

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Основы проектирования машин»

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, МАШИН И МАНИПУЛЯТОРОВ

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов специальностей
1-36 01 03 «Технологическое оборудование
машиностроительного производства»
и 1-36 01 06 «Оборудование и технология
сварочного производства»
очной и заочной форм обучения*

Электронная библиотека Белорусско-Российского университета
<http://e.biblio.bru.by/>



Могилев 2019

УДК 621.01
ББК 34.41
Т 33

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Основы проектирования машин» «12» февраля 2019 г.,
протокол № 7

Составители: канд. техн. наук, доц. О. В. Благодарная;
ст. преподаватель О. А. Пономарева

Рецензент Д. М. Свирепа

Изложены краткие теоретические сведения, задачи и вопросы
для практических занятий по дисциплине «Теория механизмов, машин
и манипуляторов».

Учебно-методическое издание

ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ, МАШИН И МАНИПУЛЯТОРОВ

Ответственный за выпуск	А. П. Прудников
Технический редактор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	М. М. Дударева

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 36 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 7.03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2019



Содержание

1 Виды кинематических пар	4
2 Структурный анализ механизма	5
3 Построение плана скоростей рычажного механизма	11
4 Построение плана ускорений рычажного механизма	13
5 Метод кинематических диаграмм	14
6 Метод планов сил	16
7 Силовой анализ рычажного механизма методом рычага Жуковского.....	19
8 Определение геометрических параметров зубчатого колеса	20
9 Кинематический анализ рядового зубчатого механизма	21
10 Аналитический метод кинематического исследования планетарного механизма	22
11 Графический метод кинематического исследования планетарного механизма	25
12 Синтез планетарного механизма	27
13 Графический метод анализа кулачкового механизма с толкателем	28
14 Графический метод анализа кулачкового механизма с коромыслом.....	31
15 Синтез кулачкового механизма	31
Список литературы	32



1 Виды кинематических пар

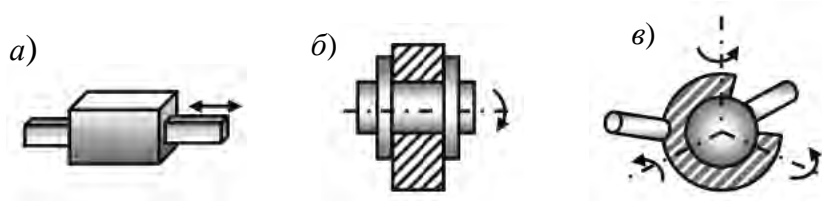
Механизмом называется система твердых тел, предназначенная для передачи и преобразования заданного движения одного или нескольких тел в требуемые движения других твердых тел.

Механизмы состоят из деталей, которые соединяются между собой жёстко или подвижно.

Деталь – изделие, изготовленное из однородного материала без применения сборочных операций, например: болт, тело шатуна двигателя внутреннего сгорания, крышка шатуна.

Звено механизма – одна или несколько деталей, соединённых жёстко между собой, у которых исключается их относительное движение. Например, коленчатый вал, шатун в сборе, поршень вместе с поршневыми кольцами.

Кинематическая пара – соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение. Например: поступательная, вращательная, сферическая пары (рисунок 1.1).



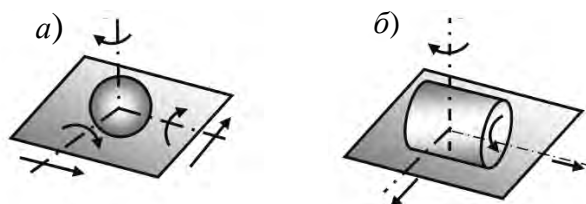
а – поступательная; *б* – вращательная; *в* – сферическая

Рисунок 1.1 – Кинематические пары

Кинематические пары классифицируются по различным признакам. По характеру соприкасающихся элементов кинематические пары делятся на высшие и низшие.

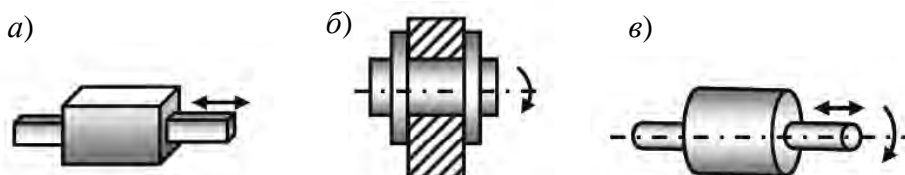
В высших кинематических парах элементом соприкосновения является линия или точка, например: шар–плоскость, цилиндр–плоскость (рисунок 1.2).

В низших кинематических парах элементом соприкосновения является поверхность, например: поступательная, вращательная, цилиндрическая кинематические пары (рисунок 1.3).



а – шар–плоскость; *б* – цилиндр–плоскость

Рисунок 1.2 – Высшие кинематические пары



a – поступательная; *б* – вращательная; *в* – цилиндрическая

Рисунок 1.3 – Низшие кинематические пары

По числу степеней свободы в относительном движении звеньев кинематические пары делятся на одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижные, которые налагают на относительное движение звеньев соответственно пять, четыре, три, две и одну связь. Например, поступательная пара имеет одну степень свободы, так как допускает только одно движение одного звена относительно другого и, следовательно, является одноподвижной.

Контрольные вопросы

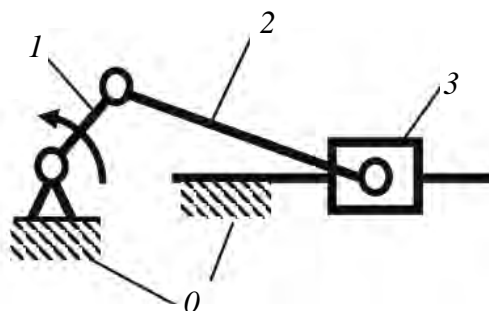
- 1 Что называется звеном, механизмом, кинематической парой, структурной схемой механизма, кинематической цепью?
- 2 Какие пары относятся к низшим и какие – к высшим?
- 3 Как подразделяются кинематические пары по числу степеней свободы?

2 Структурный анализ механизма

Механизм – кинематическая цепь с неподвижным звеном, преобразующая заданное движение одного или нескольких звеньев в другой вид движения остальных звеньев.

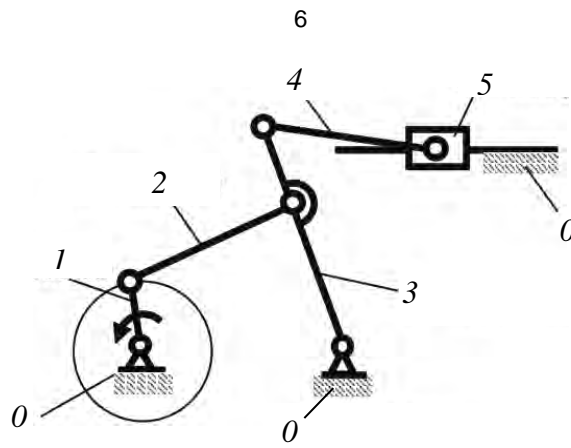
Стойка – неподвижное звено или звено, условно принимаемое за неподвижное, если механизм установлен на движущемся основании (звено *0* на рисунках 2.1 и 2.2).

Входное звено – звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в определённые движения других звеньев (звено *1* на рисунке 2.1). Входное звено получает движение от двигателя.



1 – входное звено (кривошип); *2* – шатун; *3* – выходное звено (ползун); *0* – стойка

Рисунок 2.1 – Кривошипно-ползунный механизм



1 – кривошип; 2 – шатун; 3 – коромысло; 4 – шатун; 5 – ползун; 0 – стойка

Рисунок 2.2 – Механизм качающегося конвейера

Выходное звено – звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм (звено 3 на рисунке 2.1 и звено 5 на рисунке 2.2). Выходное звено соединяется с рабочим органом машины.

Кривошип – звено, образующее вращательную пару со стойкой и способное совершать вокруг неё полный оборот (звено 1 на рисунках 2.1 и 2.2).

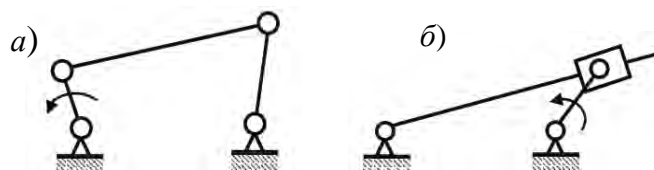
Шатун – звено, не входящее в кинематические пары со стойкой (звено 2 на рисунке 2.1 и звенья 2 и 4 на рисунке 2.2).

Коромысло – звено, образующее вращательную пару со стойкой, но не способное совершать вокруг неё полный оборот (звено 3 на рисунке 2.2).

Ползун – звено, совершающее поступательное движение относительно стойки (звено 3 на рисунке 2.1 и звено 5 на рисунке 2.2).

Виды механизмов по конструктивному исполнению звеньев:

- *рычажные* – содержащие только низшие кинематические пары (рисунок 2.3);
- *зубчатые* – содержащие зубчатые колёса (рисунок 2.4);
- *кулачковые* – содержащие высшую кинематическую пару (рисунок 2.5).



а – шарнирный четырехзвенник; б – кулисный механизм

Рисунок 2.3 – Рычажные механизмы

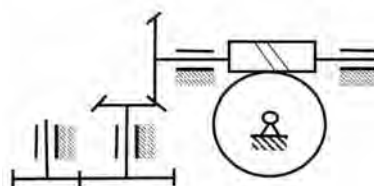


Рисунок 2.4 – Многоступенчатая зубчатая передача



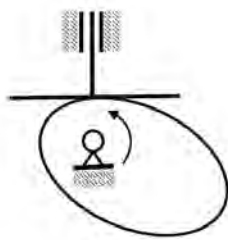


Рисунок 2.5 – Кулачковый механизм

Кроме перечисленных основных видов механизмов, в технике применяются также и другие различные их виды.

Число степеней свободы пространственного механизма определяется формулой Малышева

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5, \quad (2.1)$$

где n – число подвижных звеньев механизма;

p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 – число одно-, двух-, трех-, четырех- и пятиподвижных кинематических пар механизма.

Для плоских механизмов число степеней свободы определяется формулой Чебышева

$$W = 3n - 2p_1 - p_2, \quad (2.2)$$

где n – число подвижных звеньев механизма;

p_1, p_2 – число одно- и двухподвижных кинематических пар механизма.

Рассмотрим примеры определения числа степеней свободы механизмов.

Пример 1 – Пространственный механизм манипулятора (рисунок 2.6).

В данном механизме количество подвижных звеньев $n = 4$, количество одноподвижных кинематических пар $p_1 = 3$ (звенья 1 и 0, 1 и 2, 2 и 3), количество трехподвижных кинематических пар $p_3 = 1$ (звенья 3 и 4). Двух-, четырех- и пятиподвижные кинематические пары отсутствуют. Таким образом, число степеней свободы механизма по формуле (2.1)

$$W = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 3 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 0 = 6.$$

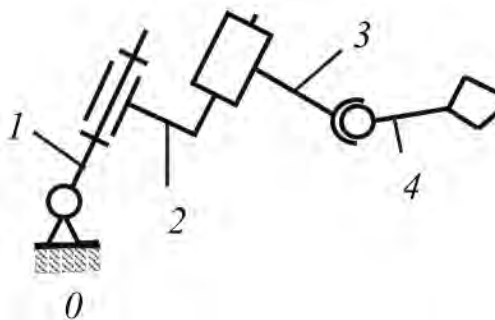


Рисунок 2.6 – Механизм манипулятора

Пример 2 – Цилиндрическая зубчатая передача (рисунок 2.7). В данном механизме количество подвижных звеньев $n = 2$, количество одноподвижных кинематических пар $p_1 = 2$ (звенья 1 и 0, 2 и 0), количество двухподвижных кинематических пар $p_2 = 1$ (звенья 1 и 2). Таким образом, число степеней свободы механизма по формуле (2.2) $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1$.

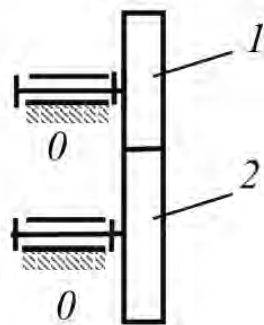


Рисунок 2.7 – Зубчатая передача

Пример 3 – Кривошипно-ползунный механизм (рисунок 2.8). В данном механизме количество подвижных звеньев $n = 3$, количество одноподвижных кинематических пар $p_1 = 4$ (звенья 1 и 0, 1 и 2, 2 и 3, 3 и 0), количество двухподвижных кинематических пар $p_2 = 0$. Таким образом, число степеней свободы механизма по формуле (2.2) $W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 0 = 1$.

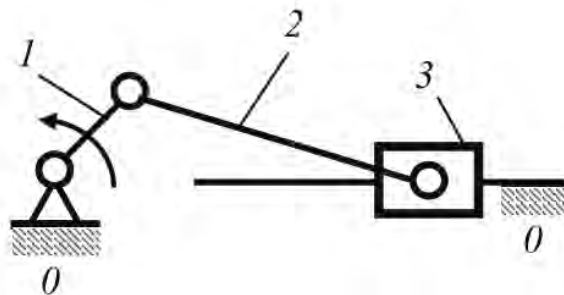


Рисунок 2.8 – Кривошипно-ползунный механизм

Проектирование механизма по заданным входным и выходным условиям называется *синтезом*.

Задачей структурного синтеза является разработка структурной схемы будущего механизма по заданной подвижности с учётом желаемых структурных, кинематических и динамических свойств.

Структурная группа (группа Ассур) – элементарная кинематическая цепь, число степеней свободы которой относительно её внешних пар равно нулю. Элементарный механизм, к которому необходимо присоединять группы Ассур для образования механизма, представляет собой начальное звено и стойку. Положение начального звена определяется обобщённой координатой (угловой или линейной). На рисунке 2.9 изображены схемы начальных звеньев и обобщённые координаты, определяющие положение начального звена 1 относительно стойки (угловая φ и линейная s координаты).

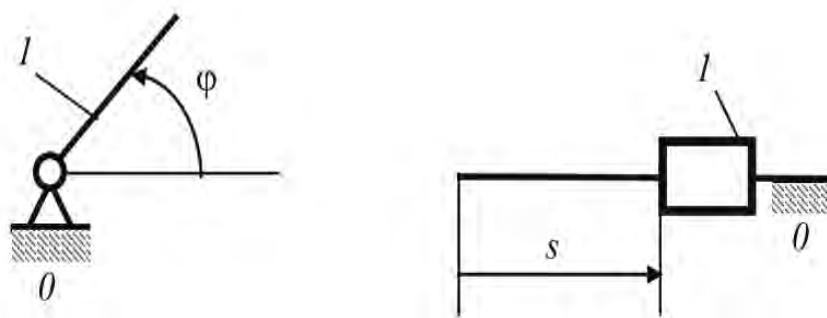
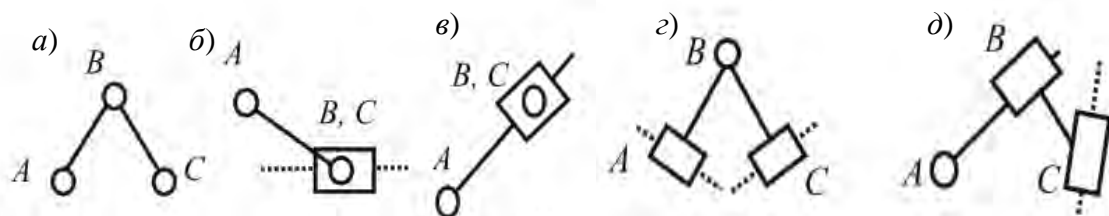


Рисунок 2.9 – Начальные звенья

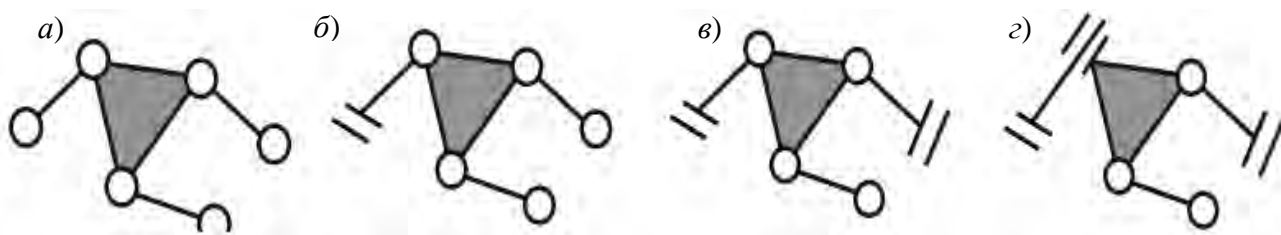
Диада (двухповодок) – это структурная группа, состоящая из двух звеньев и трех кинематических пар (рисунок 2. 10).



a – вид 1; *б* – вид 2; *в* – вид 3; *г* – вид 4; *д* – вид 5

Рисунок 2.10 – Виды диад

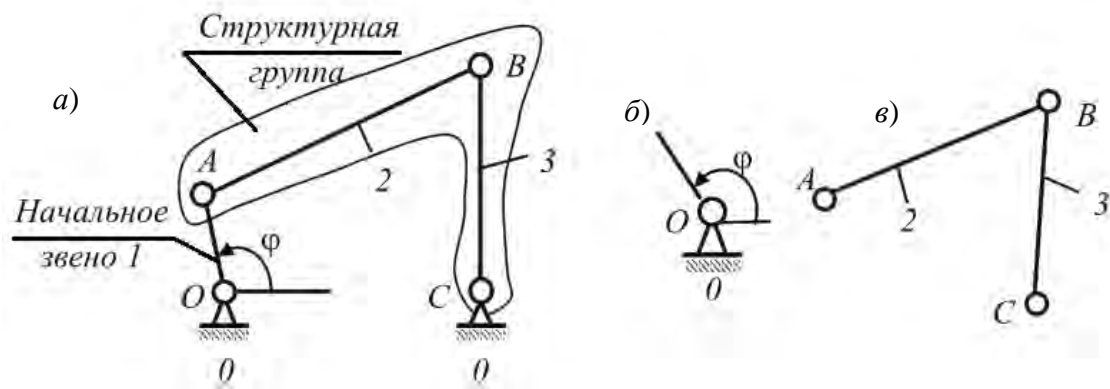
Трехповодок – структурная группа, состоящая из четырех звеньев и шести кинематических пар (рисунок 2.11).



a – вид 111; *б* – вид 211; *в* – вид 221; *г* – вид 421

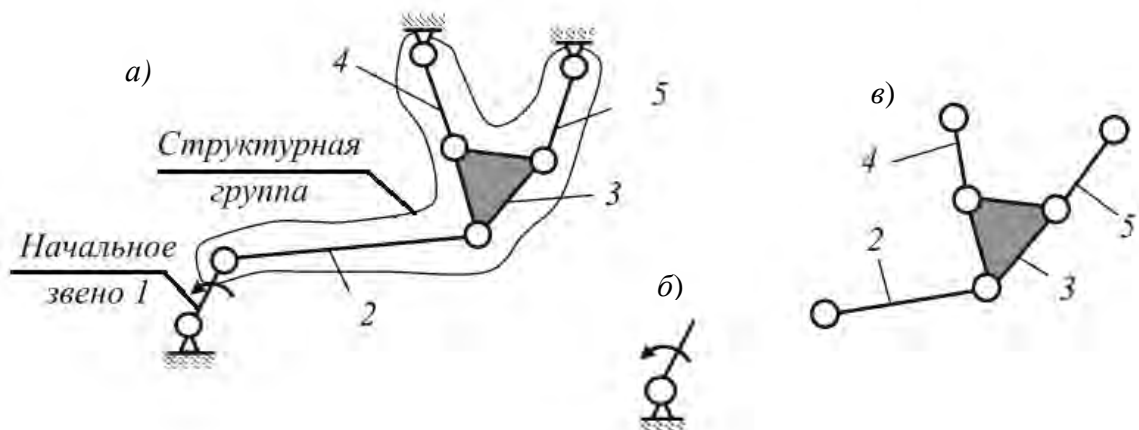
Рисунок 2.11 – Виды трехповодков

Примеры синтеза плоских рычажных механизмов представлены на рисунках 2.12 и 2.13.



a – шарнирный четырехзвенник; *б* – начальное звено; *в* – структурная группа вида 1

Рисунок 2.12 – Синтез шарнирного четырехзвенника



a – механизм; *б* – начальное звено; *в* – трехповодковая структурная группа вида 111

Рисунок 2.13 – Синтез механизма комбайна

Структурный анализ – задача, обратная синтезу. Структурный анализ заданного механизма следует производить путём расчленения его на структурные группы и первичные механизмы в порядке, обратном образованию механизма.

Порядок выполнения структурного анализа:

- определение названия звеньев и кинематических пар;
- определение степени подвижности механизма;
- разложение механизма на структурные группы Ассур;
- определение класса и порядка всего механизма и построение формулы строения механизма.

Контрольные вопросы

- 1 Основные виды механизмов.
- 2 Разновидности плоских рычажных механизмов.
- 3 Степень подвижности механизмов.
- 4 Структурный синтез плоских рычажных механизмов.
- 5 Структурный анализ механизмов.

3 Построение плана скоростей рычажного механизма

Целью кинематического анализа является исследование движения звеньев механизма без учёта действующих на них сил.

Основные задачи кинематического анализа.

1 Определение положений звеньев механизма и построение траекторий отдельных точек.

2 Определение скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизма.

3 Определение ускорений точек и угловых ускорений звеньев механизма.

Исходные данные для кинематического анализа механизма.

1 Кинематическая схема механизма.

2 Размеры звеньев механизма.

3 Законы движения начальных звеньев.

Планом механизма называется масштабное графическое изображение кинематической схемы механизма, соответствующее заданному положению входного звена.

Планом скоростей механизма называется чертёж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и направлению скоростям различных точек механизма в данный момент.

Свойства плана скоростей.

1 По плану скоростей можно определить модуль и направление скорости любой точки механизма.

2 По плану скоростей можно определить модуль и направление угловой скорости любого звена механизма.

3 Свойство подобия. Фигура на плане скоростей, образованная векторами относительных скоростей, подобна и сходственно расположена по отношению к фигуре на звене, образованной соответствующими точками.

Масштабным коэффициентом называется отношение численного значения действительной величины параметра с присущей ей размерностью к длине отрезка на чертеже в миллиметрах, выражающей этот параметр.

Масштабный коэффициент, в отличие от масштаба, имеет размерность соответствующих физических величин относительно к миллиметрам:

K_l – масштабный коэффициент длин, м/мм;

K_v – масштабный коэффициент скоростей, м·с⁻¹/мм;

K_a – масштабный коэффициент ускорений, м·с⁻²/мм.

Построение плана скоростей начинается с определения угловой скорости ω_1 , с⁻¹, ведущего звена по заданной частоте его вращения n_1 , мин⁻¹, по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30}. \quad (3.1)$$

Линейную скорость точки А ведущего звена можно найти по формуле

$$V_A = \omega_1 \cdot l_{O_1A}, \quad (3.2)$$



где V_A – линейная скорость точки A , м/с;

l_{O_1A} – длина ведущего звена, м.

Для построения плана скоростей определяют масштабный коэффициент плана скоростей

$$K_v = \frac{V_A}{p_v a}, \quad (3.3)$$

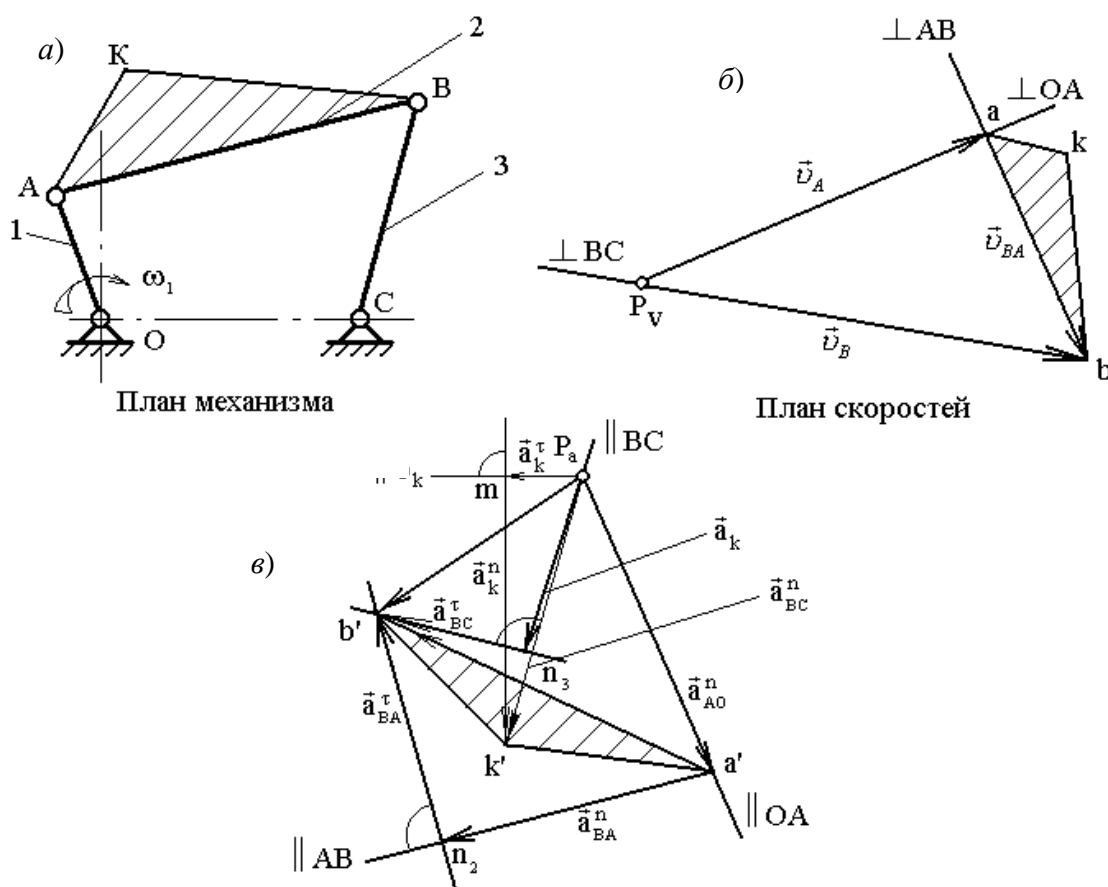
где p_v – полюс плана скоростей, т. е. точка, скорость которой равна нулю;

$p_v a$ – отрезок, изображающий скорость V_A точки A на плане скоростей, мм.

Длину отрезка следует выбирать таким образом, чтобы масштабный коэффициент был стандартным. Для определения скорости внутренней точки составляют систему двух векторных уравнений, которую решают графически. Скорость точек диады определяют по свойству подобия.

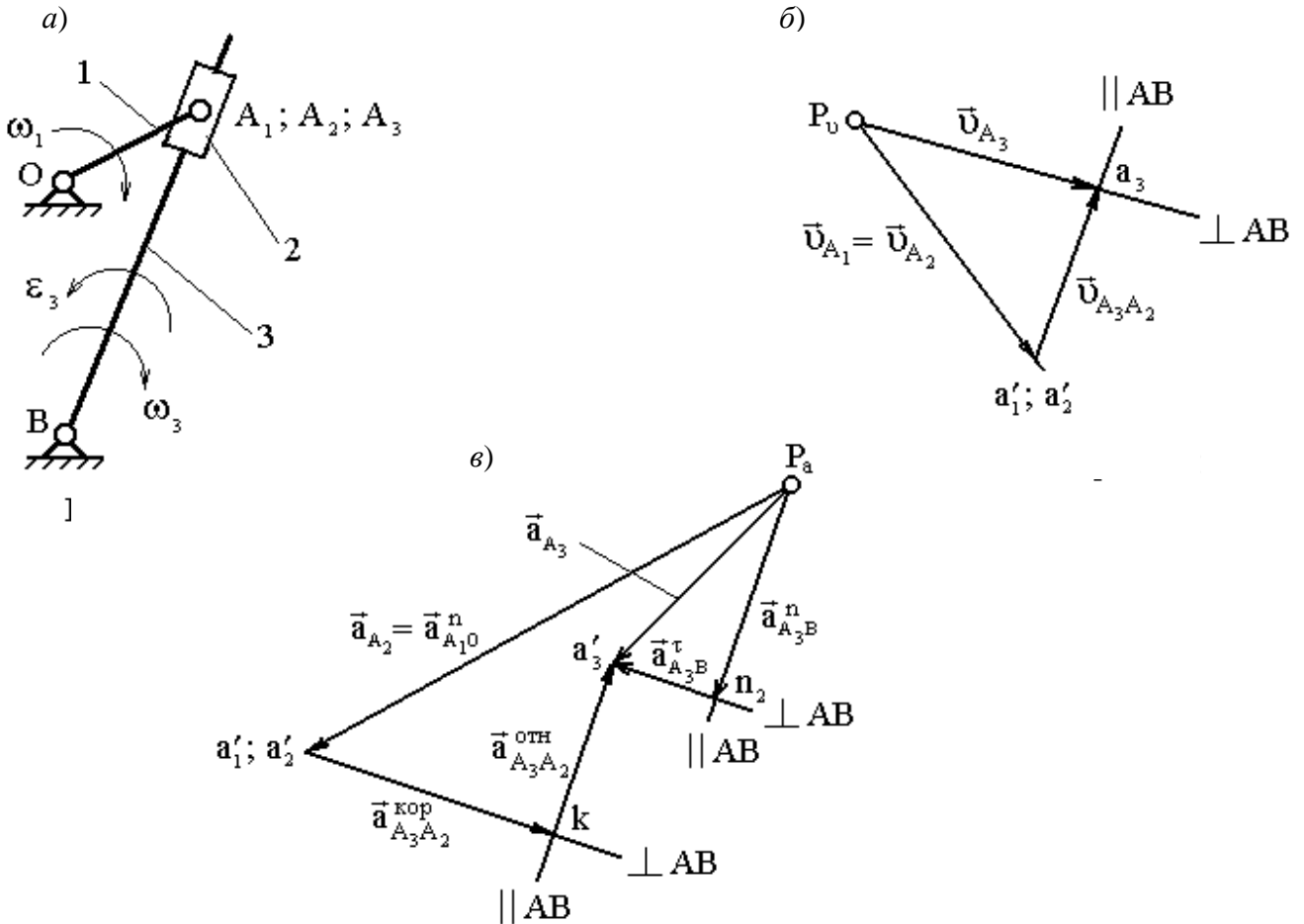
Угловую скорость звена ω определяют как отношение линейной скорости к длине звена, а направление ω – по направлению вектора линейной скорости при переносе его в рассматриваемую точку звена, куда он поворачивает звено, туда и направлена угловая скорость ω .

Примеры построения плана скоростей шарнирного четырехзвенника и кулисного механизма представлены на рисунках 3.1 и 3.2.



a – план механизма; b – план скоростей; $в$ – план ускорений

Рисунок 3.1 – План скоростей и ускорений кривошипно-ползунного механизма



a – план механизма; $б$ – план скоростей; $в$ – план ускорений

Рисунок 3.2 – План скоростей и ускорений кулисного механизма

Контрольные вопросы

- 1 Задачи кинематического анализа.
- 2 Масштабные коэффициенты.
- 3 План положений механизма.
- 4 Свойства плана скоростей.

4 Построение плана ускорений рычажного механизма

Планом ускорений механизма называется чертёж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и направлению ускорениям различных точек механизма в данный момент.

Свойства плана ускорений.

- 1 По плану ускорений можно определить модуль и направление ускорения любой точки механизма.
- 2 По плану ускорений можно определить модуль и направление углового ускорения любого звена механизма.

3 Свойство подобия. Фигура на плане ускорений, образованных точками одного звена, подобна каждой из фигур, образованных концами векторов ускорений тех же точек на плане ускорений.

Построение плана ускорений начинают с определения ускорения точки A конца кривошипа, выполняя условие $\omega_1 = \text{const}$. Тогда $a_A^r = 0$, следовательно, $a_A = a_A^n = \omega_1^2 \cdot l_{O_1A}$.

Затем выбирают масштабный коэффициент плана ускорений K_a и строят план ускорений. Для определения ускорения внутренней точки диады составляют и графически решают систему двух векторных уравнений. Ускорения других интересующих точек диады определяют по свойству подобия.

Угловое ускорение звена ε определяют как отношение тангенциальной составляющей ускорения точки звена к длине звена, а его направление – по направлению тангенциального ускорения точки звена при переносе его в рассматриваемую точку звена.

Примеры построения плана ускорений шарнирного и кулисного механизмов представлены на рисунках 3.1 и 3.2.

Контрольные вопросы

- 1 Построение плана ускорений механизма.
- 2 Свойства плана ускорений.
- 3 Определение угловых скоростей и ускорений звеньев.

5 Метод кинематических диаграмм

Для наглядного представления кинематических характеристик какого-либо звена механизма в течение цикла движения используются кинематические диаграммы. Это могут быть графические зависимости вида $S = S(t)$, $V = V(t)$, $a = a(t)$, $\psi = \psi(t)$, $\varepsilon = \varepsilon(t)$. Рассмотрим на примере кривошипно-ползунного механизма построение диаграммы перемещения ползуна B (рисунок 5.1).

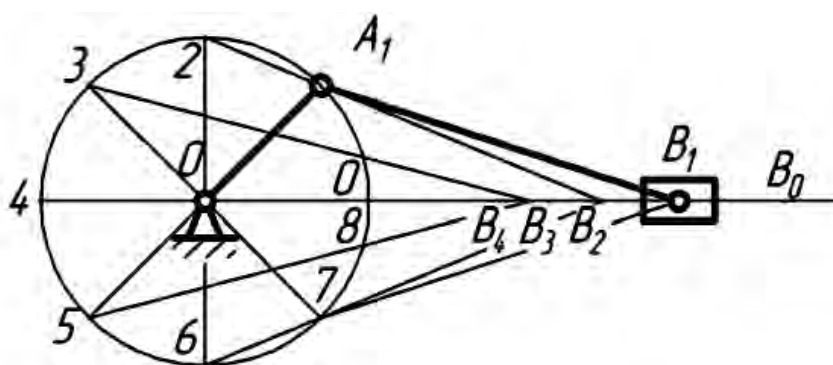


Рисунок 5.1 – Кривошипно-ползунный механизм

Пользуясь методом засечек, построим в масштабе K_l несколько положений механизма. Примем положение 3 ползуна за крайнее (начальное) положение. В прямоугольной системе координат отложим по оси абсцисс произвольный отрезок B в миллиметрах, изображающий в масштабе K_l , мм/с, время полного оборота кривошипа $K_1 = \frac{\omega_1 \cdot B}{2\pi}$ (рисунок 5.2). Разделим базу диаграммы на

отрезки, пропорциональные углам поворота кривошипа от одного рассматриваемого положения до следующего. На соответствующих ординатах графика откладываем расстояние от точки B_0 до точки B в соответствующем положении, то есть откладываем расстояния B_0B_1, B_0B_2, B_0B_3 и т. д. Соединив концы ординат плавной кривой, получим график $S_B = S_B(t)$. Далее, используя метод графического дифференцирования, получим диаграмму $V_B = V_B(t)$.

Рассмотрим графическое дифференцирование по методу хорд (см. рисунок 5.2). Для этого заменим участки кривой $S_B = S_B(t)$ на интервалах 0-1, 1-2, 2-3 и т. д. хордами, т. е. плавную кривую заменяем ломаной линией. Под диаграммой $S_B = S_B(t)$ расположим оси координат $V_B = V_B(t)$. На продолжении оси абсцисс диаграммы откладываем произвольный отрезок H_v , называемый базой дифференцирования. Из конца этого отрезка, точки P , называемой полюсом дифференцирования, проводим лучи, параллельные хордам, до пересечения с осью ординат диаграммы $V_B = V_B(t)$. Полученные точки сносим параллельно оси абсцисс на соответствующие ординаты, восстановленные из середины интервалов абсцисс диаграммы $V_B = V_B(t)$. Полученные точки $1', 2', 3'$ и т. д. соединяем плавной кривой, которая и является диаграммой $V_B = V_B(t)$.

Аналогично, применяя метод хорд, можно получить диаграмму ускорения $a_B = a_B(t)$.

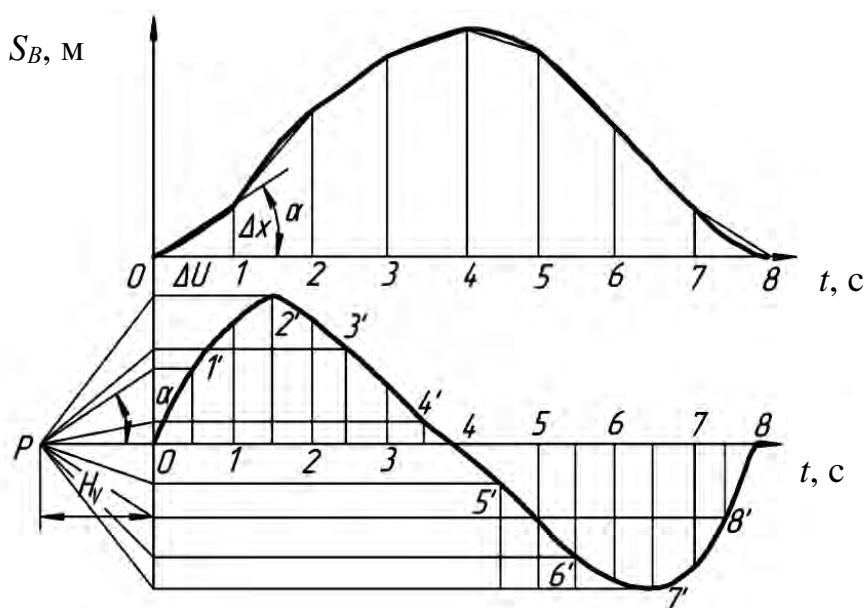


Рисунок 5.2 – Метод графического дифференцирования

Контрольные вопросы

- 1 Аналитический метод кинематического анализа.
- 2 Функция положения.
- 3 Метод кинематических диаграмм.

6 Метод планов сил

При работе на механизм действуют силы различной природы, поэтому целесообразно произвести их классификацию.

Движущей называется сила P , которая приложена к механизму со стороны двигателя и вызывает движение механизма. Движущая сила совершает положительную работу, так как ее направление всегда совпадает с направлением перемещения.

Силой полезного сопротивления Q называется сила, для преодоления которой предназначен механизм. Она приложена к ведомому звену со стороны внешних объектов. Природа этой силы может быть различной: сила резания, сила трения, сила упругости, сила гидравлического сопротивления и т. д. Работа силы полезного сопротивления всегда отрицательна. Сила полезного сопротивления тоже может являться функцией кинематических параметров.

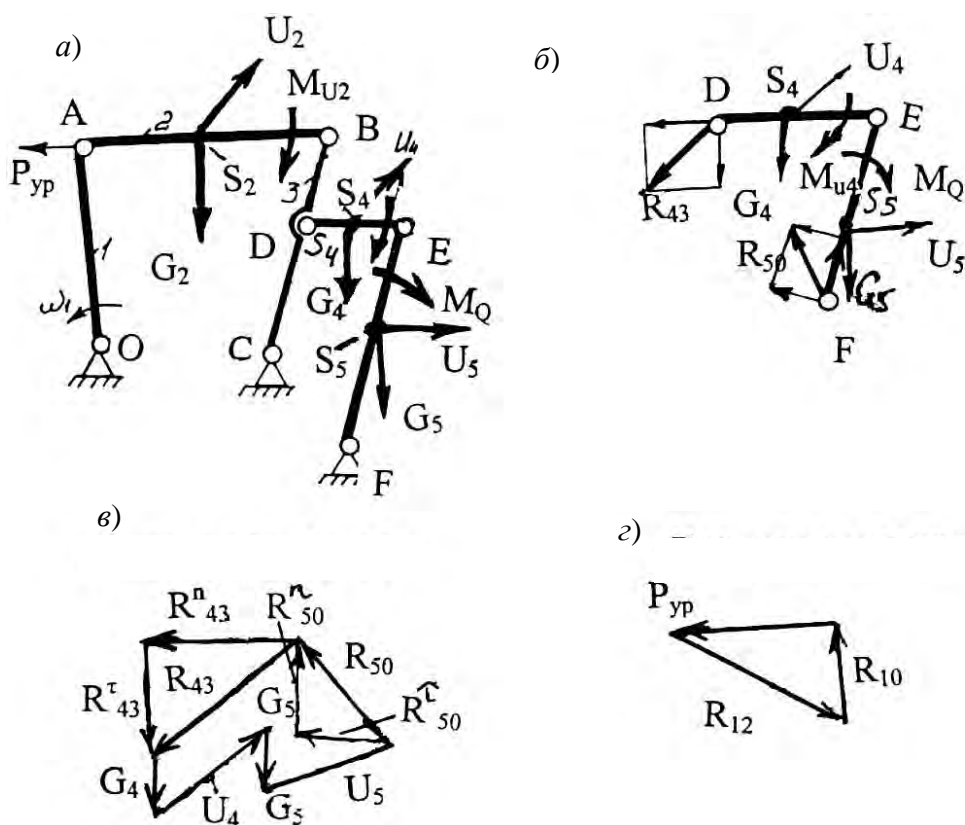
Сила тяжести выражается через массу тела по формуле $G = mg$. Она приложена к телу в центре масс. Работа силы тяжести при опускании центра масс положительна, при поднимании – отрицательна. Работа силы тяжести за полный цикл движения механизма равна нулю.

Действие одного звена на другое проявляется в виде *реакции*. По своей природе реакция является силой упругости. Согласно 3-му закону Ньютона реакции двух взаимодействующих тел равны по величине и противоположны по направлению. Для механизма в целом работа сил реакции равна нулю.

В тихоходных механизмах динамические эффекты проявляются незначительно, поэтому усилия можно найти на основании статического расчета, приняв во внимание только движущую силу, силы тяжести, силу трения, силу полезного сопротивления. В быстроходных механизмах следует учитывать динамические эффекты. Проще всего это сделать, если воспользоваться принципом Даламбера. Для этого нужно ко всем внешним силам добавить силы инерции и рассматривать такую систему сил, находящуюся в равновесии. Данный подход называется методом кинестатики.

Сущность метода планов сил рассмотрим на примере механизма 2-го класса с двумя диадами (рисунок 6.1). Приложим к механизму все заданные внешние силы: момент силы полезного сопротивления M_Q , силы тяжести звеньев Q , главные векторы и главные моменты сил инерции (силы инерции U и моменты сил инерции M_U), движущую силу. Движущую силу примем равной уравновешивающей силе $P_{ур}$.





a – расчетная схема механизма; *б* – расчетная схема диады 4-5; *в* – план сил диады 4-5; *г* – план сил кривошипа

Рисунок 6.1 – План сил шарнирного четырехзвенника

Задачей силового расчета является определение реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы. Выделим из механизма последнюю диаду, заменив отброшенные звенья реакциями. Условимся буквенные обозначения реакций снабжать индексами, руководствуясь правилом: первым пишется индекс, соответствующий номеру звена, на которое действует реакция, вторым – индекс, соответствующий номеру звена, со стороны которого действует реакция.

Процедура расчета выполняется по шагам в следующем порядке.

1 Запишем уравнение равновесия диады в векторной форме:

$$R_{43} + G_4 + U_4 + U_5 + G_5 + R_{50} = 0. \quad (6.1)$$

Это уравнение содержит две неизвестные реакции и пока не может быть решено.

2 Разложим реакции R_{43} и R_{50} на нормальные и касательные составляющие.

3 Запишем уравнения моментов всех сил, действующих на звено 4 и звено 5 в отдельности относительно точки E .

$$M_{4E} = 0 \rightarrow R_{43}^\tau; \quad M_{5E} = 0 \rightarrow R_{50}^\tau. \quad (6.2)$$

В данных уравнениях по одной неизвестной – R_{43}^τ и R_{50}^τ . Найдем эти неизвестные. Если они получаются со знаком «минус», то это означает, что

принятые направления найденных реакций следует заменить на обратные.

4 Возвратимся к исходному уравнению равновесия диады, переписав его в следующей форме:

$$R_{43}^n + R_{43}^t + G_4 + U_4 + U_5 + G_5 + R_{50}^t + R_{50}^r = 0 . \quad (6.3)$$

Решим данное уравнение графически. Для этого в выбранном масштабе построим многоугольник сил таким образом, чтобы неизвестные R_{43}^n и R_{50}^n были замыкающими этого многоугольника.

5 Для определения реакций во внутренней кинематической паре запишем уравнение равновесия звена 4:

$$R_{43} + G_4 + U_4 + R_{45} = 0 . \quad (6.4)$$

В этом уравнении одно неизвестное – R_{45} . Для его определения можно не строить отдельный векторный многоугольник, а выделить в многоугольнике диады вектора, входящие в данное уравнение, и построить замыкающий вектор.

Перейдем к исследованию диады 2-3. Изобразим ее отдельно, заменив действие отброшенных звеньев реакциями. Расчет диады 2-3 выполняется точно так же, как и расчет диады 4-5.

Кривошип находится под действием уравновешивающей силы $P_{ур}$, реакции со стороны второго звена R_{12} , реакции со стороны стойки R_{10} . Поскольку $P_{ур}$ и R_{12} приложены в одной точке, они дают равнодействующую, которая уравновешивается реакцией R_{10} . Отсюда следует, что R_{10} направлена по звену. Уравнение равновесия кривошипа

$$P_{ур} + R_{10} + R_{12} = 0 . \quad (6.5)$$

Из треугольника сил находятся реакции R_{10} и $P_{ур}$.

Контрольные вопросы

- 1 Задачи силового анализа.
- 2 Классификация сил в механизмах.
- 3 Кинетостатика механизмов.
- 4 Статическая определимость групп Ассура.
- 5 Метод планов сил плоских механизмов.
- 6 Принцип возможных перемещений.



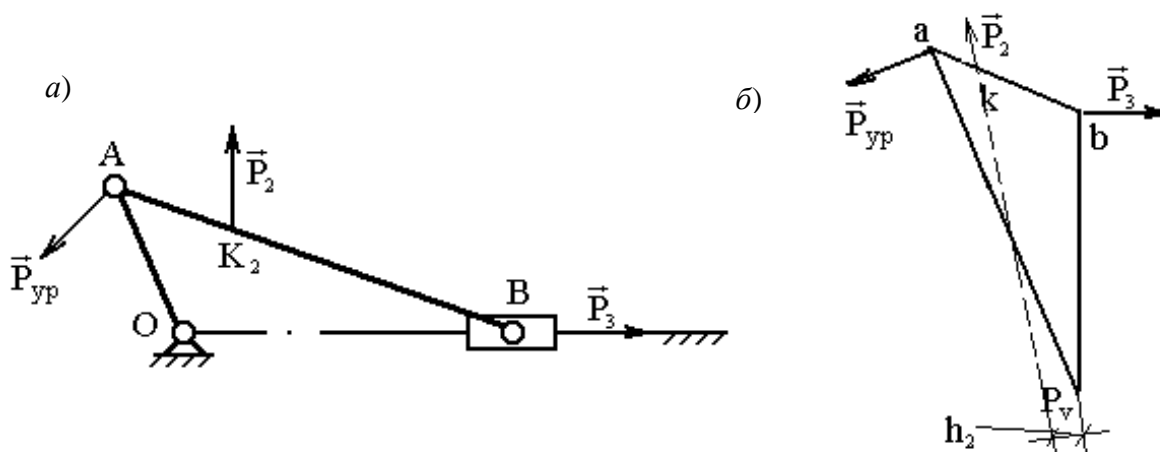
7 Силовой анализ рычажного механизма методом рычага Жуковского

Метод рычага Жуковского представляет собой геометрическую интерпретацию принципа возможных перемещений. Он применяется для плоских механизмов и позволяет определить уравновешивающую силу без предварительного определения реакций в кинематических парах.

По этому методу можно определить уравновешивающую силу, не определяя реакции в кинематических парах. Если все силы, действующие на звенья механизма, перенести параллельно самим себе в соответствующие точки повернутого на 90° (в любую сторону) плана скоростей, то сумма моментов этих сил относительно полюса будет равна нулю. План скоростей рассматривается как жесткий рычаг с опорой в полюсе (P_v).

Если на звено действует пара сил, то на повернутый план скоростей нужно перенести каждую составляющую этой пары отдельно без изменения ее направления. По условию теоремы Жуковского уравнение моментов относительно полюса повернутого плана скоростей можно в общем виде представить так: плечи сил на рычаге Жуковского рекомендуется обозначать буквой h_i с соответствующим индексом той силы, к которой это плечо относится. Величины плеч определяются непосредственно из чертежа в миллиметрах.

На рисунке 7.1 представлен пример использования теоремы Жуковского для определения уравновешивающей силы.



а – расчетная схема механизма; б – рычаг Жуковского

Рисунок 7.1 – Метод рычага Жуковского

Уравновешивающую силу на рисунке 7.1 можно найти из уравнения

$$P_{ур} h_{ур} + P_2 h_2 + P_3 h_3 = 0. \quad (7.1)$$

При составлении уравнения должно соблюдаться правило знаков: момент, действующий против часовой стрелки, – положительный, по часовой стрелке – отрицательный.

Можно повернуть план скоростей, а силы не поворачивать, результат будет тот же.

Контрольные вопросы

1 Как формулируется принцип Даламбера для механизмов? В чем состоит причина его использования при решении динамических задач для механизмов?

2 Как учитываются силы инерции при вращательном движении? Что такое момент инерции тела?

3 В чем состоит идея метода планов сил?

4 На чем базируется метод рычага Жуковского? Что на самом деле представляет этот рычаг?

8 Определение геометрических параметров зубчатого колеса

У нарезаемого зубчатого колеса на различных окружностях различный шаг зубьев. Та единственная окружность, на которой шаг зубьев равен шагу зубьев рейки, называется делительной. Шаг измеряется по дуге окружности. Ее длина

$L = p \cdot z = \pi \cdot d$, откуда следует $d = \frac{p \cdot z}{\pi} = m \cdot z$. Исходя из этой формулы, можно дать определение делительной окружности как окружности, на которой модуль зуба равен модулю рейки.

Инструмент можно устанавливать на различном расстоянии от центра заготовки. Нулевое положение не всегда оптимально. По ряду причин, чаще всего с целью получения лучших характеристик передачи, приходится смещать инструмент от нулевого положения в радиальном направлении по отношению к оси колеса (рисунок 8.1). Делительная прямая рейки при этом не будет касаться делительной окружности колеса (положительное смещение) либо делительная прямая будет пересекать делительную окружность (отрицательное смещение).

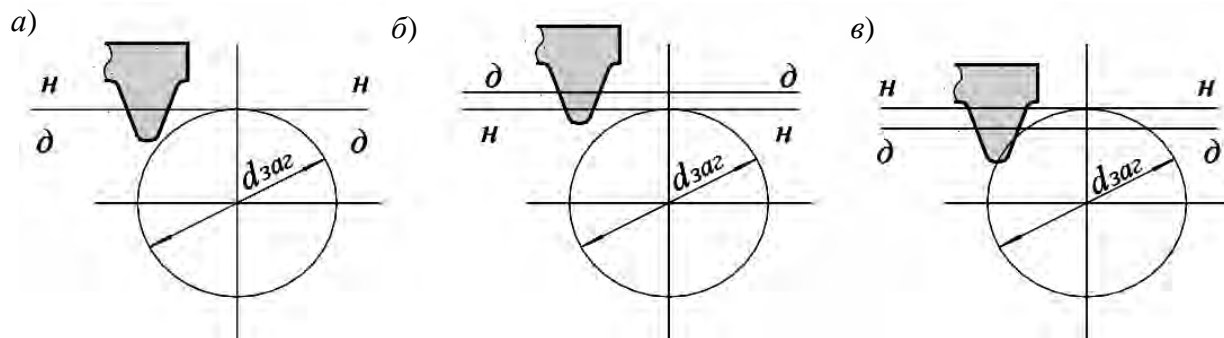
Поскольку шаги на делительной окружности и на делительной прямой одинаковы, эти линии катятся друг по другу без скольжения. Толщина зуба делительной прямой рейки воспроизводится без искажения на делительной окружности как ширина впадины колеса. Тогда $s = \frac{\pi \cdot m}{2}$. Аналогично определяется ширина впадины. Остальные размеры колеса также определены размерами рейки:

$$h = 2,25 \cdot m; h_a = m; h_f = 1,25 \cdot m; \quad (8.1)$$

$$d_a = m \cdot (z + 2); d_f = m \cdot (z - 2,5). \quad (8.2)$$



Рассмотрим случай, когда делительная прямая не касается делительной окружности и смещена от нее в направлении от центра колеса на расстояние X (см. рисунок 8.1, б). Это расстояние называется смещением и выражается через модуль и коэффициент смещения: $X = x \cdot m$.



а – без смещения; б – с положительным смещением; в – с отрицательным смещением

Рисунок 8.1 – Изготовление колес

Из рисунка 8.1 следует, что толщина зуба на делительной окружности $s = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2 \cdot m \cdot x \cdot \operatorname{tg} 20^\circ$, ширина впадины $e = \frac{\pi \cdot m}{2} - 2 \cdot m \cdot \operatorname{tg} 20^\circ$, диаметры окружностей вершин и впадин $d_a = m \cdot (z - 2,5 + 2 \cdot x)$; $d_f = m \cdot (z - 2,5 + 2 \cdot x)$.

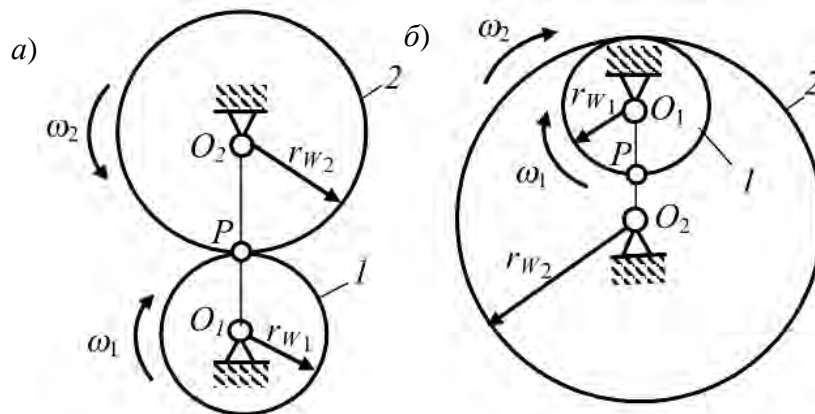
Контрольные вопросы

- 1 Размеры нулевых и смещенных колес.
- 2 Делительная, основная и начальная окружности.
- 3 Расчет толщины зуба.

9 Кинематический анализ рядового зубчатого механизма

Важнейшей характеристикой всякого зубчатого механизма является передаточное отношение. *Передаточным отношением* зубчатой передачи называется отношение угловой скорости ведущего зубчатого колеса к угловой скорости ведомого зубчатого колеса (ГОСТ 16530–83). Передаточное отношение принято обозначать буквой i . Передаточному отношению присваивается знак «плюс», если входное и выходное колеса вращаются в одном направлении (внутреннее зацепление), и знак «минус», если они вращаются в разном направлении (внешнее зацепление) (рисунок 9.1). При передаточном отношении больше единицы имеем *редуктор* (замедление скорости), при передаточном отношении меньше единицы – *мультипликатор* (происходит увеличение скорости вращения).

Передаточное отношение не следует путать с передаточным числом, под которым понимается отношение угловой скорости большего колеса к угловой скорости меньшего, называемого обычно шестерней. Передаточное число всегда больше единицы и знака не имеет.



a – внешнее зацепление; *б* – внутреннее зацепление

Рисунок 9.1 – Зубчатая передача внешнего и внутреннего зацеплений

Контрольные вопросы

- 1 Что называется рядовым зубчатым механизмом?
- 2 Виды зубчатых механизмов.
- 3 Передаточное число и передаточное отношение.

10 Аналитический метод кинематического исследования планетарного механизма

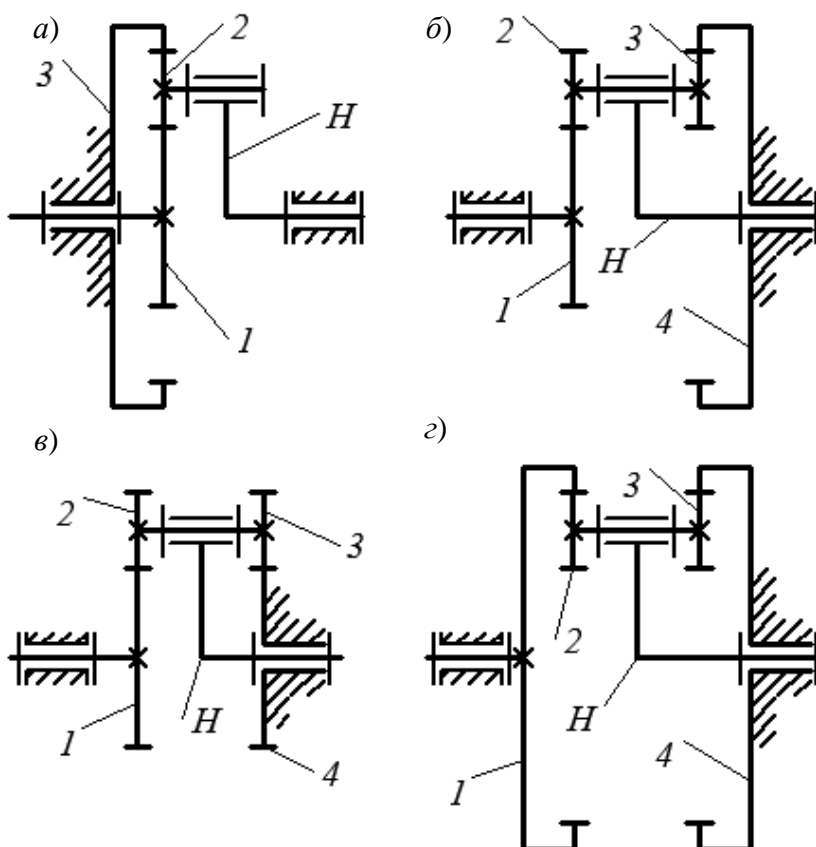
Планетарным называется зубчатый механизм, содержащий колеса с подвижными осями. Планетарные зубчатые механизмы широко распространены в технике, особенно транспортной, обладая большим передаточным отношением, имеют малые габариты и вес.

Схемы планетарных механизмов могут быть очень разнообразными. Наиболее распространенные схемы представлены на рисунке 10.1.

В отличие от рядовых механизмов планетарный механизм может существовать только при выполнении определенных соотношений между числами зубьев колес.

На рисунке 10.1 подвижное звено H , в котором помещены оси *сателлитов* 2 и 3 (см. рисунок 10.1, б–в), 2 (см. рисунок 10.1, а), называется *водилом*; зубчатое колесо 1, вокруг оси которого вращаются сателлиты, – *центральным*, или *солнечным*; неподвижное центральное колесо – *опорным* 4 (см. рисунок 10.1, б–г), 3 (см. рисунок 10.1, а).





а – однорядная планетарная передача; *б* – двухрядная планетарная передача с внешним и внутренним зацеплениями; *в* – двухрядная планетарная передача с внешними зацеплениями; *г* – двухрядная планетарная передача с внутренними зацеплениями

Рисунок 10.1 – Схемы планетарных механизмов

Прежде всего должно быть выполнено *условие соосности*, которое состоит в том, что оси центральных, солнечного и опорного, колес, а также водила должны совпадать. В противном случае механизм заклинит.

Условие соседства сателлитов выражается в том, что соседние сателлиты не должны касаться друг друга окружностями вершин.

Условие сборки заключается в том, что после установки одного из сателлитов трехколесного механизма остальные сателлиты установить невозможно.

Кинематический расчет планетарных механизмов значительно более сложен, чем рядовых механизмов. Он основан на методе обращения движения. Рассмотрим его на примере механизма на рисунке 10.2. Считаем, что заданы числа зубьев колес Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 , угловая скорость входного колеса ω_1 . Требуется определить передаточное отношение i_{1H} .

Зависимость между угловыми скоростями планетарного механизма определяется формулой Виллиса

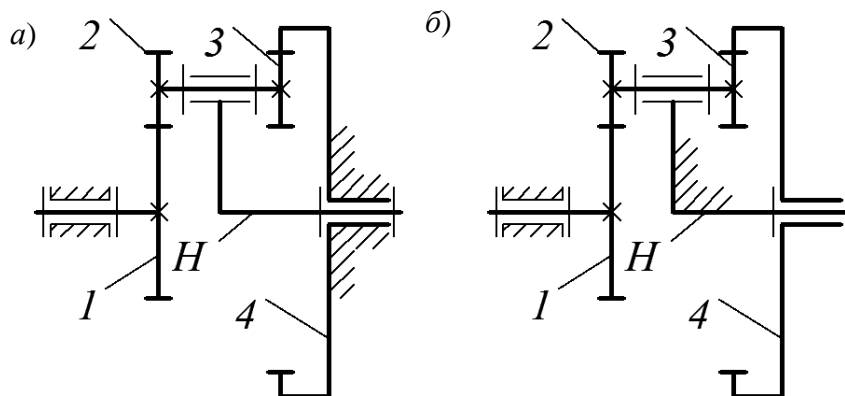
$$i_{kn}^H = \frac{\omega_k - \omega_H}{\omega_n - \omega_H}, \quad (10.1)$$

где ω_k – угловая скорость звена k ;

ω_n – угловая скорость звена n ;

ω_H – угловая скорость водила;

i_{kn}^H – передаточное отношение обращенного механизма, полученного путем остановки водила.



a – планетарный механизм; *б* – обращенный механизм

Рисунок 10.2 – Планетарный и обращённый механизмы

Сущность метода обращения движения состоит в следующем: придадим стойке механизма скорость вращения водила ω_H , но в противоположном направлении. Тогда водило окажется неподвижным в абсолютной системе отсчета, а остальные звенья приобретут дополнительную скорость ω_H . Механизм с неподвижным водилом является зубчатым рядом, передаточное отношение которого можно рассчитать по формуле Виллиса

$$i_{14}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H}. \quad (10.2)$$

Далее записываем формулу для определения передаточного отношения через известные числа зубьев

$$i_{14}^H = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right). \quad (10.3)$$

Так как колесо 4 неподвижно, формулу (10.2) можно преобразовать к виду

$$i_{1H} = 1 - i_{14}^H. \quad (10.4)$$

Полученная формула справедлива для любой схемы планетарного механизма.

Схема механизма должна быть построена в масштабе

$$K_l = \frac{d_1}{d_1^{эраф}}, \quad (11.1)$$

где d_1 – диаметр солнечного колеса, м;

$d_1^{эраф}$ – диаметр солнечного колеса на чертеже, мм.

Проводим вертикальную линию полюсов $P-P$ и сносим на нее характерные точки механизма (A, B, C, O).

Выбираем масштабный коэффициент построения плана скоростей

$$K_v = \frac{V_A}{P_v a}, \quad (11.2)$$

где V_A – окружная скорость точки A , м/с;

$P_v a$ – отрезок, отображающий скорость точки A на чертеже (принимается от 40 до 80 мм).

Изображаем известную окружную скорость точки A вектором Pa , выходящим от линии полюсов $P-P$ из точки A . Так как закон распределения линейной скорости от радиуса колеса линейный, соединяем точки O и A и получаем линию l распределения скоростей солнечного колеса. Скорость точки B равна нулю (мгновенный центр скоростей). Точки B и A принадлежат сателлитам, соединив их, получим линию распределения скоростей сателлитов 2-3. Сносим на эту линию точку C , принадлежащую сателлиту, которая принадлежит также и водилу. Зная, что скорость оси вращения равна нулю и соединив точки C и O , получим линию h распределения скоростей водила.

Тангенсы углов наклона к оси полюсов $P-P$ линий распределения скоростей пропорциональны соответствующим колесам. Выбираем масштабный коэффициент построения плана частот вращения звеньев редуктора

$$K_n = \frac{n_1}{0-1}, \quad (11.3)$$

где n_1 – частота вращения первого колеса, мин^{-1} ;

$0-1$ – отрезок, отображающий частоту вращения на плане частот (принимается самостоятельно), мм.

Строим план частот вращения. Для чего проводим горизонтальную линию и из произвольной точки O восстанавливаем перпендикуляр. От точки O в выбранном по формуле (11.3) масштабе откладываем отрезок $0-1$, выражающий частоту вращения первого колеса на чертеже. Затем из точки 1 проводим линию, параллельную линии распределения скорости водила h плана скоростей (см. рисунок 11.1). На пересечении ее с перпендикуляром получим полюс построения P , из которого проведем наклонные линии, параллельные линиям h



и 2–3 плана скоростей, и получим отрезки на плане частот вращения $0-h$ и $0-2-3$, выражающие частоты вращения колес в миллиметрах.

Контрольные вопросы

- 1 Суть графического метода кинематического исследования планетарного механизма.
- 2 Построение плана скоростей механизма.
- 3 Построение плана частот механизма.

12 Синтез планетарного механизма

Рассмотрим методику синтеза планетарного механизма, ограничиваясь соблюдением условия заданного передаточного отношения и условия соосности. Дана схема механизма (рисунок 12.1), для которой надо подобрать числа зубьев, обеспечивающие $i_{1H} = 10$.

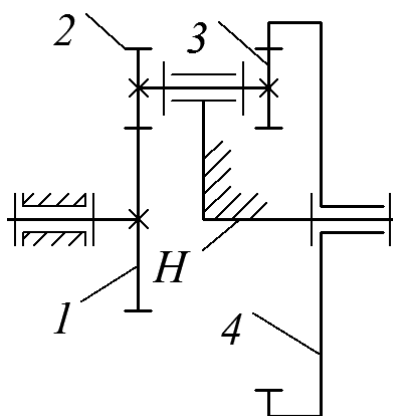


Рисунок 12.1 – Схема планетарного механизма

Определяем передаточное отношение соответствующего обращенного механизма следующим образом:

$$i_{14}^H = 1 - i_{1H} = 1 - 10 = -9.$$

Разложим полученное передаточное отношение на множители. Здесь возможны разнообразные варианты, например,

$$i_{14}^H = \left(\frac{z_2}{z_1} \right) \left(-\frac{z_4}{z_3} \right) = -\frac{9}{1} = -\frac{2 \cdot 9}{2 \cdot 1}.$$

Запишем условие соосности для данного вида механизма и проверим его выполнение для принятых чисел зубьев:

$$z_1 + z_2 = z_4 - z_3;$$

$$2 + 2 = 4;$$

$$9 - 1 = 8.$$

Очевидно, что условие соосности не выполняется ($4 \neq 8$). Для выполнения условия соосности и обеспечения минимального числа зубьев колес ($z_{\min} = 17$) необходимо умножить верхнюю формулу на 34, а нижнюю – на 17.

$$68 + 68 = 136;$$

$$153 - 17 = 136.$$

Таким образом, получаем числа зубьев из условия соосности

$$z_1 = 68, z_2 = 68, z_3 = 17, z_4 = 153.$$

Контрольные вопросы

- 1 Синтез планетарного механизма с учетом условий соосности, соседства и сборки.
- 2 Планетарные механизмы с гибкими связями.
- 3 В чем состоит отличие планетарного механизма от рядового?
- 4 Какие названия имеют звенья планетарного механизма?
- 5 Приведите пример дифференциального механизма.

13 Графический метод анализа кулачкового механизма с толкателем

Несмотря на чрезвычайное разнообразие профилей кулачков, можно указать общие для всех их элементы. Для всякого кулачка можно найти точки, наиболее и наименее удаленные от центра вращения, и указать соответствующие им максимальный R_{\max} и минимальный R_{\min} радиусы (рисунок 13.1). Окружность радиусом R_{\min} называется окружностью минимального радиуса. Она играет важную роль при последующем анализе кулачковых механизмов. В моменты, когда толкатель контактирует с точками профиля, соответствующими R_{\min} и R_{\max} , он неподвижен. Если такая точка одна, то толкатель совершает мгновенную остановку, если таких точек много, так, что они образуют дугу радиусом R_{\min} или R_{\max} , имеет место нижний или верхний выстой.



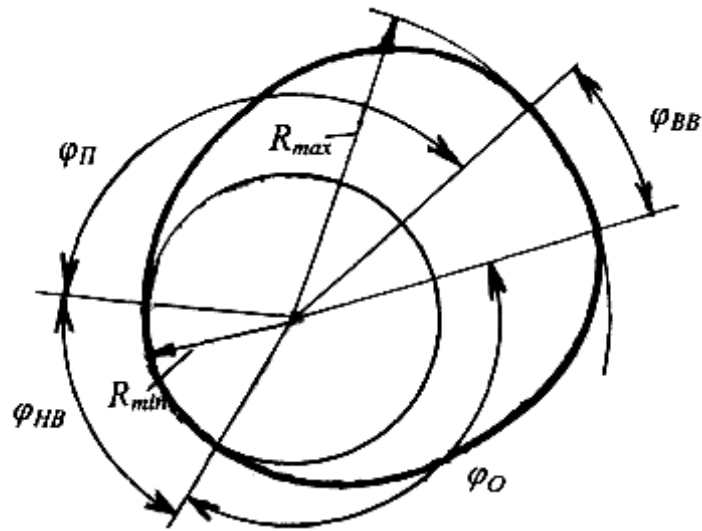


Рисунок 13.1 – Элементы профиля кулачка

Между периодами остановок (выстоев) лежат периоды подъема и опускания толкателя. Они соответствуют левому и правому рабочим профилям кулачка. Именно рабочий профиль определяет закон перемещения толкателя при подъеме или опускании. Соответствующие периоды называются фазами работы толкателя и на профиле кулачка определяются фазовыми углами: углом нижнего выстоя $\varphi_{нв}$, углом подъема $\varphi_{п}$, углом верхнего выстоя $\varphi_{вв}$, углом опускания $\varphi_{о}$ (рисунок 13.2).

Фазовые углы связаны соотношением $\varphi_{п} + \varphi_{вв} + \varphi_{о} + \varphi_{нв} = 360^\circ$.

Для любого кулачкового механизма диаграмма перемещений толкателя имеет характерный вид, представленный на рисунке 13.2.

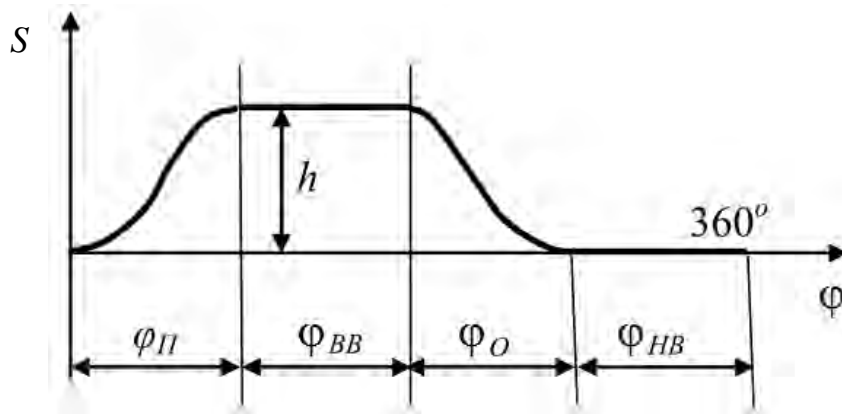


Рисунок 13.2 – Диаграмма перемещений толкателя

Разнообразие законов движения достигается за счет различного сочетания длительностей фаз, а также различных законов подъема и опускания толкателя.

Анализ кулачкового механизма состоит в определении кинематических параметров движения толкателя: перемещения, скорости и ускорения.

Рассмотрим эту задачу на примере центрального кулачкового механизма с игольчатым толкателем (рисунок 13.3).

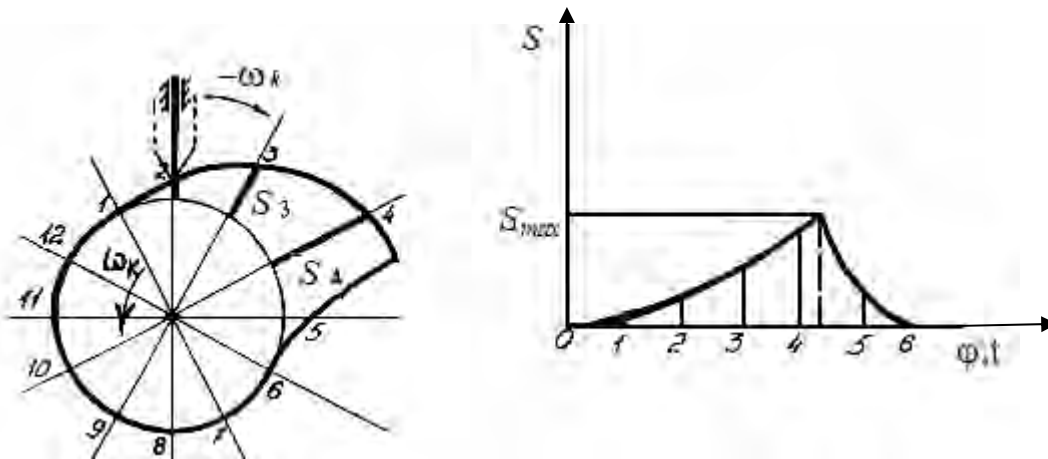


Рисунок 13.3 – Анализ кулачкового механизма

Как видно из рисунка, для данного положения кулачкового механизма перемещение толкателя есть разность между радиус-вектором профиля кулачка и окружностью минимального радиуса. Для определения перемещения в другом положении следует повернуть кулачок и снова найти эту разность. Однако с целью облегчения построений удобно сообщить механизму обратное движение со скоростью, равной скорости вращения кулачка, но в обратном направлении. В таком случае кулачок будет оставаться неподвижным, а ось толкателя будет занимать последовательные положения 1, 2, 3 и т. д. За начало отсчета принимают точку отрыва профиля кулачка от окружности минимального радиуса. Обычно окружность разбивают на 12 частей. Части берутся равными, так как согласно формуле $\varphi = \omega t$ при постоянной скорости вращения углы поворота φ при равных интервалах времени тоже будут равными. Замерив перемещения и отложив их как ординаты, соединяют точки плавной кривой. Полученный график есть график $s(\varphi)$ или в другом масштабе – график $s(t)$. Графики $v(t)$ и $a(t)$ получают графическим дифференцированием графика $s(t)$.

Контрольные вопросы

- 1 Виды кулачковых механизмов.
- 2 Область применения кулачковых механизмов.
- 3 Элементы профиля кулачка.
- 4 Выбор закона толкателя.

14 Графический метод анализа кулачкового механизма с коромыслом

Анализ кулачкового механизма с коромыслом подобен рассмотренному ранее.

В основе определения минимального радиуса для кулачкового механизма с коромыслом также лежит рассмотренное ранее соотношение между минимальным радиусом и углом давления. Различие заключается в своеобразии построения графика $s'(s)$, учитывающем непрерывное изменение направлений s и s' (рисунок 14.1).

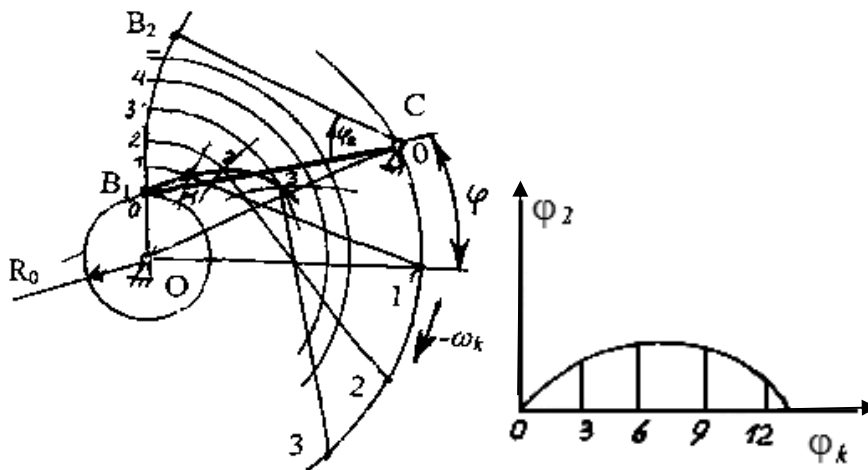


Рисунок 14.1 – Построение профиля кулачка для коромыслового кулачкового механизма

Контрольные вопросы

- 1 Анализ кулачкового механизма с коромыслом.
- 2 Угол давления в кулачковом механизме.

15 Синтез кулачкового механизма

Рассмотрим графический метод синтеза профиля для центрального кулачкового механизма с роликовым толкателем (рисунок 15.1). Пусть задан график $s(\varphi)$, минимальный радиус центрального профиля R_0 , радиус ролика r . В выбранном масштабе k_1 строится окружность минимального радиуса. Ось абсцисс графика и окружность минимального радиуса делятся на равные части. Через точки деления из центра окружности проводятся лучи, выражающие положение оси толкателя в обратном движении. Вдоль этих лучей от окружности минимального радиуса откладываются перемещения толкателя, взятые как соответствующие ординаты графика $s(\varphi)$. Соединив полученные точки плавной кривой, имеем центральный профиль. Действительный

профиль строится внутри центрального профиля на расстоянии, равном радиусу ролика. Как видно из этого описания, синтез производится в порядке, обратном графическому анализу.

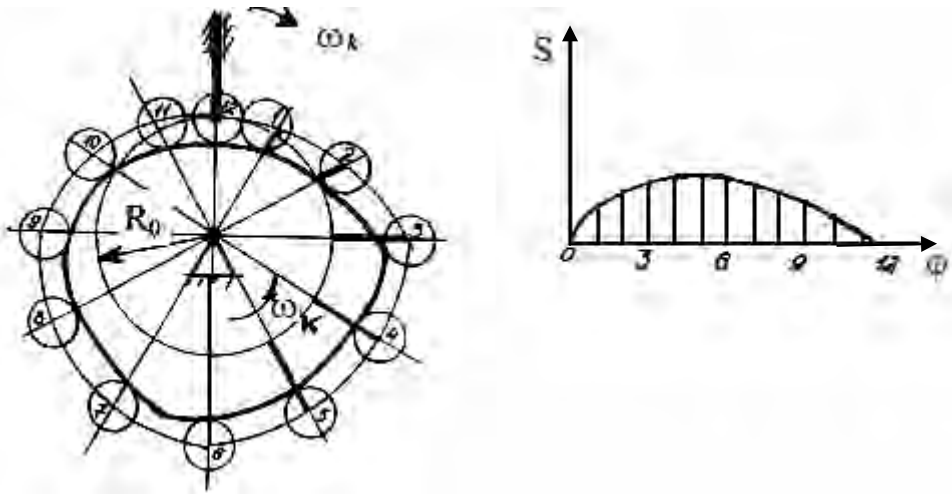


Рисунок 15.1 – Построение профиля центрального кулачкового механизма с роликовым толкателем

Контрольные вопросы

- 1 Определение минимального радиуса с учетом угла давления.
- 2 Определение размеров кулачкового механизма.
- 3 Построение профиля кулачка по заданному закону движения.

Список литературы

- 1 **Волков, В. В.** Теория механизмов и машин: учебник / В. В. Волков. – Старый Оскол : ТНТ, 2017. – 328 с.
- 2 **Борисенко, Л. А.** Теория механизмов, машин и манипуляторов : учебное пособие / Л. А. Борисенко. – Минск: Новое знание, 2016 . – 285 с.: ил.
- 3 Теория механизмов и механика машин: учебник / Под ред. К. В. Фролова. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Высшая школа, 2005. – 496 с.: ил.
- 4 Теория машин и механизмов. Теория механизмов, машин и манипуляторов: метод. рекомендации к практическим занятиям для студентов технических специальностей / Сост. В. Л. Комар, О. В. Благодарная, О. А. Пономарева. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2016. – 31 с.
- 5 Теория механизмов и машин. Теория механизмов, машин и манипуляторов: метод. рекомендации к самостоятельной работе для студентов технических специальностей дневной формы обучения. Расчетно-графическая работа № 1 / Сост. О. В. Благодарная, О. А. Пономарева. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2016.– 31 с.