

УДК 517.958:537.812:621.372
ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ НЕКОТОРЫХ ИНТЕГРАЛОВ В ТЕОРИИ
ТЕПЛОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Т. Н. АФАНАСЬЕВА

Научный руководитель А. А. РОМАНЕНКО, канд. физ.-мат. наук, доц.
БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В теории теплового пограничного слоя возникает необходимость расчета интегралов вида

$$I = \int_0^{\infty} \exp \left[-\text{Pr} \cdot \frac{m+1}{2} \int_0^{\xi} f(z) dz \right] d\xi, \quad (1)$$

где m и Pr – параметры, а $f(z)$ является решением граничной задачи

$$f''' + \frac{m+1}{2} f f'' + m(1 - f'^2) = 0; \quad (2)$$

$$f(0) = f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1, \quad (3)$$

решение которой может быть получено как решение задачи Коши [1]. Численный расчет интеграла (1) на основе (2), (3) оказался не эффективным по времени, поскольку для получения его значения с высокой точностью решение задачи (2), (3) выполнялось очень большое число раз.

В данной работе расчет этого интеграла выполнен с помощью следующего приема: функция $\int_0^{\xi} f(z) dz = G(\xi)$ рассматривается как решение граничной задачи

$$G^{(IV)} + \frac{m+1}{2} G' G''' + m(1 - G'^2) = 0; \quad (4)$$

$$G(0) = G'(0) = G''(0) = 0, \quad G''(\infty) = 1. \quad (5)$$

В результате (1) принимает вид

$$I = \int_0^{\infty} \exp \left[-\text{Pr} \cdot \frac{m+1}{2} G(\xi) \right] d\xi. \quad (6)$$

Решение (4), (5) также может быть получено как решение задачи Коши, поскольку недостающее условие $G'''(0)$ можно взять из решения задачи (2), (3), т.е. $G'''(0) = f''(0)$. Расчеты показали эффективность приема. Так для расчета интеграла (1) с погрешностью $\varepsilon = 10^{-5}$ на основе (2), (3) потребовалось более одной минуты, а на основе (4), (5), (6) – несколько секунд.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Скоморохов, О. Д. Численное решение задачи о динамическом ламинарном пограничном слое в автомодельном случае / О. Д. Скоморохов, А. А. Романенко // Материалы 52-й студ. науч. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2016. – С. 196.

