$ , то связей в избытке; если же  $I > 0$ , то связей не хватает и система изменяема.

Определить степень изменяемости системы, представленной на рисунке 2.2.





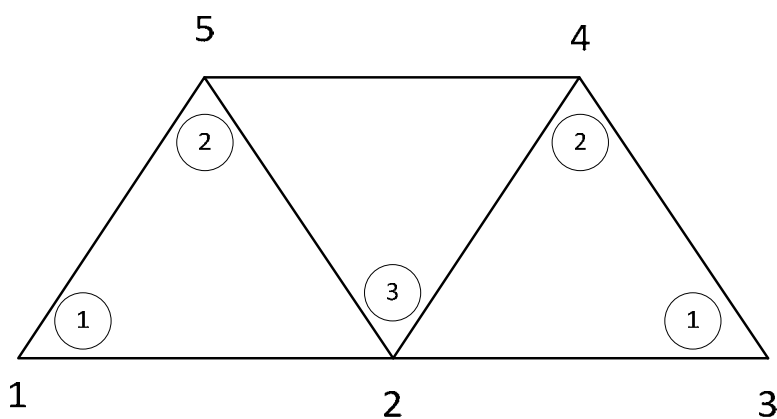


Рисунок 2.2 – Расчетная схема

Определим количество дисков  $D$ . В качестве дисков выступают стержни.  $D = 7$ . Определим количество элементарных связей, учитывая, что число связи в узле равняется количеству сходящихся стержней минус один, т. е. для узла 1 число связи будет  $2 - 1 = 1$ , для узла 5  $3 - 1 = 2$ , для узла 2  $4 - 1 = 3$ . Итого количество элементарных связей будет равно

$$C_3 = 1 + 3 + 1 + 2 + 2 = 9.$$

Степень изменяемости определяется по формуле (2.1):

$$I = 3D - 2C_3 - 3 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 9 - 3 = 0.$$

Определим степень изменяемости используя формулу (2.3). Для этого определим количество узлов  $U = 5$  и данные подставим в формулу

$$I = 2U - C - 3 = 2 \cdot 5 - 7 - 3 = 0.$$

Таким образом, при определении степени изменяемости шарнирно-сочлененных систем целесообразнее использовать формулу (2.3).

$I \leq 0$  является необходимым, но не достаточным для того, чтобы считать систему неизменяемой; надо, чтобы связи в ней были расставлены в соответствии с определенными правилами образования систем.

## 2.2 Кинематический анализ изменяемости систем

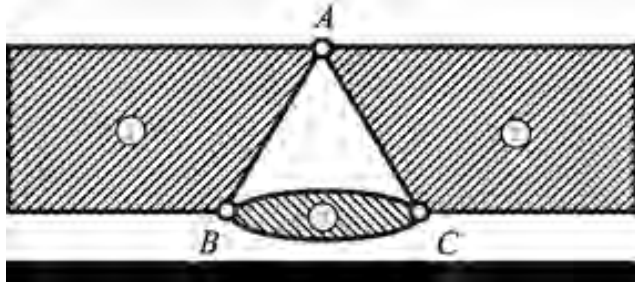
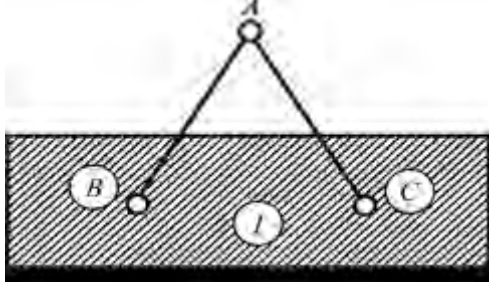
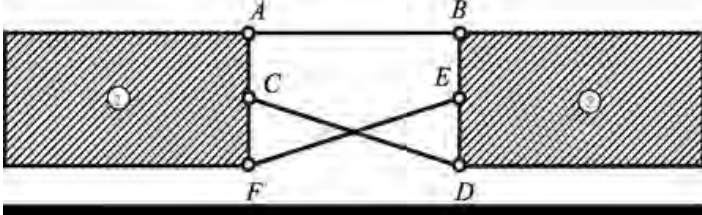
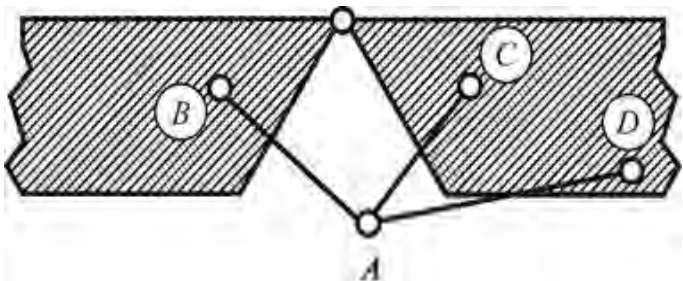
Простейшие законы образования геометрически неизменяемых систем приведены в таблице 2.1.

Проведем кинематический анализ экскаватора. Система, изображенная на рисунке 2.3, содержит шесть дисков, отмеченных римскими цифрами, пять простых шарниров ( $A, B, C, D$  и  $E$ ), пять стержней, которые также считаем дисками, и 10 шарниров в стержнях. В соответствии с формулой (2.1)



$$И = 3Д - 2С_{\text{э}} - 3 = 3 \cdot 11 - 2 \cdot 15 - 3 = 0.$$

Таблица 2.1– Законы образования геометрически неизменяемых систем

Номер схемы	Схема	Закон образования
1		К двум дискам 1 и 2, связанным друг с другом шарниром $A$ , присоединен при помощи шарниров $B$ и $C$ диск 3, причём прямая $BC$ не проходит через точку $A$
2		К диску I (геометрически неизменяемой системе) присоединяется при помощи двух стержней новый узел $A$ так, что три шарнира $A$ , $B$ и $C$ не лежат на одной прямой
3		Два диска (1 и 2) связаны между собой тремя стержнями, оси которых не пересекаются в одной точке и не параллельны друг другу
4		К геометрически изменяемой фигуре, имеющей одну степень изменяемости, шарнирно присоединяется новая точка $A$ тремя стержнями, причём все три шарнира $B$ , $C$ и $D$ не принадлежат к одному и тому же звену

Проследим путь образования этой системы. К диску I при помощи шарнира  $A$  и стержня 1–1' присоединяется диск II, далее аналогично диски III, IV, V и VI. Следовательно, система неизменяема. Отметим, что диск VI по отношению к другим дискам представляет дополнительную часть, так как его удаление (вместе с шарниром  $E$  и стержнем 5–5') не влияет на неизменяемость оставшейся системы. Аналогичным образом диск IV совместно с дисками V и VI представляет собой дополнительную часть по отношению к части системы, состоящей из дисков I, II, III, но совместно с последними дисками является главной частью по отношению к дополнительной части системы, состоящей из дисков V и VI.

Рассмотрим систему, представленную на рисунке 2.4 *a*.

Применим формулу (2.3). Система имеет 13 стержней и 8 узлов.



### 3 Линии влияния опорных реакций, поперечных сил и изгибающих моментов для однопролетных балок

**Цель:** получить навыки построения линий влияния опорных реакций, поперечных сил и изгибающих моментов для однопролетных балок.

#### Основные сведения

Линии влияния – график зависимости какой-либо величины (усилия, прогиба и т. п.) в заданном сечении элемента конструкции от положения приложенной к нему единичной силы постоянного направления. Линии влияния применяются для установления наиболее выгодного расположения нагрузки.

Реакция  $R_A$  в зависимости от координаты  $x$  изменяется по зависимости (рисунок 3.1):

$$\sum M_B = R_A \cdot l - F \cdot x = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A = \frac{F \cdot x}{l} = \frac{x}{l}.$$

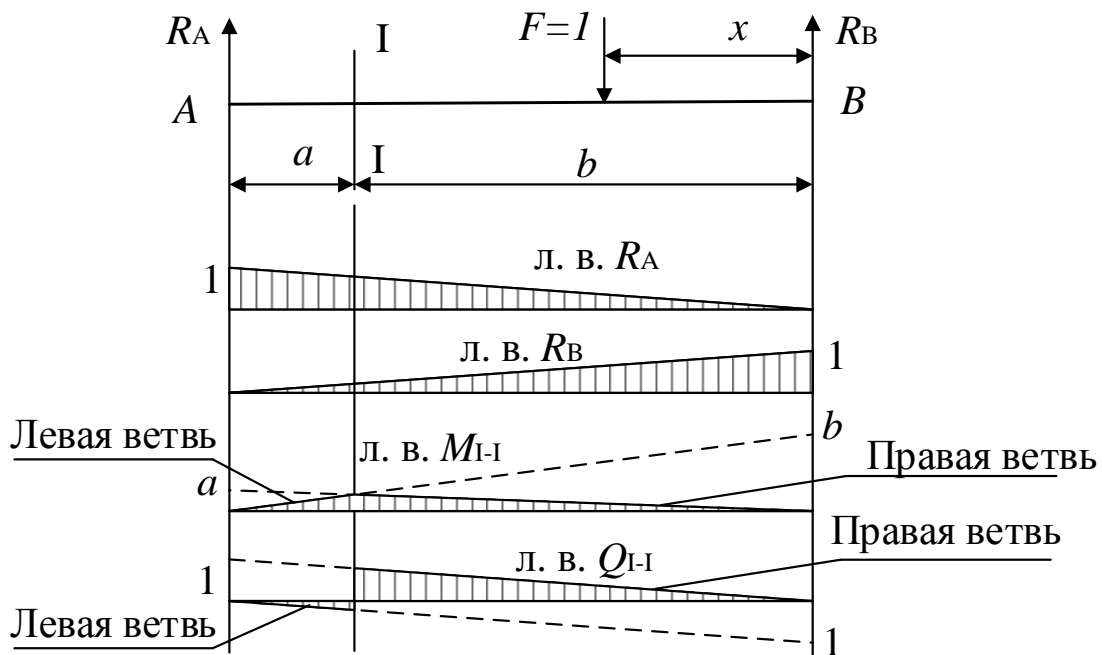


Рисунок 3.1 – Линии влияния опорных реакций, изгибающих моментов и поперечных сил

При  $x = 0$   $R_A = 0$  и при  $x = l$   $R_A = 1$ .

Выбираем масштаб  $M_{R_A}$  линии влияния реакции  $R_A$  и строим линию влияния реакции  $R_A$ .

Реакция  $R_B$  в зависимости от координаты  $x$  изменяется по зависимости:

$$\sum M_A = -R_B \cdot l - F \cdot (l - x) = 0 \quad \Rightarrow \quad R_B = \frac{F \cdot (l - x)}{l} = \frac{l - x}{l}.$$

При  $x = 0$   $R_B = 1$  и при  $x = 1$   $R_B = 0$ .

Выбираем масштаб  $M_{R_B}$  линии влияния реакции  $R_B$  и строим линию влияния реакции  $R_B$ .

Строим линию влияния изгибающего момента в сечении I–I. Если единичная сила  $F = 1$  справа от сечения, т. е.  $0 \leq x \leq b$ , то, рассматривая левую часть балки, получим уравнение правой ветви линии влияния изгибающего момента  $M_{I-I}$ .

При  $x = 0$   $M_{I-I} = 0$  и при  $x = b$ .

Аналогично строим левую ветвь линии влияния  $M_{I-I}$ , располагая единичную силу  $F = 1$  слева от сечения и рассматривая правую часть балки.

Строим теперь линию влияния поперечной силы в сечении I–I (см. рисунок 3.1). Если единичная сила  $F = 1$  справа от сечения I–I, то рассматривая левую часть балки, получим уравнение правой ветви линии влияния поперечной силы  $Q_{I-I}$ :

$$Q_{I-I} = R_A = \frac{x}{l}.$$

При  $x = 0$   $Q_{I-I} = 0$  и при  $x = b$   $Q_{I-I} = \frac{b}{l}$ .

Рассматривая правую часть балки, когда единичная сила  $F = 1$  слева от сечения I–I, аналогично строим левую ветвь линии влияния  $Q_{I-I}$ .

### **Контрольные вопросы**

- 1 Понятие линии влияния.
- 2 Порядок построения линий влияния для межопорного сечения.
- 3 Для чего применяются линии влияния?

## **4 Определение усилий по линиям влияния**

**Цель:** получить навыки определения усилий в сечениях по линиям влияния.

### **Основные сведения**

Пусть на балку действует система сосредоточенных сил  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ . Требуется построить линию влияния изгибающих моментов  $M_{I-I}$  и линию влияния поперечных сил  $Q_{I-I}$  и по линиям влияния определить изгибающий момент и поперечную силу в сечении I–I (рисунок 4.1).

Используя принцип независимости действия сил, изгибающий момент в сечении I–I  $M_{I-I}$  от сил  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ , рассчитанный по линии влияния  $M_{I-I}$ , равен

$$M_{I-I} = \sum F_i \cdot y_i = F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2 - F_3 \cdot y_3.$$



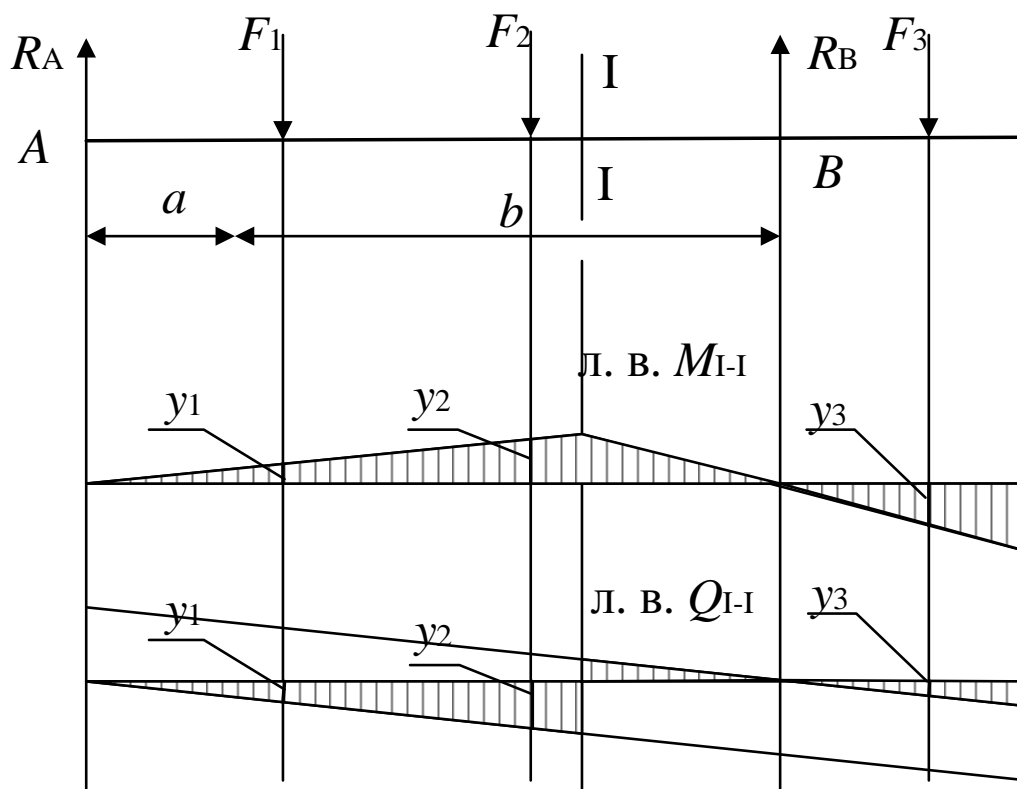


Рисунок 4.1 – Схема балки к расчету  $M$  и  $Q$

Аналогично определяется и поперечная сила в сечении I–I по ее линии влияния:

$$Q_{I-I} = \sum F_i \cdot y_i = -F_1 \cdot y_1 - F_2 \cdot y_2 + F_3 \cdot y_3.$$

Пусть теперь на балку действует распределенная нагрузка интенсивностью  $q$ . Требуется построить линии влияния изгибающих моментов  $M_{I-I}$  и поперечных сил  $Q_{I-I}$  для сечения I–I и по линиям влияния определить изгибающий момент и поперечную силу в сечении I–I (рисунок 4.2).

Строим линии влияния изгибающего момента  $M_{I-I}$  и поперечной силы  $Q_{I-I}$ . Изгибающий момент в сечении I–I от действия на балку распределенной нагрузки интенсивностью  $q$ , рассчитанный по линии влияния:

$$M_{I-I} = q \cdot \omega,$$

где  $\omega$  – площадь линии влияния  $M_{I-I}$ , ограниченной действием распределенной нагрузки интенсивностью  $q$ . На рисунке 4.2 площадь  $\omega$  заштрихована.

Поперечная сила в сечении I–I от действия на балку распределенной нагрузки интенсивностью  $q$ , рассчитанная по линии влияния:

$$Q_{I-I} = q \cdot (\omega_2 - \omega_1),$$

где  $\omega_2$  и  $\omega_1$  – площади линии влияния  $Q_{I-I}$ , ограниченные действием распределенной нагрузки интенсивностью  $q$  с положительными и отрица-

тельными ординатами, соответственно.

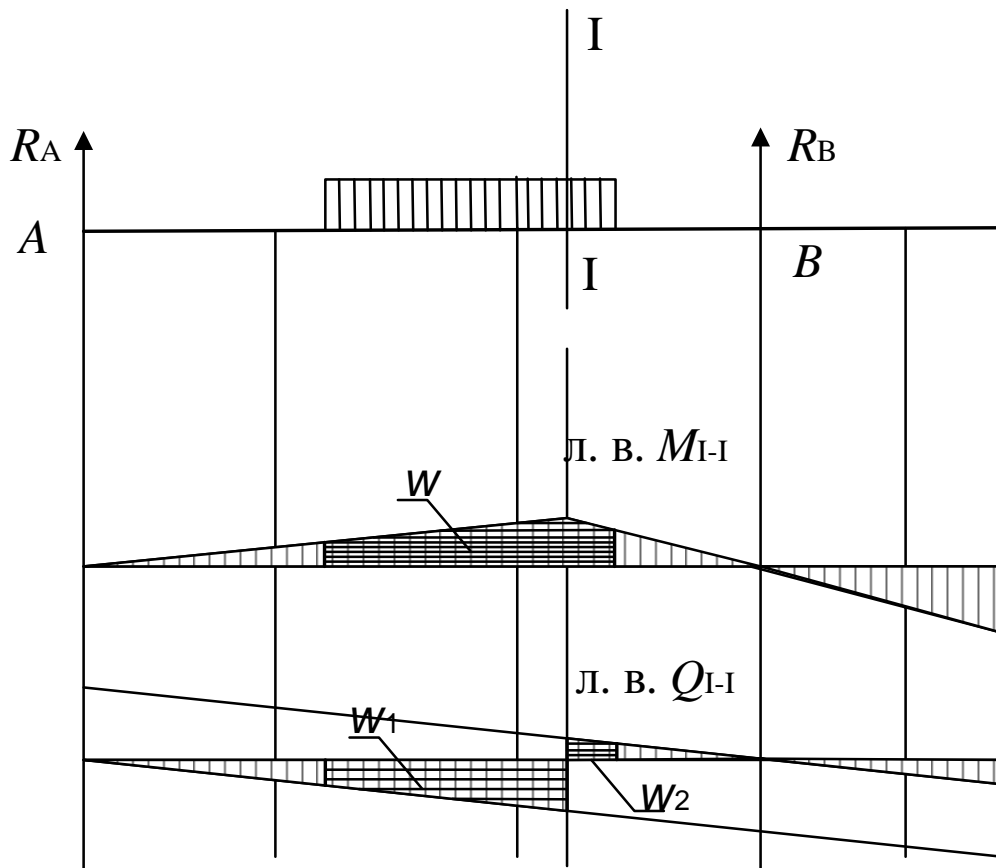


Рисунок 4.2 – Схема балки к определению  $M$  и  $Q$  в сечении от распределенной нагрузки

**Пример** – Для заданной на рисунке 4.3 балки, нагруженной распределенной нагрузкой интенсивностью  $q = 5$  кН/м, построить линии влияния изгибающего момента  $M_{I-I}$  и поперечной силы  $Q_{I-I}$  и по ним определить изгибающий момент и поперечную силу.

Принимаем масштаб линии влияния  $M_{I-I}$  равным 1 м/см и строим линию влияния  $M_{I-I}$ , откладывая над опорой  $B$  ординату 2 см и на опоре  $A$  ординату, равную 0. Проводим прямую, соединяющую эти две ординаты и далее до конца консоли. Сносим на полученную прямую сечение  $I-I$  и полученную точку соединяем с нулевой ординатой на опоре  $B$ . Тогда

$$M_{I-I} = q(\omega_{1M} - \omega_{2M}) = q\left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1\right) = 5 \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -3,75 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Принимаем масштаб линии влияния  $Q_{I-I}$  равным 1 ед./см и строим линию влияния  $Q_{I-I}$  ранее описанным способом, откладывая над опорой  $A$  ординату, равную 1 см со знаком «+», а над опорой  $B$  ординату 1 см со знаком «-». Полученные на опорах ординаты соединяем прямыми с нулевыми ординатами на противоположных опорах и сносим на полученные прямые сечение  $I-I$ . Линия влияния  $Q_{I-I}$  имеет скачок, равный единице под сечением  $I-I$ . Тогда



$$Q_{I-I} = q(\omega_{2Q} - \omega_{1Q}) = q\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 1\right) = 5 \cdot \frac{3}{8} = 1,875 \text{ кН.}$$

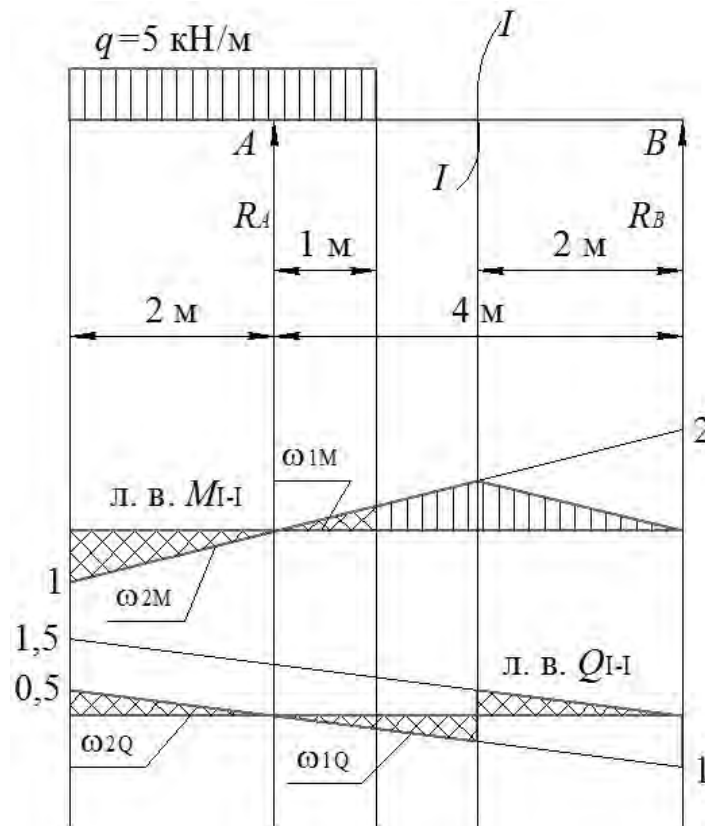


Рисунок 4.3 – Линии влияния  $M_{I-I}$  и  $Q_{I-I}$

### Контрольные вопросы

- 1 Следует ли учитывать знак при определении усилий по линиям влияния?
- 2 Может ли усилие в сечении от поперечных сил равняться нулю?
- 3 Порядок определения усилий по линиям влияния.
- 4 Как определить усилие в сечении от действия распределенной нагрузки?

## 5 Методы определения усилий в стержнях ферм

**Цель:** изучить методы определения усилий в стержнях ферм

### 5.1 Метод моментной точки

Требуется определить усилие в стержне верхнего пояса фермы  $O_{4-5}$  (рисунок 5.1).

Для определения усилия  $O_{4-5}$  выполняем следующие действия:

- проводим сечение I–I, рассекающее ферму и стержень 4–5 на две части;
- внутренние усилия в стержнях фермы, попавшие в сечение I–I, направ-



ляем от узлов, считая, что стержни растянуты;

– для стержня 4–5 моментная точка 14, так как в этой точке пересекаются направления двух других стержней (5–14 и 13–14), попавших в сечение I–I, моменты от усилий в которых относительно точки 14 будут равны нулю;

– определяем опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$  от внешних сил  $F_1$  и  $F$ , приложенных в узлах верхнего пояса фермы;

– для определения усилия в стержне 4–5  $O_{4-5}$  рассматриваем равновесие левой или правой отсеченных частей фермы, составляя уравнение моментов для внешних и внутренних сил относительно точки 14. В данном случае рассматриваем левую отсеченную часть, так как на нее действует меньше внешних сил.

$$\sum M_{14} = 0; \quad R_A \cdot 3d - F_1 \cdot 3d - F \cdot 2d - F \cdot d + O_{4-5} \cdot h = 0.$$

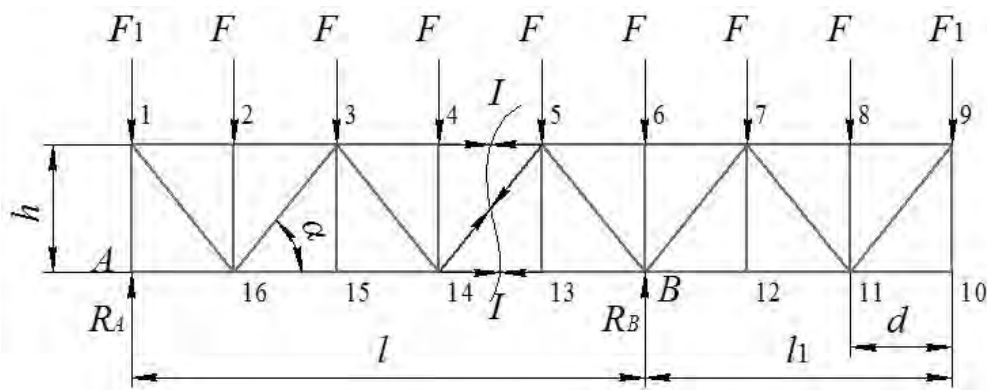


Рисунок 5.1 – Расчетная схема фермы

Отсюда

$$O_{4-5} = \frac{F_1 \cdot 3d + F \cdot (2d + d) - R_A \cdot 3d}{h}. \quad (5.1)$$

Если при вычислении усилия  $O_{4-5}$  по формуле (5.1) оно окажется отрицательным, то стержень будет сжат.

## 5.2 Метод проекций

Требуется определить усилие в раскосе (см. рисунок 5.1)  $D_{14-15}$ . Для этого выполняем следующие действия:

– проводим сечение I–I, усилия в рассеченных стержнях направляем от узлов, считая, что они растянуты;

– для определения усилия в раскосе  $D_{14-15}$  рассматриваем равновесие левой или правой частей фермы, составляя уравнение проекций на ось  $Y$ . В данном случае рассматриваем левую часть фермы, так как на нее действует меньше сил.

$$\sum Y = 0; \quad R_A - F_1 - 3F + D_{14-15} \cdot \sin \alpha = 0.$$

Отсюда

$$D_{14-15} = \frac{F_1 + 3F - R_A}{\sin \alpha}. \quad (5.2)$$

Если при вычислении усилия  $D_{14-15}$  по формуле (5.2) оно окажется отрицательным, то стержень будет сжат.

### 5.3 Метод вырезания узлов

Метод вырезания узлов является частным случаем метода проекций.

Требуется определить усилие в опорной стойке 6–В  $V_{6-B}$  (см. рисунок 5.1). Стойка 6–В относится и к узлу 6, и к опорному узлу В. Для определения усилия в стойке 6–В  $V_{6-B}$  нельзя вырезать опорный узел В, так как в нем сходятся пять стержней, внутренние усилия в которых неизвестны и определить их с помощью двух уравнений статики  $\sum X = 0$  и  $\sum Y = 0$  невозможно. Поэтому вырезаем узел 6 (рисунок 5.2). Направляем неизвестные внутренние усилия в стержнях от узла 6, считая, что они растянуты.

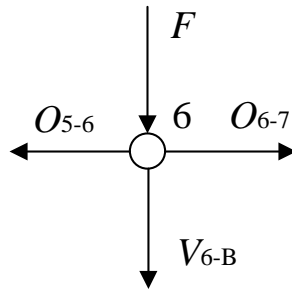


Рисунок 5.2 – Узел 6

Рассматриваем равновесие узла 6, составляя уравнение проекций сил на ось  $Y$ .

$$\sum Y = 0; \quad -F - V_{6-B} = 0.$$

Таким образом  $V_{6-B} = -F$ .

Стойка 6–В сжата, так как усилие в ней со знаком «–».

Определяем усилие в стойке  $V_{9-10}$ . Для этого вырезаем узел 10 (рисунок 5.3).

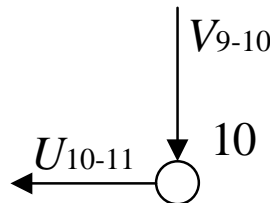


Рисунок 5.3 – Узел 10

Рассматриваем равновесие узла 10, составляя уравнение проекций сил на ось  $Y$ .

$$\sum Y = 0; \quad V_{9-10} = 0.$$

Стержень 9–10 «нулевой».

**Пример** – При заданных внешних нагрузках  $F = 4$  кН,  $F_1 = 2$  кН и  $F_2 = 5$  кН определить усилия в стержнях 1–2, 1–9, 3–4 и 4–5 заданной треугольной фермы (рисунок 5.4).

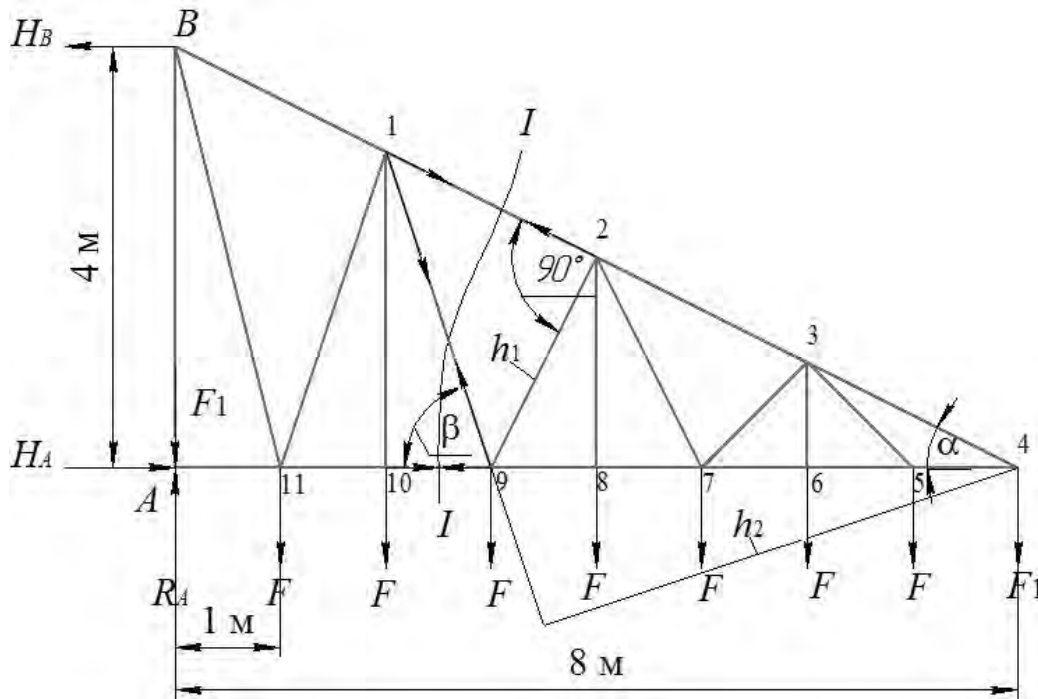


Рисунок 5.4 – Расчетная схема треугольной фермы

**Определяем усилие в стержне верхнего пояса  $O_{1-2}$ .** Для этого проводим сечение I–I, рассекающее ферму на две части. Направляем внутренние усилия в стержнях от узлов. Для определения данного усилия воспользуемся методом моментной точки. Моментной точкой для стержня 1–2 является точка 9. Рассмотрим равновесие правой отсеченной части фермы, составив уравнение моментов относительно моментной точки 9. В этом случае не требуется определять опорные реакции  $R_A$ ,  $H_A$  и  $H_B$ . Тогда

$$\sum M_9 = 0; \quad -O_{1-2} \cdot h_1 + F \cdot 1 + F \cdot 2 + F \cdot 3 + F \cdot 4 + F_2 \cdot 5 = 0.$$

Отсюда

$$O_{1-2} = \frac{F \cdot (1 + 2 + 3 + 4) + F_2 \cdot 5}{h_1}.$$

Определяем угол  $\alpha$  из соотношения

$$\alpha = \arctg \frac{4}{8} = 26,56^\circ.$$

Тогда

$$h_1 = 5 \cdot \sin \alpha = 5 \cdot \sin 26,56^\circ = 2,235 \text{ м};$$

$$O_{1-2} = \frac{4 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) + 5 \cdot 5}{2,235} = 22,37 \text{ кН.}$$

**Определяем усилие в раскосе  $D_{1-9}$ .** Для этого воспользуемся сечением I–I. Моментной точкой для раскоса 1–9 является точка 4. Рассмотрим равновесие правой отсеченной части фермы, составив уравнение моментов относительно моментной точки 4.

$$\sum M_4 = 0; \quad -F \cdot 5 - F \cdot 4 - F \cdot 3 - F \cdot 2 - F \cdot 1 + D_{1-9} \cdot h_2 = 0.$$

Откуда

$$D_{1-9} = \frac{F \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5)}{h_2}.$$

Определяем плечо  $h_2$  усилия  $D_{1-9}$  относительно точки 4.

$$\frac{h_{1-9}}{4} = \frac{6}{8} \quad \Rightarrow \quad h_{1-9} = \frac{4 \cdot 6}{8} = 3 \text{ м;}$$

$$\beta = \arctg \frac{h_{1-9}}{1} = \arctg 3 = 71,56^\circ$$

$$h_2 = 5 \cdot \sin \beta = 5 \cdot \sin 71,56^\circ = 4,75 \text{ м.}$$

Тогда

$$D_{1-9} = \frac{4 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5)}{4,75} = 12,63 \text{ кН.}$$

**Определяем усилия в стержне нижнего пояса  $U_{4-5}$  и в стержне верхнего пояса  $O_{3-4}$ .** Для этого воспользуемся методом вырезания узлов. Для этого вырежем узел 4 и рассмотрим его равновесие:

$$\sum X = 0; \quad -U_{4-5} - O_{3-4} \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad -F_2 + O_{3-4} \cdot \sin \alpha = 0.$$

Из второго уравнения определяем

$$O_{3-4} = \frac{F_2}{\sin \alpha} = \frac{5}{\sin 26,56^\circ} = 11,18 \text{ кН.}$$

Тогда из первого уравнения определяем

$$U_{4-5} = -O_{3-4} \cdot \cos \alpha = -11,18 \cdot \cos 26,56^\circ = -9,95 \text{ кН.}$$



### Контрольные вопросы

- 1 В какую сторону направлены внутренние усилия в стержнях?
- 2 Условия применения метода моментной точки.
- 3 Может ли моментная точка находиться вне фермы?
- 4 Правило знаков при составлении уравнения моментов.
- 5 Условия применения метода проекций.
- 6 При определении усилий в стержнях, какую часть фермы рассматриваем?
- 7 Суть метода вырезания узлов.
- 8 Условия применения вырезания узлов.

## 6 Методы построения линий влияния усилий в стержнях ферм

**Цель:** изучить методы построения линий влияния усилий в стержнях ферм.

### 6.1 Метод моментной точки

Требуется построить линию влияния усилия в стержне верхнего пояса 5–6  $O_{5-6}$  для фермы, изображенной на рисунке 6.1. Ездовой пояс – верхний. Линия влияния строится при действии единичной силы  $F = 1$ .

Для построения линии влияния усилия в стержне 5–6  $O_{5-6}$  выполняем следующие действия:

- предварительно строим линии влияния опорных реакций  $R_A$  и  $R_B$  от действия подвижной нагрузки  $F = 1$ ;
- проводим сечение I–I, пересекающее данный стержень;
- направляем неизвестные внутренние усилия в стержнях, попавших в сечение I–I от узлов, считая их все растянутыми;
- устанавливаем подвижную нагрузку  $F = 1$  справа от сечения I–I, т. е. между узлами 6 и 7 по ездовому поясу. Рассматриваем равновесие левой отсеченной части фермы относительно моментной точки 8.

$$\sum M_8 = 0; \quad R_A \cdot 5d + O_{5-6} \cdot h = 0.$$

Откуда

$$O_{5-6} = -R_A \cdot \frac{5d}{h}. \quad (6.1)$$

Из уравнения (6.1) следует, что усилие в стержне 5–6  $O_{5-6}$  будет таким же, как и опорная реакция  $R_A$ , взятая с обратным знаком и умноженная на постоянный коэффициент  $5d/h$ . Выбираем масштаб линии влияния  $O_{5-6}$ , над опорой  $A$  откладываем ординату, а над опорой  $B$  – нулевую ординату и соединяем эти ординаты прямой линией. Сносим на полученную прямую узлы 6 и 7, так как между ними находится подвижная нагрузка  $F = 1$ , и получаем правую



ветвь линии влияния  $O_{5-6}$ ;

– помещаем подвижную нагрузку  $F = 1$  слева от сечения I–I, т. е. между узлами 1–5 по ездovому поясу. Рассматриваем равновесие правой отсеченной части фермы относительно моментной точки 8.

$$\sum M_8 = 0; \quad -R_B \cdot d - O_{5-6} \cdot h = 0.$$

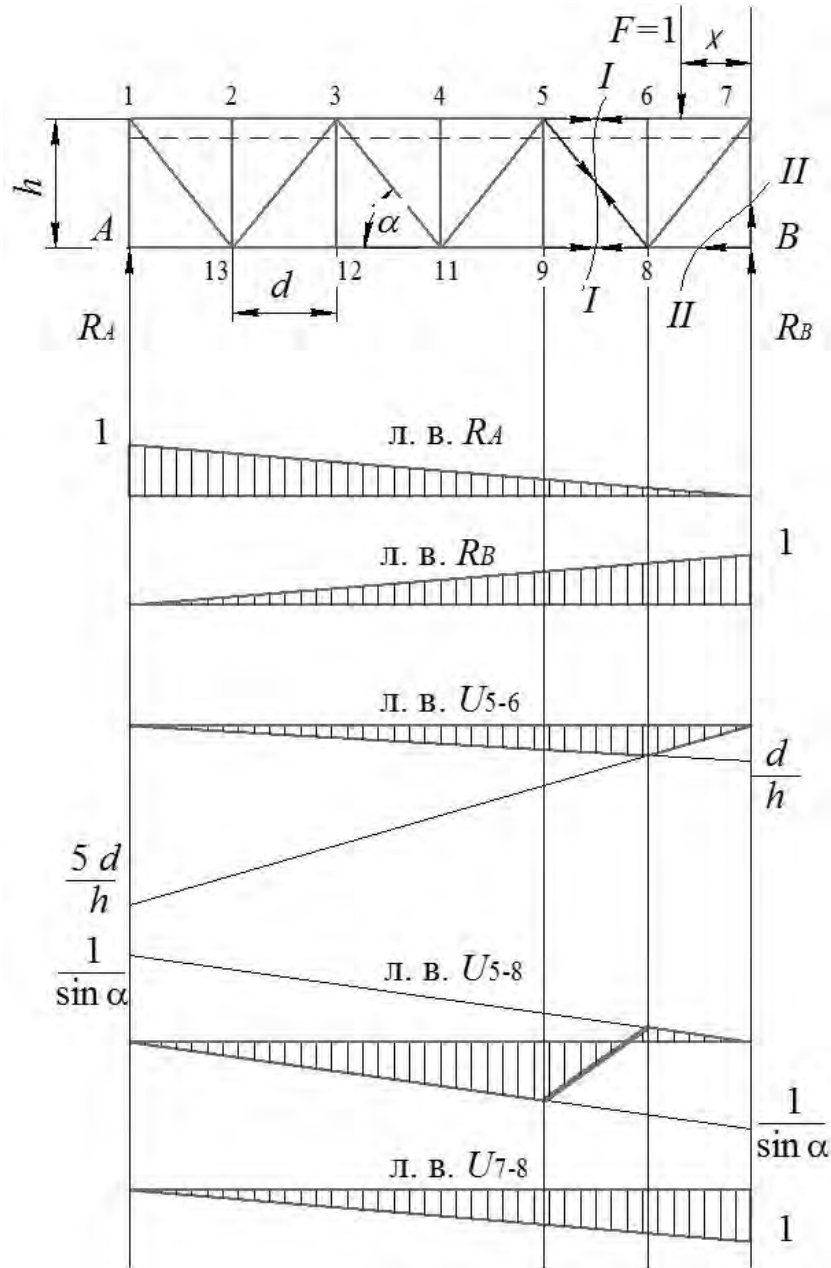


Рисунок 6.1 – Линии влияния усилий в стержнях фермы

Откуда

$$O_{5-6} = -R_B \cdot \frac{d}{h}. \quad (6.2)$$

Проводя аналогичные рассуждения, как и в предыдущем случае, получаем левую ветвь линии влияния  $O_{5-6}$ . Ординаты линии влияния  $O_{5-6}$  между узла-

ми 5 и 6 соединяем «передаточной прямой» и получаем таким образом линию влияния  $O_{5-6}$  (см. рисунок 6.1).

## 6.2 Метод проекций

Построим теперь линию влияния усилия в раскосе 5–8  $D_{5-8}$ . Для этого выполняем следующие действия:

– проводим сечение I–I и направляем неизвестные внутренние усилия в рассекаемых стержнях фермы от узлов, считая их растянутыми;

– для определения усилия в раскосе воспользуемся методом проекций. Располагаем подвижную нагрузку  $F = 1$  справа от сечения I–I, т. е. между узлами 6–7. Рассмотрим равновесие левой отсеченной части, составив сумму проекций на ось  $Y$ .

$$\sum Y = 0; \quad R_A - D_{5-8} \cdot \sin \alpha = 0.$$

Откуда

$$D_{5-8} = \frac{R_A}{\sin \alpha}. \quad (6.3)$$

Используя линию влияния опорной реакции  $R_A$  и задавшись масштабом, строим правую ветвь линии влияния  $D_{5-8}$  (см. рисунок 6.1);

– располагаем теперь подвижную нагрузку слева от сечения I–I, т. е. между узлами 1–5. Рассмотрим равновесие правой отсеченной части, составив уравнение проекций сил на ось  $Y$ .

$$\sum Y = 0; \quad R_B + D_{5-8} \cdot \sin \alpha = 0.$$

Откуда

$$D_{5-8} = -\frac{R_B}{\sin \alpha}. \quad (6.4)$$

Используя линию влияния опорной реакции  $R_B$  и задавшись масштабом, строим левую ветвь линии влияния  $D_{5-8}$  (см. рисунок 6.1).

«Передаточная прямая» проходит между узлами 5 и 6.

## 6.3 Метод вырезания узлов

Построим линию влияния в опорной стойке  $V_{7-B}$ . Для этого выполним следующие действия:

– проводим сечение II–II;

– воспользуемся методом вырезания узлов. Вырезаем узел  $B$  и рассматриваем его равновесие, составив уравнение проекций на ось  $Y$ .

$$\sum Y = 0; \quad R_B + V_{7-B} = 0.$$





Откуда

$$V_{7-B} = -R_B. \quad (6.5)$$

Из уравнения (6.5) следует, что линия влияния  $V_{7-B}$  будет такой же, как и линия влияния опорной реакции  $R_B$ , но взятой со знаком «-».

**Пример** – Для фермы, изображенной на рисунке 6.2, построить линии влияния усилий в стержнях 4–5, 4–9 и 9–10. Предварительно построим линии влияния опорных реакций  $R_A$  и  $H_A$ , а также усилие в оттяжке  $F_{om}$ .

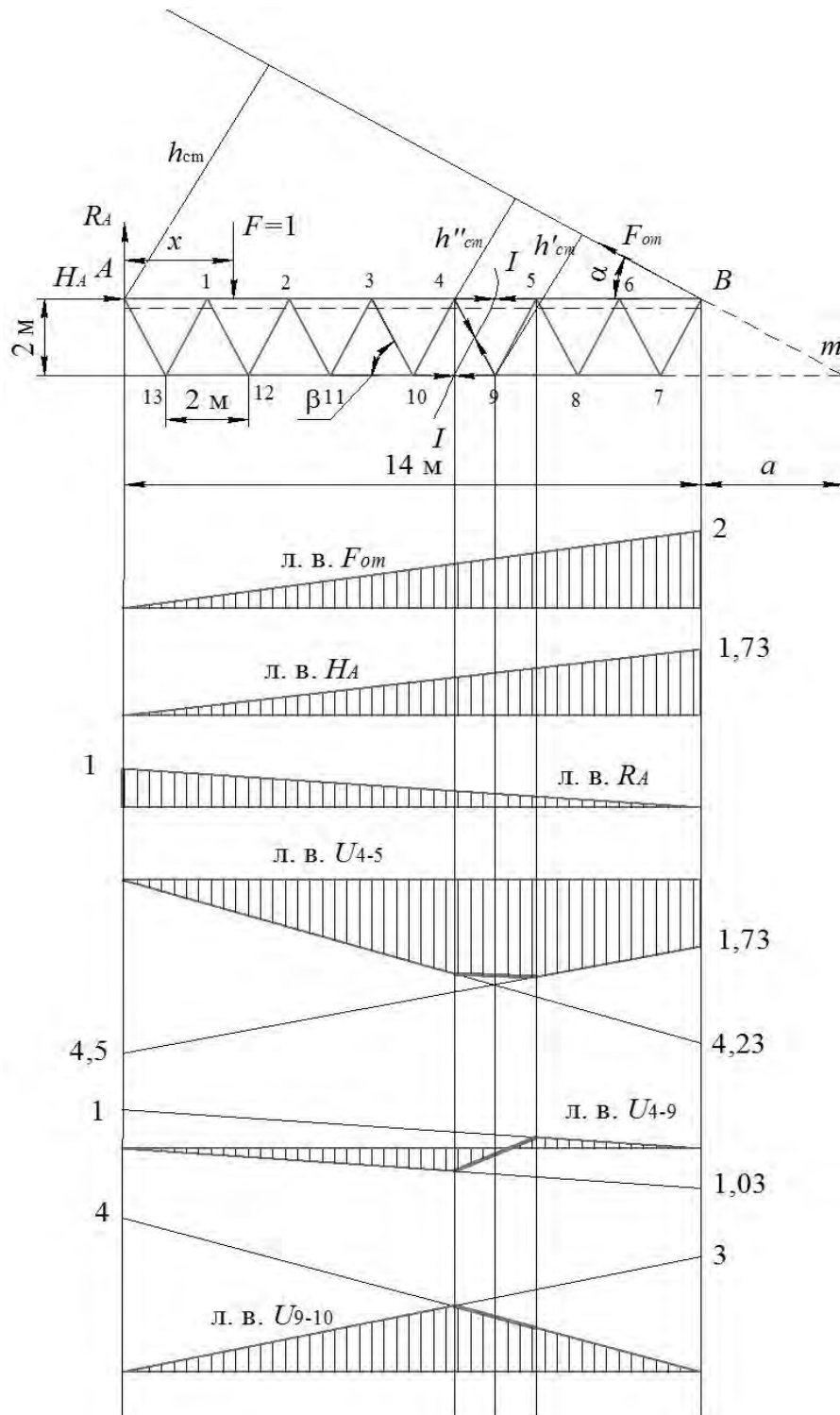


Рисунок 6.2 – Линии влияния усилий в стержнях фермы



Для построения линий влияния указанных выше стержней необходимо выполнить следующие действия.

**Линия влияния  $F_{om}$ .** Для этого рассмотрим равновесие фермы, составив уравнение моментов относительно опоры  $A$ .

$$\sum M_A = 0; \quad -F_{om} \cdot h_{om} + F \cdot x = 0.$$

Откуда

$$F_{om} = \frac{F \cdot x}{h_{om}} = \frac{x}{h_{om}}, \quad (6.6)$$

где  $h_{om} = l \cdot \sin 30^\circ = 14 \cdot 0,5 = 7$  м.

Координата  $x$  изменяется от 0 до  $l = 14$  м. При  $x = 0$   $F_{om} = 0$  и при  $x = 14$  м  $F_{om} = 14/7 = 2$ . Выбираем масштаб линии влияния  $F_{om}$   $M_{F_{om}} = 1$  ед./см и откладываем над опорой  $A$  ординату 0 и над опорой  $B$  ординату 2 см. Затем соединяем эти ординаты прямой и получаем линию влияния  $F_{om}$ .

**Линия влияния  $H_A$ .** Рассмотрим равновесие фермы, составив уравнение проекций сил на ось  $X$ .

$$\sum X = 0; \quad H_A - F_{om} \cdot \cos 30^\circ = 0.$$

Откуда

$$H_A = F_{om} \cdot \cos 30^\circ. \quad (6.7)$$

Из уравнения (6.7) следует, что линия влияния  $H_A$  будет такой же, как и линия влияния  $F_{om}$ , только каждая ордината линии влияния  $F_{om}$  будет умножена на  $\cos 30^\circ$ . Ордината линии влияния  $H_A$  над опорой  $B$  равна  $2 \cos 30^\circ = 1,73$ . Выбираем масштаб и строим линию влияния  $H_A$ .

**Линия влияния  $R_A$ .** Рассмотрим равновесие фермы, составив уравнение проекций сил на ось  $Y$ .

$$\sum Y = 0; \quad R_A - F + F_{om} \cdot \sin 30^\circ = 0.$$

Откуда

$$R_A = F - F_{om} \cdot \sin 30^\circ = 1 - F_{om} \cdot \sin 30^\circ.$$

При  $x = 0$ , т. е. единичная сила  $F = 1$  над опорой  $A$ , ордината

$$R_A = 1 - F_{om} \cdot \sin 30^\circ = 1 - 0 \cdot \sin 30^\circ = 1$$

и при  $x = 14$ , т. е. единичная сила  $F = 1$  над опорой  $B$ , ордината

$$R_A = 1 - F_{om} \cdot \sin 30^\circ = 1 - 2 \cdot \sin 30^\circ = 0.$$

Выбираем масштаб и строим линию влияния  $R_A$ .



**Линия влияния  $O_{4-5}$ .** Проводим сечение I–I и воспользуемся методом моментной точки. Для стержня 4–5 моментной точкой является точка 9. Расположим единичную силу  $F = 1$  справа от сечения I–I, т. е. между узлами 5–B, и рассмотрим равновесие левой отсеченной части, составив уравнение моментов относительно моментной точки 9.

$$\sum M_9 = 0; \quad R_A \cdot 4,5d + H_A \cdot h + O_{4-5} \cdot h = 0.$$

Откуда

$$O_{4-5} = \frac{-H_A \cdot h - R_A \cdot 4,5d}{h}. \quad (6.8)$$

Из уравнения (6.8) следует, что закон изменения усилия  $O_{4-5}$  линейный. Тогда определим две крайних ординаты линии влияния  $O_{4-5}$  и соединим их прямой линией.

Ордината линии влияния  $O_{4-5}$  на опоре A будет равна:

$$O_{4-5} = \frac{-0 \cdot 2 - 1 \cdot 4,5 \cdot 2}{2} = -4,5.$$

Ордината линии влияния  $O_{4-5}$  на опоре B будет равна:

$$O_{4-5} = \frac{-1,73 \cdot 2 - 0 \cdot 4,5 \cdot 2}{2} = -1,73.$$

Выбираем масштаб и строим правую ветвь линии влияния  $O_{4-5}$ .

Располагаем единичную силу  $F = 1$  слева от сечения I–I, т. е. между узлами A–4, и рассмотрим равновесие правой отсеченной части, составив уравнение моментов относительно моментной точки 9.

$$\sum M_9 = 0; \quad -F_{om} \cdot h'_{om} - O_{4-5} \cdot h = 0.$$

Откуда

$$O_{4-5} = -\frac{F_{om} \cdot h'_{om}}{h}. \quad (6.9)$$

Определим плечо  $h'_{om}$ . Расстояние  $a = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{2}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 3,47$  м.

Тогда из треугольника имеем

$$h'_{om} = (a + 5) \cdot \sin \alpha = (3,47 + 5) \cdot \sin 30^\circ = 4,23 \text{ м.}$$

Используя линию влияния  $F_{om}$ , строим правую ветвь линии влияния  $O_{4-5}$ , отложив при этом над опорой A ординату

$$O_{4-5} = -\frac{0 \cdot 4,23}{2} = 0$$



и над опорой  $B$  ординату

$$O_{4-5} = -\frac{2 \cdot 4,23}{2} = -4,23$$

с учетом принятого масштаба. Передаточная прямая будет проходить между узлами 4 и 5, соединяя вершины узловых ординат.

**Линия влияния  $D_{4-9}$ .** Для построения линии влияния воспользуемся методом проекций. Расположим единичную силу  $F = 1$  справа от сечения I–I между узлами 5– $B$ . Рассмотрим равновесие левой отсеченной части фермы, составив уравнение проекций на ось  $Y$ .

$$\sum Y = 0; \quad R_A - D_{4-9} \cdot \sin \beta = 0.$$

Откуда

$$D_{4-5} = \frac{R_A}{\sin \beta}, \quad (6.10)$$

где угол  $\beta = \arctg \frac{2}{0,5} = 76^\circ$ .

Используя линию влияния опорной реакции  $R_A$  и задавшись масштабом, строим правую ветвь линии влияния  $D_{4-9}$ , откладывая при этом на опоре  $A$  ординату

$$D_{4-9} = \frac{R_A}{\sin \beta} = \frac{1}{\sin 76^\circ} = 1,03$$

и на опоре  $B$  ординату

$$D_{4-9} = \frac{R_a}{\sin \beta} = \frac{0}{\sin 76^\circ} = 0.$$

Располагаем теперь единичную силу  $F = 1$  слева от сечения I–I между узлами  $A$ –4. Рассмотрим равновесие правой отсеченной части фермы, составив уравнение проекций на ось  $Y$ .

$$\sum Y = 0; \quad F_{om} \cdot \sin \alpha + D_{4-9} \cdot \sin \beta = 0.$$

Откуда

$$D_{4-9} = -\frac{F_{om} \cdot \sin \alpha}{\sin \beta}. \quad (6.11)$$

Используя линию влияния  $F_{om}$  и проводя рассуждения, аналогичные предыдущим, строим левую ветвь линии влияния  $D_{4-9}$ , откладывая при этом на опоре  $A$  ординату



$$D_{4-9} = -\frac{F_{om} \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = -\frac{0 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 76^\circ} = 0$$

и на опоре  $B$  ординату

$$D_{4-9} = -\frac{F_{om} \cdot \sin \alpha}{\sin \beta} = -\frac{2 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 76^\circ} = -1,03.$$

Передачная прямая проходит между узлами 4 и 5, соединяя вершины узловых ординат.

**Линия влияния  $U_{9-10}$ .** Для построения линии влияния воспользуемся методом моментной точки. Для стержня 9–10 моментной точкой является точка 4. Расположим единичную силу  $F = 1$  справа от сечения I–I, т. е. между узлами 5– $B$ , и рассмотрим равновесие левой отсеченной части, составив уравнение моментов относительно моментной точки 4.

$$\sum M_4 = 0; \quad R_A \cdot 4d - U_{9-10} \cdot h = 0.$$

Откуда

$$U_{9-10} = \frac{R_A \cdot 4d}{h}. \quad (6.12)$$

Выбираем масштаб и строим правую ветвь линии влияния  $U_{9-10}$ , откладывая при этом на опоре  $A$  ординату

$$U_{9-10} = \frac{R_A \cdot 4d}{h} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 2}{2} = 4$$

и на опоре  $B$  ординату

$$U_{9-10} = \frac{R_A \cdot 4d}{h} = \frac{0 \cdot 4 \cdot 2}{2} = 0.$$

Располагаем единичную силу  $F = 1$  слева от сечения I–I, т. е. между узлами  $A$ –4 и рассмотрим равновесие правой отсеченной части, составив уравнение моментов относительно моментной точки 4.

$$\sum M_4 = 0; \quad -F_{om} \cdot h''_{om} + U_{9-10} \cdot h = 0.$$

Откуда

$$U_{9-10} = \frac{F_{om} \cdot h''_{om}}{h}. \quad (6.13)$$

Плечо

$$h''_{om} = 3d \cdot \sin \alpha = 3 \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = 3 \text{ м.}$$

Выбираем масштаб и строим левую ветвь линии влияния  $U_{9-10}$ , откладывая при этом на опоре  $A$  ординату



$$U_{9-10} = \frac{F_{om} \cdot h''_{om}}{h} = \frac{0 \cdot 3}{2} = 0$$

и на опоре  $B$  ординату

$$U_{9-10} = \frac{F_{om} \cdot h''_{om}}{h} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3.$$

Передаточная прямая между узлами 4 и 5 соединяет вершины узловых ординат.

### **Контрольные вопросы**

- 1 В какую сторону направлены внутренние усилия в стержнях?
- 2 Условия применения метода моментной точки.
- 3 Может ли моментная точка находиться вне фермы?
- 4 Правило знаков при составлении уравнения моментов.
- 5 Условия применения метода проекций.
- 6 При определении усилий в стержнях, какую часть фермы рассматриваем?
- 7 Суть метода вырезания узлов.
- 8 Условия применения вырезания узлов.
- 9 Отличия построения линий влияния для межопорных и консольных балок?

## **7 Выбор сечений сжатых и растянутых стержней**

**Цель:** получить навыки подбора сечений сжатых и растянутых стержней.

### **Основные сведения**

Сечения сжатых и растянутых стержней выбираются в зависимости от расчетных усилий.

Сечение растянутого стержня подбирается по формуле центрального растяжения из условия прочности и жесткости:

$$A = \frac{F_{рас}^p}{R},$$

где  $F_{рас}^p$  – расчетное растягивающее усилие, кН;

$R$  – расчетное сопротивление материала стержня. Для стержней из стали  $R = 210$  МПа;

$A$  – площадь сечения, см<sup>2</sup>.

Жесткость растянутых стержней ограничивается предельной гибкостью, которая не должна превышать значений, указанных в таблице 7.1.

Сечение сжатого стержня подбирается по формуле центрального сжатия из



условия прочности и продольной устойчивости:

$$A = \frac{F_{сж}^P}{\varphi \cdot m \cdot R},$$

где  $F_{сж}^P$  – расчетное сжимающее усилие, кН;

$\varphi$  – коэффициент продольного изгиба, принимаемый по таблице 7.2 в зависимости от гибкости стержня  $\lambda$ ;

$m$  – коэффициент условий работы. При двухстороннем креплении уголков к фасонке  $m = 1$  и при одностороннем креплении  $m = 0,75$ .

Таблица 7.1 – Предельные гибкости элементов ферм

Тип элементов ферм	Сжатые	Растянутые
Пояс главных ферм	120	150
Элемент решетки	150	200

Таблица 7.2 – Коэффициент  $\varphi$  центрального сжатия стержней

Гибкость $\lambda$	Марка стали		
	Ст. 3кп, Ст. 3пс, Ст3сп	15 ХСНД, 10Г2С	10ХСНД
0	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,99
20	0,97	0,95	0,95
30	0,95	0,92	0,92
40	0,92	0,89	0,88
50	0,89	0,89	0,88
60	0,86	0,78	0,77
70	0,81	0,71	0,68
80	0,75	0,63	0,59
90	0,69	0,54	0,50
100	0,60	0,46	0,43
110	0,52	0,39	0,36
120	0,45	0,33	0,31
130	0,40	0,29	0,27
140	0,36	0,25	0,23
150	0,32	0,23	0,21
160	0,29	0,21	0,19
170	0,26	0,19	0,17

Сечение центрально-сжатых стержней подбирается путем последовательных приближений. Вначале задаются начальным значением коэффициента продольного изгиба  $\varphi_0 = 0,5 \dots 0,6$  и определяют требуемую площадь сечения угол-

ков. Затем по сортаменту подбирают ближайший больший по сечению уголок, рассчитывают гибкость  $\lambda$  принятого сечения и по таблице 7.2 находят действительное значение коэффициента продольного изгиба  $\varphi_1$ . Если значение  $\varphi_1$  значительно отличается от  $\varphi_0$ , то задаются новым значением  $\varphi_2 = (\varphi_0 + \varphi_1)/2$  и расчет повторяют до тех пор, пока значения будут отличаться не более чем на 5...7 %.

**Пример** – Выбрать сечение сжатого стержня из стали Ст. 3 длиной  $l = 3$  м, состоящего из двух равнобоких уголков. На стержень действует сжимающее усилие  $F_{сж} = 100$  кН.

#### Требуемая площадь поперечного сечения двух уголков

$$A_{\Sigma} = \frac{F_{сж}}{\varphi_0 \cdot m \cdot R},$$

где  $m$  – коэффициент условий работы при двухстороннем креплении уголков к фасонке,  $m = 1$ ;

$R$  – расчетное сопротивление материала сжатого стержня для стали Ст 3,  $R = 210$  МПа;

$\varphi_0$  – предварительное значение коэффициента продольного изгиба,  $\varphi_0 = 0,5$ .

Тогда

$$A_{\Sigma} = \frac{F_{сж}}{\varphi_0 \cdot m \cdot R} = \frac{100}{0,5 \cdot 1 \cdot 210} = 9,52 \text{ см}^2.$$

#### Площадь поперечного сечения одного уголка

$$A_1 = \frac{A_{\Sigma}}{2} = \frac{9,52}{2} = 4,76 \text{ см}^2.$$

**Выбор уголка.** По сортаменту выбираем уголок, площадь сечения которого близка к расчетной. Принимаем равнобокий уголок  $63 \times 63 \times 4$  по ГОСТ 8509 со следующими геометрическими характеристиками:  $A_1 = 4,96 \text{ см}^2$ ; радиус инерции относительно оси  $x-x$   $i_x = 1,95$  см; ширина полки  $b = 63$  мм; толщина полки  $d = 4$  мм (рисунок 7.1).

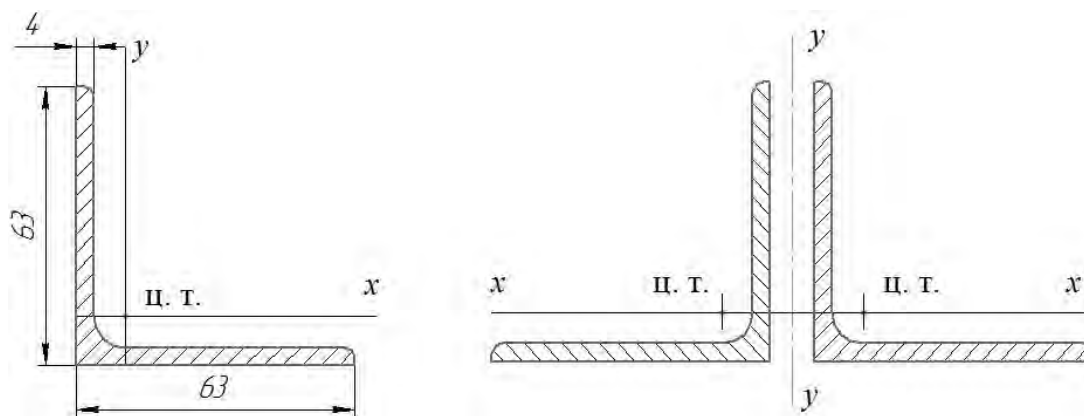


Рисунок 7.1 – Поперечные сечения стержней

**Определение геометрических характеристик.** Для сечения, состоящего из двух уголков, минимальный радиус инерции относительно оси  $x-x$  будет таким же, как и для одного уголка, т. е.  $i_{\min} = i_x = 1,95$  см.

**Определение гибкости.** Гибкость стержня из двух уголков  $63 \times 63 \times 4$  будет равна

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 300}{1,95} = 153,8.$$

**Определение коэффициента продольного изгиба.** При гибкости  $\lambda = 153,8$  (см. таблицу 7.2) коэффициент продольного изгиба  $\varphi_1 \approx 0,3$ , что не соответствует ранее принятому значению  $\varphi_0 = 0,5$ . Отклонение составляет 40 %. Задаемся новым значением коэффициента продольного изгиба

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{2} = \frac{0,5 + 0,3}{2} = 0,4.$$

**Требуемая площадь поперечного сечения во втором приближении**

$$A_{\Sigma} = \frac{F_{сж}}{\varphi_0 \cdot m \cdot R} = \frac{100}{0,4 \cdot 1 \cdot 210} = 11,9 \text{ см}^2.$$

**Площадь поперечного сечения одного уголка во втором приближении**

$$A_1 = \frac{A_{\Sigma}}{2} = \frac{11,9}{2} = 5,95 \text{ см}^2.$$

**Выбор уголка.** По сортаменту выбираем уголок, площадь сечения которого близка к расчетной. Принимаем равнобокий уголок  $70 \times 70 \times 4,5$  по ГОСТ 8509 со следующими геометрическими характеристиками:  $A_1 = 6,2 \text{ см}^2$ ; радиус инерции относительно оси  $x-x$   $i_x = 2,16$  см; ширина полки  $b = 70$  мм; толщина полки  $d = 4,5$  мм.

**Гибкость стержня** из двух уголков  $70 \times 70 \times 4,5$  будет равна

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 300}{2,16} = 138,8.$$

**Выбор коэффициента продольного изгиба.** При гибкости  $\lambda = 153,8$  (см. таблицу 7.2) коэффициент продольного изгиба  $\varphi_3 \approx 0,37$ . Ошибка составляет

$$\frac{0,4 - 0,37}{0,4} \cdot 100 \% = 7,5 \% ,$$

что допустимо.

**Окончательно сечение стержня** будет состоять из двух равнобоких уголков  $70 \times 70 \times 4,5$ .





**Пример** – Выбрать сечение растянутого стержня нижнего пояса главной фермы из стали Ст. 3 длиной  $l = 3$  м, состоящего из двух равнобоких уголков и воспринимающего растягивающую нагрузку  $F_{расч} = 100$  кН.

**Требуемая площадь поперечного сечения стержня из двух уголков**

$$A_{\Sigma} = \frac{F_{расч}}{m \cdot R} = \frac{100}{1 \cdot 210} = 4,76 \text{ см}^2.$$

**Площадь поперечного сечения одного уголка**

$$A_1 = \frac{A_{\Sigma}}{2} = \frac{4,76}{2} = 2,38 \text{ см}^2.$$

**Выбор уголка.** По сортаменту выбираем уголок, площадь сечения которого близка к расчетной. Принимаем равнобокий уголок  $50 \times 50 \times 3$  по ГОСТ 8509 со следующими геометрическими характеристиками:  $A_1 = 2,96 \text{ см}^2$ ; радиус инерции относительно оси  $x-x$   $i_x = 1,55$  см; ширина полки  $b = 50$  мм; толщина полки  $d = 3$  мм.

**Определение радиуса инерции.** Для сечения, состоящего из двух уголков, минимальный радиус инерции относительно оси  $x-x$  будет таким же, как и для одного уголка, т. е.  $i_{\min} = i_x = 1,55$  см.

**Расчетная гибкость стержня, состоящего из двух уголков,**

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 300}{1,55} = 193,5.$$

### **Контрольные вопросы**

- 1 Для стержня наиболее опасным является сжатие или растяжение?
- 2 Что необходимо учитывать при расчете сжатых стержней?
- 3 Порядок расчета сжатых стержней.

### **Список литературы**

- 1 **Борисевич, А. А.** Строительная механика: учебное пособие для вузов / А. А. Борисевич, Е. М. Сидорович, В. И. Игнатюк. – Минск: БНТУ, 2007. – 821 с.
- 2 **Варданян, Г. С.** Сопротивление материалов с основами строительной механики: учебник / Г. С. Варданян, М. М. Атаров, А. А. Горшков; под ред. Г. С. Варданяна. – Москва: ИНФРА-М, 2013. – 505 с.
- 3 **Шейн, А. И.** Краткий курс строительной механики: учебник / А. И. Шейн. – Москва: БАСТЕТ, 2011. – 272 с.
- 4 **Константинов, И. А.** Строительная механика: учебник / И. А. Константинов, В. В. Лалин, И. И. Лалина. – Санкт-Петербург: Кнорус, 2010. – 432 с.

