МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Физика»

ФИЗИКА

***Методические рекомендации к лабораторным работам
для студентов всех специальностей
очной и заочной форм обучения***

Часть 2

МЕХАНИКА

Могилев 2020

УДК 531
ББК 22.31
Ф55

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Физика» «29» января 2020 г., протокол № 6

Составители: д-р физ.-мат. наук, доц. А. В. Хомченко;
ст. преподаватель Н. С. Манкевич;
канд. физ.-мат. наук, доц. А. В. Шульга

Рецензент Б. Б. Скарыно

В методических рекомендациях приводится описание лабораторных установок, рассматривается их принцип действия, излагается порядок выполнения работ по разделу «Механика» курса физики.

Учебно-методическое издание

ФИЗИКА

Часть 2

Ответственный за выпуск	А. В. Хомченко
Корректор	Т. А. Рыжикова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 115 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, Могилев.

Содержание

Инструкция по охране труда при работе в лаборатории «Механика и молекулярная физика»

1 К работе в учебной лаборатории допускаются студенты, прошедшие инструктаж по охране труда с соответствующей записью в протоколе проверки знаний по мерам безопасности.

2 В учебную лабораторию запрещено входить в верхней одежде.

3 Для работы приборов используется напряжение 220 В, представляющее опасность для жизни, что требует повышенного внимания и обязательного выполнения правил и норм охраны труда.

4 Перед началом проведения лабораторной работы студенту необходимо внимательно осмотреть приборы и оборудование на рабочем столе: нет ли механических повреждений, оголенных или оборванных проводов; проверить наличие заземления на приборах. О неисправностях сообщить преподавателю или лаборанту.

5 При проведении работы следует надёжно закреплять грузы на лабораторной установке, находиться вне зоны действия движущихся предметов.

6 При работе с электроплитками и колбами нужно остерегаться ожогов.

7 Приступить к выполнению лабораторной работы с разрешения преподавателя.

8 При проведении работы следует быть внимательным, не отходить от рабочего места, при нарушении хода работы остановить выполнение и сообщить о неполадках преподавателю или лаборанту.

9 В случае возгорания электрических проводов или приборов необходимо их немедленно обесточить и сообщить преподавателю или лаборанту.

10 В случае поражения работающего электрическим током нужно:

– немедленно отключить оборудование;
– освободить пострадавшего от токоведущих частей;
– уложить пострадавшего;
– проверить у пострадавшего наличие дыхания;
– убедиться в наличии пульса;
– при необходимости приступить в искусственному дыханию, вызвать врача скорой помощи по тел. 103.

11 По окончании лабораторной работы необходимо отключить электрические приборы, навести порядок на своем рабочем месте.

1 Лабораторная работа № 6. Изучение основного закона динамики вращательного движения на приборе Обербека

Цель работы: экспериментально проверить основное уравнение динамики вращательного движения с помощью маятника Обербека.

Общие сведения

Вращательное движение – это движение, при котором все точки твердого тела описывают окружности, центр которых лежит на одной прямой, являющейся осью вращения.

Моментом силы F относительно неподвижной точки O называется векторное произведение радиуса-вектора $\vec{r}$, проведенного из точки O в точку N приложения силы $\vec{F}$, на вектор силы $\vec{F}$ (рисунок 1.1):

$$\vec{M} = \left[\vec{r} \cdot \vec{F}\right].$$

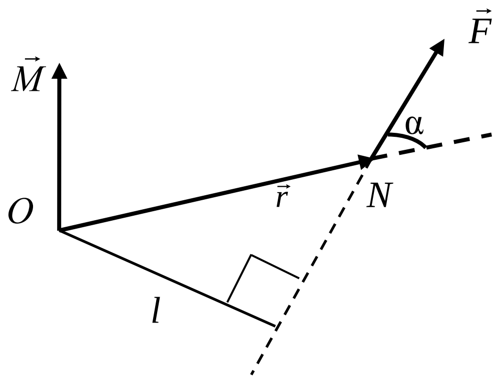

Рисунок 1.1 – Определение момента силы

Вектор $\vec{M}$ направлен перпендикулярно плоскости векторов $\vec{r}$ и $\vec{F}$ по правилу правого винта. Модуль момента силы

$$M = F \cdot r \cdot \sin\alpha = F \cdot l, \quad (1.1)$$

где α – угол между $\vec{r}$ и $\vec{F}$;

l – плечо действия силы (длина перпендикуляра, опущенного из точки O на линию действия силы $\vec{F}$), $l = r \cdot \sin\alpha$.

Моментом инерции материальной точки относительно какой-либо оси называется произведение ее массы на квадрат расстояния до этой оси:

$$I = m \cdot r^2. \quad (1.2)$$

Величина I, равная сумме произведений элементарных масс на квадрат их расстояний от некоторой оси, называется *моментом инерции тела* относительно данной оси:

$$I = \sum m_i \cdot r_i^2. \tag{1.3}$$

Суммирование производится по всем элементарным массам m_i, на которые мысленно разбито тело. Для тела, имеющего плотность ρ, момент инерции может быть определен путем интегрирования:

$$I = \rho \int r^2 \cdot dV, \tag{1.4}$$

где dV – элемент объема.

Интегрирование должно быть распространено на весь объем тела V.

Как видно из формул (1.3) и (1.4), момент инерции тела относительно данной оси, как и масса тела, не зависит от характера движения, а зависит от размеров, формы и плотности тела, т. е. от распределения массы тела относительно оси вращения. Момент инерции тела является мерой инертности тела во вращательном движении подобно тому, как масса тела является мерой его инертности при поступательном движении. Момент инерции – величина аддитивная, т. е. момент инерции системы равен сумме моментов инерции всех тел, входящих в состав этой системы. В перечисленных свойствах момента инерции убеждаемся, выполнив второе упражнение данной работы.

При неравномерном вращении тела вокруг неподвижной оси его угловая скорость ω изменяется. Вектор, характеризующий быстроту изменения угловой скорости тела, называется *угловым ускорением*:

$$\vec{\varepsilon} = d\vec{\omega}/dt.$$

Если тело вращается ускоренно, то $d\omega/dt > 0$ и вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен по оси вращения в ту же сторону, что и вектор $\vec{\omega}$. При замедленном вращении $d\omega/dt < 0$ и вектор $\vec{\varepsilon}$ направлен в сторону, противоположную вектору $\vec{\omega}$.

Пусть на тело с осью вращения O_1O_2 (рисунок 1.2) действует сила $\vec{F}$, приложенная в точке B тела. За время dt под действием $\vec{F}$ тело повернется на угол $d\varphi$ и точка приложения силы пройдёт путь ds. Касательная составляющая силы выполнит элементарную работу $dA = F_\tau \cdot ds$. Длина дуги $ds = l \cdot d\varphi$. Тогда работа при вращательном движении равна произведению момента силы на угловое перемещение:

$$dA = F_\tau \cdot l \cdot d\varphi = M \cdot d\varphi. \tag{1.5}$$

Эта работа пойдет на изменение кинетической энергии вращающегося тела:

$$W_k = \frac{I \cdot \omega^2}{2}.$$

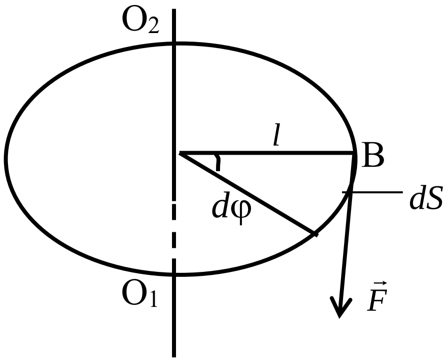

Рисунок 1.2 – Для вывода основного уравнения динамики вращательного движения

Значит,

$$d\left(\frac{I\ \cdot \omega^2}{2}\right) = dA \quad \text{или} \quad I \cdot \omega \cdot d\omega = M \cdot d\varphi .$$

Разделим правую и левую части этого уравнения на время dt:

$$\frac{I\ \cdot \omega \cdot d\omega}{dt} = \frac{M\ \cdot d\varphi}{dt} .$$

Учитывая, что $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon$, $\frac{d\varphi}{dt} = \omega$, и сократив на ω, получим

$$I\ \cdot \varepsilon = M\ \Rightarrow \varepsilon = \frac{M}{I} . \qquad (1.6)$$

Таким образом, угловое ускорение ε прямо пропорционально моменту сил, приложенных к телу, и обратно пропорционально моменту инерции этого тела.

Соотношение (1.6) называется *основным уравнением динамики вращательного движения* в интегральной форме или *вторым законом Ньютона для динамики вращательного движения.*

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси вращения в виде $\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}$ аналогично уравнению $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$ для поступательного движения. Роль массы играет момент инерции, роль линейного ускорения – угловое ускорение и роль результирующей силы – суммарный момент внешних сил.

Описание лабораторной установки

Общий вид маятника Обербека изображен на рисунке 1.3. Он представляет собой крестовину, состоящую из четырех стержней с делениями, прикрепленных ко втулке с осью. На стержни надеваются одинаковые цилиндрические грузы m_1 (по одному на каждый стержень), которые можно перемещать вдоль стержней и закреплять на определенном расстоянии от оси. Грузы закрепляются симметрично, т. е. так, чтобы центр масс системы совпадал с осью вращения.

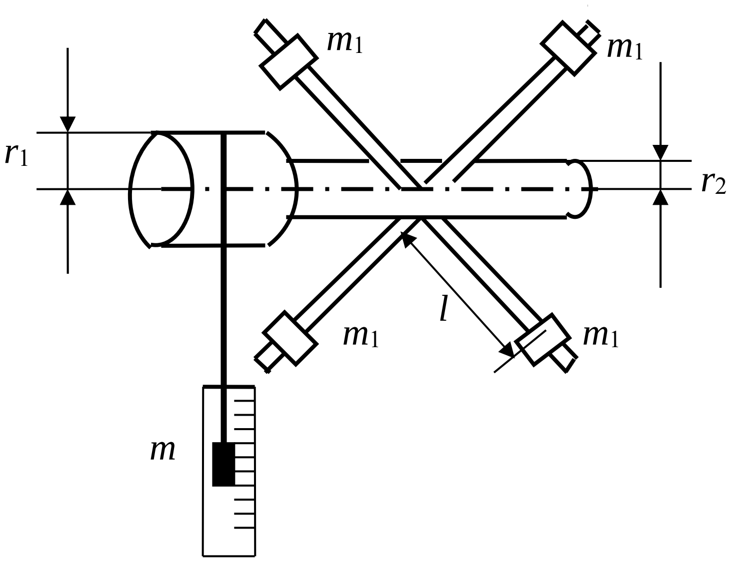

Рисунок 1.3 – Маятник Обербека

Два шкива с различными радиусами r_1 и r_2 посажены на ось маятника. На шкив радиусом r_1 наматывается шнур, к свободному концу которого прикрепляется груз массой m. Положение груза m отмечается на шкале делениями. Под действием груза шнур разматывается и приводит маятник в равноускоренное движение. Измеряя время t, за которое груз проходит расстояние h при несвободном падении, можно определить ускорение a падения груза:

$$a = 2h/t^2 . \tag{1.7}$$

Если шнур при падении груза сматывается со шкива без скольжения, то линейное ускорение точек, лежащих на поверхности шкива радиусом r_1, равно ускорению падающего груза. Тогда угловое ускорение вращения маховика

$$\varepsilon = \frac{a}{r_1} = \frac{2h}{t^2 r_1} . \tag{1.8}$$

При движении груза массой m на него действуют две силы: сила тяжести этого груза $F_m = m \cdot g$ и сила натяжения нити N. Под действием этих сил груз падает с ускорением a . В соответствии со вторым законом Ньютона для поступательного движения можно записать уравнение движения

$$mg - N = ma .$$

Тогда

$$N = m(g - a).$$

Под действием силы натяжения N крестовина совершает ускоренное вращательное движение. Момент силы, согласно (1.1),

$$M = Nr_1 = m(g - a)r_1 = mr_1\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \quad (1.9)$$

Из основного закона динамики вращательного движения

$$I = \frac{M}{\varepsilon} = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)r_1 / \varepsilon. \quad (1.10)$$

Тогда, решая совместно (1.8) и (1.10), получим формулу для расчета момента инерции системы тел, приведенных во вращение грузом:

$$I = \frac{mr_1^2\left(gt^2 - 2h\right)}{2h}. \quad (1.11)$$

Так как $M = I{\cdot}\varepsilon$, то, изменяя момент M, действующий на вращающуюся часть прибора при постоянном моменте инерции I маятника, можно проверить основной закон вращательного движения:

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = \frac{M_3}{\varepsilon_3} = I = \text{const}. \quad (1.13)$$

Программа работы

Определение момента инерции маятника Обербека без грузов на стержнях

1 Штангенциркулем измерить диаметр шкива, на который наматывается нить, в трех местах и найти средний радиус $<r_1>$.

2 На шнур прикрепить груз массой m. Вращая крестовину, поднять груз на высоту h, которая задается преподавателем. Высоту h отсчитывать от положения равновесия груза. Измерить время t опускания груза с данной высоты до нижнего положения. Опыт повторить 3 раза.

3 Определить по формуле (1.11) момент инерции I_0 маятника Обербека без грузов на стержнях.

4 Изменяя массу груза m, повторить пп. 2–3 ещё 2 раза (высота h остается постоянной). Найти среднее значение момента инерции маятника Обербека без грузов на стержнях $<I_0>$.

5 По формуле (1.8) вычислить угловое ускорение ε для каждой из масс m (приложение А).

6 По формуле (1.9) найти моменты действующей силы M. Результаты

измерений и расчетов внести в таблицу 1.1.

7 Для проверки закона динамики вращательного движения убедиться в справедливости формулы (1.13), используя экспериментальные и расчетные данные.

Таблица 1.1 – Определение момента инерции крестовины без грузов, углового ускорения и момента действующих сил

<table>
<tr><th>m, кг</th><th>r_1, м</th><th>$\langle r_1 \rangle$, м</th><th>h, м</th><th>t, с</th><th>$\langle t \rangle$, с</th><th>I_0, кг·м^2</th><th>$\langle I_0 \rangle$, кг·м^2</th><th>ε, рад/с^2</th><th>M, Н·м</th></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="9"></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="9"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

Определение момента инерции маятника Обербека

1 Насадить четыре одинаковых груза на стержни маятника на равных расстояниях от оси вращения. Измерить l – расстояние от центра тяжести груза m_1 до шкива радиуса r_2. На шнур прикрепить груз средней массы m.

2 Поднять груз на высоту h, взятую из таблицы 1.1, вращая крестовину. Измерить время t опускания груза с данной высоты до нижнего положения. Опыт повторить 3 раза.

3 Определить момент инерции I маятника Обербека с грузами на стержнях по формуле (1.11).

4 Момент инерции маятника $I_{теор}$ может быть вычислен теоретически как сумма моментов инерции крестовины без грузов I_0 и грузов:

$$I_{теор} = I_0 + 4m_1R^2,$$

где m_1 – масса одного груза на стержне;

R – переменная, $R = l + r_2$;

l – расстояние от центра тяжести груза m_1 до шкива;

r_2 – радиус малого шкива, r_2 = 20 мм.

Вычислить $I_{теор}$ и сравнить со значением момента инерции I, найденным в п. 2.

5 Передвинуть грузы m_1 на 10…12 см к центру, повторить измерения и вычисления по пп. 2–4 (груз на шнуре не меняется). Данные занести в таблицу 1.2.

Таблица 1.2 – Определение момента инерции крестовины с грузами

m, кг	r_1, м	h, м	t, с	$<t>$, с	I, кг·м^2	m_1, кг	l, м	r_2 , м	R, м	$I_{теор}$, кг·м^2

Контрольные вопросы

1 Какое движение называют вращательным?

2 Дать определение момента инерции материальной точки и твердого тела. От чего зависит момент инерции твердого тела?

3 Дать определение момента силы. Как определяется направление вектора момента силы?

4 Вывести и сформулировать основной закон динамики вращательного движения.

5 Под действием каких сил маятник Обербека совершает вращательное движение?

6 Вывести формулы (1.9) и (1.11).

2 Лабораторная работа № 7. Определение момента инерции и момента сопротивления ротора электродвигателя

Цель работы: экспериментально определить момент инерции и момент сопротивления ротора электродвигателя.

Общие сведения

Общая теория динамики вращательного движения приводится в общих сведениях к лабораторной работе № 6. При рассмотрении вращения твердого тела с динамической точки зрения понятие о силах заменяется понятием о моментах сил, понятие о массе – понятием о моменте инерции.

Описание лабораторной установки

Установка состоит из длинной вертикальной шкалы *A* с делениями (рисунок 2.1). На её верхнем конце укреплён блок *B*, который вращается вокруг горизонтальной оси с очень небольшим трением. Через блок перекинут шнур, к одному концу которого крепится груз массой *m*. Другой конец шнура наматывается на насадку вала электродвигателя.

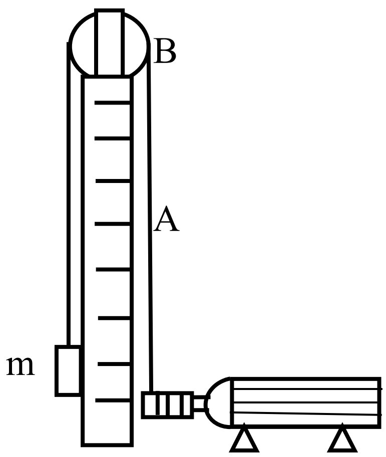

Рисунок 2.1 – Лабораторная установка

Одним из наиболее простых методов определения момента инерции является динамический метод, основанный на применении к вращающемуся телу закона сохранения энергии.

При подъёме груза массой m на некоторую высоту h_1 полная энергия системы определяется запасом потенциальной энергии поднятого груза:

$$E_n = m \cdot g \cdot h_1, \tag{2.1}$$

где g – ускорение свободного падения.

Если этот груз подвесить к нити, намотанной на вал электродвигателя, то он будет падать, заставляя вращаться ротор электродвигателя.

Падающий груз обладает кинетической энергией поступательного движения

$$E_{k_1} = \frac{m \cdot v^2}{2},$$

где v – скорость падения груза.

Вращающаяся система (ротор) обладает кинетической энергией вращательного движения

$$E_{k_2} = \frac{I \cdot \omega^2}{2},$$

где I – момент инерции ротора;

ω – угловая скорость системы.

Кроме того, существует сила трения F, работа которой

$$A = F \cdot h_1 .$$

Таким образом, потенциальная энергия E_n расходуется на увеличение кинетической энергии системы ($E_{k_1} + E_{k_2}$) и на преодоление силы трения:

$$m \cdot g \cdot h_1 = \frac{m \cdot v^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2} + F \cdot h_1 . \qquad (2.2)$$

Когда груз дойдёт до нижней точки, ротор по инерции продолжает вращение и груз поднимается на высоту $h_2 < h_1$. На высоте h_2 система будет обладать потенциальной энергией

$$E'_n = m \cdot g \cdot h_2 . \qquad (2.3)$$

Убыль потенциальной энергии $(E_n - E'_n)$ равна работе сил трения.

Учитывая (2.1) и (2.3) и работу по преодолению сил трения на пути ($h_1 + h_2$), получим уравнение

$$m \cdot g \cdot h_1 - m \cdot g \cdot h_2 = F \cdot (h_1 + h_2) ,$$

откуда сила трения

$$F = \frac{m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)}{h_1 + h_2} . \qquad (2.4)$$

При падении с высоты h_1 груз движется равноускоренно с ускорением a. Следовательно, скорость груза

$$v = a \cdot t ,$$

где a – ускорение;

t – время опускания груза.

С другой стороны, $h_1 = \dfrac{at^2}{2}$. Тогда

$$v = \frac{2 \cdot h_1}{t}. \quad (2.5)$$

Угловая скорость ротора ω выражается через линейную скорость v и радиус насадки вала r:

$$\omega = \frac{v}{r}. \quad (2.6)$$

Подставляя (2.5) в (2.6), получим

$$\omega = \frac{2 \cdot h_1}{r \cdot t}. \quad (2.7)$$

Подставляя полученные зависимости (2.4), (2.5), (2.7) в уравнение (2.2) и решая его относительно момента инерции I, найдем

$$I = m \cdot r^2 \left[g \cdot t^2 \frac{h_2}{h_1 \cdot (h_1 + h_2)} - 1 \right], \quad (2.8)$$

где m – масса падающего груза;
r – радиус насадки, на которую наматывается шнур;
g – ускорение свободного падения;
t – время опускания груза;
h_1 – высота, на которую поднят груз;
h_2 – высота подъема груза после опускания до нижнего уровня.

При подключении электродвигателя к питающей цепи (***насадка должна быть снята с вала***) его ротор через небольшой промежуток времени достигнет номинальной частоты вращения $n_{ном}$ (она указана на заводской табличке электродвигателя). Если отключить питание электродвигателя, то за счет кинетической энергии, запасённой ротором, он вращается ещё некоторое время t по инерции. Характер движения при этом близок к равнозамедленному. В этом случае кинетическая энергия ротора электродвигателя $\dfrac{I \cdot \omega_1^2}{2}$ равна работе сил сопротивления $M \cdot \varphi$ (где M – момент силы сопротивления; φ – угловое перемещение ротора).

$$\frac{I \cdot \omega_1^2}{2} = M \cdot \varphi. \quad (2.9)$$

Угловое перемещение ротора φ можно определить на основании уравнений кинематики равнозамедленного вращательного движения:

$$\varphi = \omega_1 \cdot t - \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}; \qquad (2.10)$$

$$\omega = \omega_1 - \varepsilon \cdot t, \qquad (2.11)$$

где ω_1 – угловая скорость электродвигателя в момент отключения питания;

ε – угловое ускорение;

t – время вращения до полной остановки.

Учитывая, что в момент остановки $\omega = 0$, находим угловое перемещение:

$$\varphi = \frac{\omega_1 \cdot t}{2}. \qquad (2.12)$$

Подставляя в формулу (2.9) значения из (2.12), получим

$$M = \frac{I \cdot \omega_1}{t}. \qquad (2.13)$$

Программа работы

Определение момента инерции ротора электродвигателя

1 Установить насадку на вал электродвигателя и обеспечить ее неподвижность специальным винтом.

2 Штангенциркулем измерить диаметр насадки в трех местах и найти ее средний радиус r.

3 Вращая вручную насадку вала электродвигателя, поднять на высоту h_1 груз. При этом не допускать поднятия груза за пределы шкалы.

4 Измерить время t опускания груза с высоты h_1 до нижнего положения, а также высоту h_2 поднятия груза за счёт кинетической энергии, запасённой ротором. Повторить опыт 3 раза.

5 Зная массу груза (m = 1,27 кг) и используя данные из п. 4, найти момент инерции электродвигателя I по формуле (2.8).

Выполнить пп. 3–5 для трёх различных высот h_1, а затем найти среднее значение момента инерции ротора электродвигателя.

Результаты измерений и расчётов внести в таблицу 2.1.

Таблица 2.1 – Определение момента инерции ротора электродвигателя

m, кг	r, м	$\langle r\rangle$, м	h_1, м	t, с	$\langle t\rangle$, с	h_2, м	$\langle h_2\rangle$, м	I, кг м^2	$\langle I\rangle$, кг м^2

Определение момента сопротивления электродвигателя

1 Снять насадку с вала электродвигателя и поместить её на специальное приспособление, имеющееся на станине вертикальной шкалы. При этом запрещается закреплять насадку винтом, она должна одеваться свободно.

2 Кнопкой «Пуск» включить электродвигатель. Дав ему поработать около 1 мин, кнопкой «Стоп» отключить питание электродвигателя и одновременно включить секундомер. Измерить время t вращения ротора электродвигателя до его полной остановки. Опыт повторить 3 раза.

3 Зная номинальную частоту вращения электродвигателя $n_{ном}$, об/с, найти угловую скорость вращения ротора: $\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot n_1$. По формуле (2.13) определить момент сопротивления электродвигателя M, используя значение момента инерции I из таблицы 2.1. Результаты занести в таблицу 2.2.

Таблица 2.2 – Определение момента сопротивления электродвигателя

Номер измерения	$\langle I\rangle$, кг·м^2	n_1, об/с	t, с	$\langle t\rangle$, с	ω_1, рад/с	M, Н·м
1						
2						
3						

Контрольные вопросы

1 Дать определение момента инерции и момента силы.

2 Какой закон лежит в основе вывода рабочей формулы для определения момента инерции?

3 Чему равна работа сил сопротивления ротора электродвигателя?

4 Найти угловое ускорение, с которым движется ротор после выключения электродвигателя в п. 3 программы работы, и число оборотов N, которое он сделает до полной остановки.

5 Привести формулы работы, мощности и кинетической энергии при вращательном движении.

3 Лабораторная работа № 8. Определение момента инерции и проверка теоремы Штейнера методом крутильных колебаний

Цель работы: проверить экспериментально теорему Штейнера и определить момент инерции диска и стержня.

Общие сведения

Основное уравнение динамики тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, имеет вид:

$$M = I \cdot \varepsilon, \tag{3.1}$$

где M – момент внешних сил относительно неподвижной оси;

I – момент инерции твердого тела;

ε – угловое ускорение.

Из (3.1) видно, что угловое ускорение ε обратно пропорционально моменту инерции I. Следовательно, момент инерции твердого тела характеризует инерционные свойства тела во вращательном движении, как масса в поступательном. Момент инерции зависит от материала, формы и размеров тела, а также от расположения центра масс тела относительно оси вращения. Следует подчеркнуть, что если масса данного тела однозначна, то момент инерции этого же тела может иметь самые различные значения в зависимости от выбора оси вращения. Момент инерции обладает свойством аддитивности, т. е. момент инерции механической системы равен сумме моментов инерций тел, составляющих эту систему.

Твердое тело можно представить состоящим из элементарных масс dm, каждая из которых обладает относительно данной оси своим элементарным моментом инерции $dI = r^2 dm = r^2 \rho dV$, так что

$$I = \int dI = \rho \int r^2 dV ,$$

где ρ – плотность тела;

r – расстояние от элементарной массы до заданной оси вращения;

dV – элемент объема.

Момент инерции тела относительно произвольной оси вращения можно найти с помощью теоремы Штейнера: *момент инерции* $I_{0'}$ *тела относительно произвольной оси* O' *равен моменту инерции* I_0 *тела относительно оси* O, *параллельной данной и проходящей через центр масс тела, плюс масса тела, умноженная на квадрат расстояния* d *между осями* (рисунок 3.1):

$$I_{0'} = I_0 + md^2 . \tag{3.2}$$

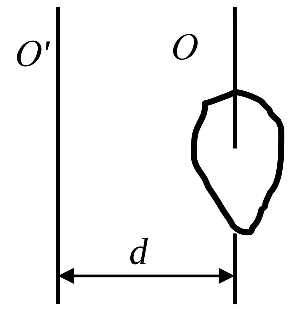

Рисунок 3.1 – Пояснение теоремы Штейнера

Описание лабораторной установки

Моменты инерции различных тел могут быть определены методом крутильных колебаний с помощью трифилярного подвеса (рисунок 3.2).

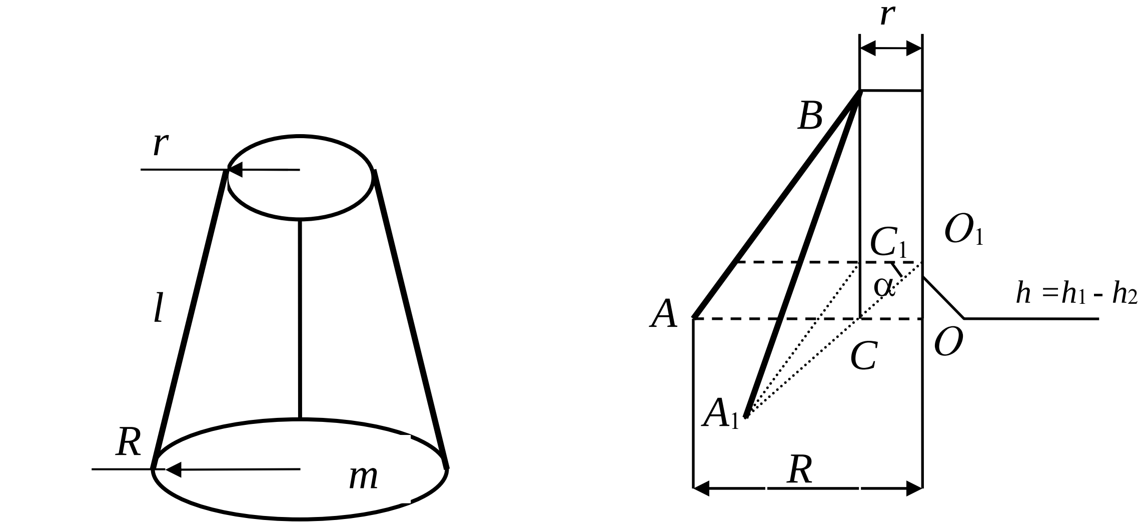

Рисунок 3.2 – Трифилярный подвес

Трифилярный подвес состоит из диска массой m, радиусом R, подвешенного на трех симметрично расположенных металлических нитях. Наверху эти нити симметрично прикреплены к диску меньшим радиусом r.

При повороте верхнего диска на угол α вокруг вертикальной оси, перпендикулярной к плоскости диска и проходящей через его центр, нити принимают наклонное положение, центр тяжести системы O приподнимается по оси вращения. В результате этого нижний диск начинает совершать крутильные колебания, период которых T будет зависеть от момента инерции I системы.

Пусть при первоначальном повороте диск массой m поднялся на высоту h. Тогда приращение потенциальной энергии

$$\Delta E_n = m \cdot g \cdot h .$$

При совершении крутильных колебаний потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию вращательного движения

$$E_k = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 .$$

В момент прохождения диском положения равновесия кинетическая энергия принимает максимальное значение. Пренебрегая трением, можно записать

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 . \tag{3.3}$$

При α < 15° нижний диск будет совершать гармонические колебания, тогда зависимость углового смещения диска от времени имеет следующий вид:

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t .$$

Так как $\omega = \dfrac{d\alpha}{dt}$, то, взяв производную, найдем угловую скорость:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \cdot \alpha_0 \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t .$$

В момент прохождения положения равновесия $\left(t = 0, \frac{1}{2} T,\ T,\ \frac{3}{2} T, \ldots \right)$ абсолютное значение $\omega_{\max}$ определяется как

$$\omega_{\max} = \frac{2\pi}{T} \alpha_0 . \tag{3.4}$$

Найдем величину h при повороте диска на угол α_0. Так как $h = h_1 - h_2$ (где h_1 и h_2 – максимальное и минимальное расстояния между дисками во время колебаний), а также допуская, что $h_1 + h_2 \approx 2l$ (где l – длина нити), получаем следующее выражение:

$$h = h_1 - h_2 = \frac{h_1^2 - h_2^2}{h_1 + h_2} = \frac{h_1^2 - h_2^2}{2l} . \tag{3.5}$$

Из рисунка 3.2 видно, что

$$h_1^2 = BC^2 = l^2 - (R - r)^2 ;$$

$$h_2^2 = BC_1^2 = l^2 - \left(R^2 + r^2 - 2Rr\cos\alpha_0\right)$$

Подставляя значения h_1^2 и h_2^2 в формулу (3.5), получим

$$h = \frac{2R \cdot r\left(1 - \cos\alpha_0\right)}{2l} = \frac{4R \cdot r \cdot \sin^2\dfrac{\alpha_0}{2}}{2l}.$$

Так как угол α_0 мал, то $\sin\alpha_0 \approx \alpha_0$. Тогда

$$h = \frac{2R \cdot r \cdot \alpha_0^2}{2l}\ h = \frac{R \cdot r \cdot \alpha_0^2}{2l}. \qquad (3.6)$$

Выразив момент инерции I из формулы (3.3) и подставив ω_{max} из (3.4) и h из (3.6), получим выражение для расчета момента инерции

$$I = \frac{2m \cdot g \cdot R \cdot r \cdot \alpha_0^2 \cdot T^2}{2l4\pi^2\alpha_0^2} = \frac{m \cdot g \cdot R \cdot r \cdot T^2}{4\pi^2 \cdot l}. \qquad (3.7)$$

По формуле (3.7) можно определить момент инерции нижнего диска и тел, положенных на него, т. к. все величины в правой части формулы могут быть непосредственно измерены.

Программа работы

Определение момента инерции цилиндрического тела и проверка теоремы Штейнера

1 В таблицу 3.1 занести значения постоянных величин. Длину нити l, радиус нижнего диска R, радиус верхнего диска r определить непосредственным измерением. Масса ненагруженного диска m = 1,235 кг; m_1 – масса цилиндрического тела; r_1 – радиус цилиндрического тела; n – число полных колебаний (задается преподавателем).

Таблица 3.1 – Параметры лабораторной установки и исследуемых тел

l, м	R, м	r, м	m, кг	m_1, кг	r_1, м	n

2 Определить момент инерции ненагруженного диска, для чего сообщить телу вращательный импульс поворотом рычажка, связанного с верхним диском. Угол отклонения должен быть не более 15°. Секундомером измерить время t_0 заданного числа n полных колебаний. Вычислить время одного колебания $T_0 = t_0/n$. Измерения времени провести не менее 3-х раз. Найти среднее

значение $\overline{T}_0$ и вычислить по формуле (3.7) момент инерции I_0 ненагруженного диска. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 3.2.

Таблица 3.2 – Результаты измерений и вычислений

Номер измерения	t_0, с	$\overline{T}_0$, с	I_0, кг·м^2	t_1, с	$\overline{T}_1$, с	I_1, кг·м^2	I, кг·м^2	t_2, с	$\overline{T}_2$, с	I_2, кг·м^2	I_3, кг·м^2	d, м	I'_3, кг·м^2
1													
2													
3													

3 На центр диска поместить исследуемое цилиндрическое тело массой m_1 (чтобы равномерное натяжение нитей не нарушалось). Измерить три раза время t_1 n колебаний нагруженного диска. Вычислить средний период колебаний $\overline{T}_1$ и момент инерции I_1 системы (диск + цилиндрическое тело) по формуле (3.7). Массу системы определить как сумму масс ненагруженного диска и исследуемого тела. Момент инерции I цилиндрического тела относительно оси, проходящей через его центр масс, определяется как

$$I = I_1 - I_0 .$$

4 При помощи трифилярного подвеса можно проверить теорему Штейнера (см. формулу (3.2)). Для этого два одинаковых груза следует поместить симметрично по краям диска. Измерить расстояние d между центрами одного из грузов и диска (рисунок 3.3). Определить время t_2 и период колебаний $\overline{T}_2$ системы, состоящей из диска и двух грузов. По формуле (3.7) рассчитать момент инерции I_2 системы, масса которой определяется как сумма масс всех тел ($m + 2m_1$).

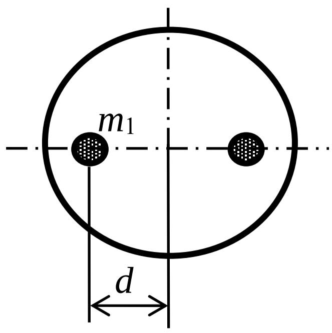

Рисунок 3.3 – Проверка теоремы Штейнера

Момент инерции такой системы

$$I_2 = I_0 + 2I_3, \tag{3.8}$$

где I_3 – момент инерции одного из грузов, находящегося на расстоянии d от оси вращения. Тогда из (3.8)

$$I_3 = \frac{I_2 - I_0}{2}.$$

Рассчитать I_3 – момент инерции цилиндрического тела относительно оси, не проходящей через центр масс. Используя теорему Штейнера, найти теоретическое значение I_3':

$$I_3' = \frac{m_1 \cdot r_1^2}{2} + m_1 \cdot d^2.$$

Сравнить значения I_3 и I_3'. Сделать вывод о выполнении теоремы Штейнера в данной работе.

Определение момента инерции стержня

1 Стержень поместить на нижний диск так, чтобы ось вращения проходила через середину стержня. Измерить время t_4 n колебаний 3 раза и определить средний период колебаний $\bar{T}_4$ системы, состоящей из диска и стержня. Вычислить момент инерции I системы по формуле (3.7), где масса системы равна сумме масс ненагруженного диска m и стержня m_2.

2 Момент инерции стержня I_4 определить как разность моментов инерции системы (диск + стержень) и ненагруженного диска:

$$I_4 = I - I_0.$$

3 Вычислить момент инерции стержня относительно оси вращения, проходящей через его центр масс, по формуле

$$I_4' = \frac{1}{12} m_2 \cdot L^2,$$

где L – длина стержня.

Сравнить полученные значения I_4 и I_4'. Результаты измерений и вычислений занести в таблицу 3.3.

Таблица 3.3 – Определение момента инерции стержня

Номер измерения	t_4, с	$\overline{T}_4$, с	I, кг·м^2	I_4, кг·м^2	m_2, кг	L, м	I'_4, кг·м^2
1							
2							
3							

Контрольные вопросы

1 Записать основной закон динамики вращательного движения.

2 Дать определения момента инерции материальной точки и материального тела.

3 Пояснить физический смысл момента инерции.

4 Записать формулу момента инерции шара, цилиндра, диска и стержня.

5 Сформулировать теорему Штейнера.

6 Вывести формулу (3.7).

7 Как проверяется теорема Штейнера в данной работе?

4 Лабораторная работа № 9. Изучение неупругого взаимодействия тел

Цель работы: изучить характерные особенности неупругого удара. Измерить время удара, вычислить максимальную деформацию и определить работу сил сопротивления при ударе.

Общие сведения

При соударении тел силы взаимодействия довольно резко изменяются с расстоянием между центрами масс и весь процесс взаимодействия протекает в очень малом пространстве за очень короткий промежуток времени. Такое взаимодействие называют ударом.

Различают два вида ударов. Если взаимодействуют абсолютно упругие тела, то удар называют абсолютно упругим. При абсолютно упругом ударе механическая энергия не переходит в другие виды энергии. Если же тела (или хотя бы одно из них) являются абсолютно неупругими, удар называют абсолютно неупругим. При абсолютно неупругом ударе часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию. Соударяющиеся тела нагреваются. Абсолютная упругость и абсолютная неупругость, а значит, и классификация ударов по этому признаку является идеализацией. На самом деле всякий удар тел является, строго говоря, неупругим. Однако в одних случаях его с известным приближением можно считать абсолютно упругим, а в другом – абсолютно неупругим.

Процесс соударения абсолютно неупругих тел протекает следующим образом. Как только тела приходят в соприкосновение, начинается их деформация, в результате которой возникают силы сопротивления (вязкое трение), пропорциональные скорости изменения деформации (т. е. относительной скорости движения тел v):

$$F = -kv = -k\frac{dx}{dt},$$

где k – коэффициент пропорциональности;

x – численное значение деформации.

По мере уменьшения относительной скорости силы сопротивления убывают и обращаются в нуль. Тогда по второму закону Ньютона

$$-kv = ma. \tag{4.1}$$

Задача о движении сталкивающихся тел может быть решена с помощью законов динамики. С учетом того, что $a = dv/dt$, уравнение (4.1) можно записать в виде

$$m\frac{dv}{dt} + kv = 0, \tag{4.2}$$

где m – масса тела.

Произведём разделение переменных и интегрирование правой и левой частей:

$$\int \frac{dv}{v} = -\frac{k}{m}\int dt\,. \tag{4.3}$$

В результате интегрирования получим

$$\ln v - \ln C_1 = -kt/m\,,$$

где C_1 – постоянная интегрирования.

Откуда

$$v = C_1 \exp(-kt/m)\,. \tag{4.4}$$

Постоянную интегрирования C_1 определим из начальных условий. При $t = 0$ $(x = 0)$ $v_0 = C_1$ – скорость в начальный момент удара. С учетом полученного значения C_1 уравнение (4.4) примет вид:

$$v = v_0 \cdot \exp(-kt/m)\,. \tag{4.5}$$

Так как $v = \dfrac{dx}{dt}$, то величина деформации dx за время dt определяется следующим образом:

$$dx = v_0 \cdot \exp(-kt/m)dt\,. \tag{4.6}$$

Определим деформацию как функцию от времени в процессе взаимодействия тел. Для этого проинтегрируем выражение (4.6):

$$x = \int v_0 \cdot \exp(-kt/m)dt\,.$$

Интегрирование приводит к следующему выражению для деформации:

$$x = -v_0(m/k)\cdot\exp(-kt/m) + C_2\,. \tag{4.7}$$

Определим постоянную интегрирования C_2. При $t = 0$ $(x = 0)$ $C_2 = v_0(m/k)$.

С учетом полученного имеем

$$x = v_0\frac{m}{k}\left(1 - e^{-kt/m}\right). \tag{4.8}$$

Поскольку выражение (4.8) представляет собой экспоненциальную зависимость, а реальное взаимодействие протекает за конечное время, то за время удара в первом приближении примем то время Δt, в течение которого сила взаимодействия уменьшается в 100 раз, т. е. $F/F_0 = 10^{-2}$. Разумность этого допущения легко проверить, вычислив работу сил сопротивления следующим образом:

$$F/F_0 = \left(kv_0 e^{-k\Delta t/m}\right)/kv_0 = e^{-k\Delta t/m} = 10^{-2},$$

откуда

$$k = 4{,}6\frac{m}{\Delta t}. \tag{4.9}$$

Работа сил сопротивления определяется по формуле

$$A = \int_0^x F dx,$$

где $F = k\dfrac{dx}{dt} = kv_0 e^{-kt/m}$;

$dx = v_0 e^{-kt/m} dt$.

Тогда

$$A = kv_0^2 \int_0^{\Delta t} e^{-2kt/m} dt = \left(1 - e^{-2k\Delta t/m}\right)\frac{mv_0^2}{2}. \tag{4.10}$$

Подстановка (4.9) в (4.10) дает численное значение работы сил сопротивления, отличающееся от начального значения кинетической энергии тела всего на одну сотую процента:

$$A = 0{,}9999\frac{mv_0^2}{2}.$$

При ударе движущегося тела небольшой массы о неподвижное массивное тело первое не прилипает к нему, а отскакивает с небольшой скоростью. Это позволяет определить время взаимодействия контактным способом, считая в первом приближении удар абсолютно неупругим.

Описание лабораторной установки

На лабораторной установке неупругий удар реализуется следующим образом. На длинную нерастяжимую нить длиной *l*, прикрепленную к стене, подвешен свинцовый шар (рисунок 4.1). Если отвести шар с нитью на некоторый угол α (на расстояние b_0 от стены) и отпустить, то при столкновении шара с массивным металлическим диском, укрепленным на стене, произойдёт неупругий удар.

Убыль потенциальной энергии отклоненного на некоторый угол α шара равна его кинетической энергии перед ударом. На основании закона сохранения энергии имеем

$$mgh = \frac{mv_0^2}{2},$$

откуда $v_0 = \sqrt{2gh}$.

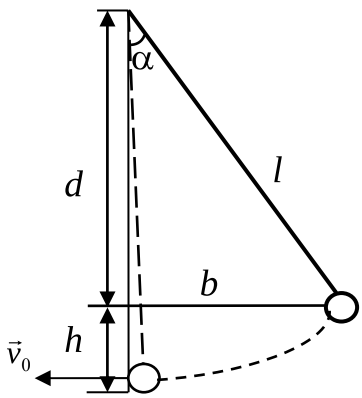

Рисунок 4.1 – Схема лабораторной установки

Из рисунка 4.1 видно, что

$$h = l - d = l\left(1 - \sqrt{1 - \sin^2\alpha}\right).$$

Тогда

$$v_0 = \sqrt{2gl\left(1 - \sqrt{1 - \sin^2\alpha}\right)}, \qquad (4.11)$$

где $\sin\alpha = b/l$.

Таким образом, зная скорость v_0, можно определить кинетическую энергию шара до удара:

$$E_0 = \frac{mv_0^2}{2}. \qquad (4.12)$$

Измеряя расстояние b_1, на которое отскакивает шар после удара, по формуле (4.11) определяем скорость v шара после удара (в этом случае $\sin\alpha = b_1/l$) и находим его кинетическую энергию после удара по формуле

$$E = \frac{mv^2}{2}.$$

Ту часть кинетической энергии, за счет которой силами сопротивления производится работа и выделяется тепло, можно рассчитать по формуле

$$A = \Delta E = \frac{m}{2}\left(v_0^2 - v^2\right). \qquad (4.13)$$

Сравнивая выражения (4.13) и (4.10), находим коэффициент сопротивления по формуле

$$k = \frac{m}{\Delta t}\ln\frac{v_0}{v}. \qquad (4.14)$$

Принимая время взаимодействия t за время удара Δt, после подстановки (4.14) в (4.8) получим выражение для расчета максимальной деформации

$$x_{\max} = \frac{v_0 \Delta t}{\ln(v_0/v)}(1 - v/v_0). \tag{4.15}$$

Программа работы

1 Включить электронный секундомер в сеть. Нажать клавишу «Сеть», при этом должна светиться световая индикация. Прогреть прибор 1…2 мин. Нажать клавишу «Режим работы» и клавишу «Вибрация». Если шар соприкасается с металлическим диском, секундомер отсчитывает время. Если шар не соприкасается с диском, счёта времени не происходит (тумблер «Пуск» в верхнем положении).

2 Отклонить шар на максимальное расстояние b_0, измеряемое линейкой. Нажать клавишу «Сброс». На табло индикации секундомера должны высвечиваться все нули. Предоставив возможность шару двигаться, измерить продолжительность удара Δt по секундомеру. После удара шар отскакивает на некоторое расстояние b_1, которое надо измерить. Для правильного измерения продолжительности удара необходимо задержать отскочивший после удара шар, чтобы он повторно не соприкасался с диском.

3 Не изменяя начальное расстояние b_0, выполнить 10 раз п. 2. После каждого измерения необходимо нажимать на секундомере клавишу «Сброс». Найти средние значения $\langle\Delta t\rangle$ и $\langle b_1\rangle$.

4 По формуле (4.11) вычислить скорость шара до удара v_0. В этом случае $\sin\alpha = b_0/l$ (l = 2,4 м).

5 По формуле (4.11) вычислить скорость шара после удара v. В этом случае $\sin\alpha = \langle b_1\rangle./l$ (l = 2,4 м).

6 По формуле (4.15) вычислить максимальную деформацию.

7 Вычислить кинетическую энергию шара до удара E_0 по формуле (4.12).

8 Вычислить работу силы сопротивления по формуле (4.13). Сравнить работу силы сопротивления A с кинетической энергией шара до удара E_0 в процентном соотношении.

Контрольные вопросы

1 Что называется ударом ?

2 Какой удар является абсолютно упругим ?

3 Какой удар является абсолютно неупругим ?

4 Как экспериментально определяется скорость в начальный момент удара?

5 Объяснить полученное различие между E_0 и A.

6 Записать законы сохранения импульса и энергии для упругого и неупругого ударов.

5 Лабораторная работа № 10. Изучение консервативной механической системы

Цель работы: экспериментально проверить закон Гука применительно к случаю изгиба упругого тела, определить модуль Юнга этого тела, проверить справедливость закона сохранения механической энергии.

Общие сведения

Механическая система называется *консервативной*, если в ней все внутренние силы потенциальны, а все внешние силы потенциальны и стационарны. *Потенциальными силами* называются такие силы, работа которых зависит только от начальных и конечных положений точек их приложения и не зависит от вида траекторий этих точек и законов движения по ним. Примерами такого вида сил могут служить силы электростатического происхождения, гравитационного взаимодействия, упругие силы.

Стационарным называется поле, действующее на материальную точку с силой $\vec{F}$, не изменяющейся с течением времени t, т. е. $d\vec{F}/dt = 0$. Для стационарного поля необходимо, чтобы создающие его тела покоились относительно инерциальной системы отсчета, используемой при рассмотрении поля.

Деформация называется пластической, если в результате действия внешней силы происходит необратимое изменение формы и размеров тела. Если же после прекращения действия внешней силы тело полностью восстанавливает свою первоначальную форму и размеры, то такая деформация называется упругой.

Существуют различные виды деформации: растяжения (сжатия), сдвига, кручения, изгиба. Лабораторная работа посвящена изучению деформации изгиба упругого элемента (бруса). Изгиб – это вид деформации, в результате которой происходит искривление осей прямых брусьев или изменение кривизны осей кривых брусьев (рисунок 5.1).

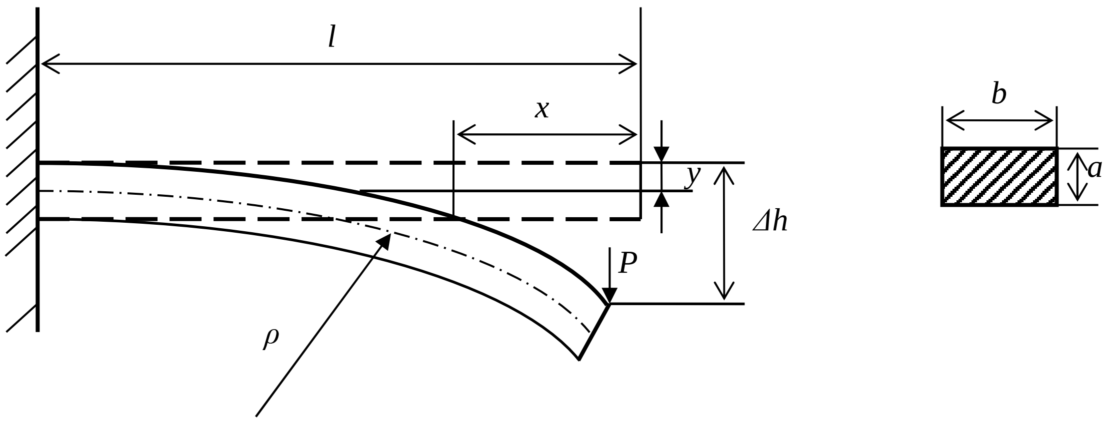

Рисунок 5.1 – Изгиб прямого бруса под действием сосредоточенной силы P

Для малых деформаций справедлив закон Гука

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{5.1}$$

где σ – механическое напряжение, равное отношению силы P к площади S, на которую действует сила;

E – модуль Юнга;

ε – относительная деформация бруса, $\varepsilon = \Delta l/l$.

При $\Delta l = l$ можно определить физический смысл модуля Юнга.

Модуль Юнга – это физическая величина, численно равная силе, которую нужно приложить к образцу с единичной площадью поперечного сечения, чтобы удвоить его длину, если бы при такой деформации закон Гука оставался ещё верен.

Деформация изгиба характеризуется «стрелой прогиба» Δh, т. е. смещением конца бруса из положения равновесия при данной нагрузке (см. рисунок 5.1). Так как при изгибе верхние слои бруса растягиваются, а нижние сжимаются, то посередине имеются слои, которые совсем (или почти совсем) не подвергаются деформации. Очевидно, их можно удалить, не оказывая большого влияния на деформацию и прочность бруса при изгибе. При этом получится экономия материала. Поэтому в технике сплошные стержни, работающие на изгиб, часто заменяют полыми трубами. Любопытно, что в процессе приспособления природа создала кости животных и стебли растений в виде трубок, а не в виде сплошных стержней.

Если выполняется условие $\Delta h << l$, то относительная деформация при чистом изгибе определяется как

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{\rho}, \tag{5.2}$$

где ρ – радиус кривизны изогнутой оси бруса.

В данной работе в качестве упругого тела используется брус равного сопротивления изгибу. Равное сопротивление изгибу обеспечивается равномерным увеличением площади поперечного сечения бруса за счет возрастания его ширины при приближении к его месту закрепления.

Конструкцией установки, на которой выполняются все эксперименты, предусматривается измерение прогиба бруса y на некотором расстоянии x от точки приложения нагрузок (см. рисунок 5.1). Если поперечное сечение бруса в месте закрепления $S = ab$ и сила, действующая вдоль стороны a, равна P, то прогиб конца бруса Δh определяется следующим выражением:

$$\Delta h = \frac{12 \cdot y \cdot l}{5 \cdot (l - x)}. \tag{5.3}$$

Для этого случая прогиб y определяется формулой

$$y = \frac{6P \cdot l}{b \cdot a^3 \cdot E}(l - x)^2. \quad (5.4)$$

Поскольку $\varepsilon \sim \Delta h \sim y$, а $\sigma = \dfrac{P}{S}$, то проверку закона Гука в соответствии с (5.1) можно заменить проверкой зависимости y от P. Для этого по экспериментальным данным строится график зависимости прогиба y от приложенной нагрузки P при различных расстояниях x. Линейный характер полученной зависимости свидетельствует о выполнении закона Гука.

Умножив левую и правую части формулы (5.4) на E/y, получим выражение для определения модуля упругости материала бруса

$$E = \frac{6P \cdot l}{y \cdot b \cdot a^3}(l - x)^2. \quad (5.5)$$

Для того чтобы деформировать тело, над ним надо совершить работу. В свою очередь, деформированное тело само может совершать работу. Оно обладает запасом энергии, называемой упругой и относящейся к потенциальной энергии.

Потенциальной энергией называется часть энергии механической системы, зависящая только от ее конфигурации, т. е. от взаимного расположения всех частей системы и от их положения во внешнем поле.

Зная модуль упругости E и размеры бруса, можно теоретически рассчитать потенциальную энергию деформированного тела по формуле

$$W_{\text{п}}^{(\text{б})} = \frac{3P^2 \cdot l^3}{b \cdot a^3 \cdot E}. \quad (5.6)$$

В соответствии с законом сохранения механической энергии в замкнутой консервативной системе полная механическая энергия не изменяется: $W = \text{const}$. Система является замкнутой, если на неё не действуют внешние силы или действие этих сил скомпенсировано.

Рассматриваемая механическая система состоит из бруса равного сопротивления изгибу и груза массой m, устанавливаемого на специальную платформу. Данная система не является замкнутой вследствие действия внешней силы – силы тяжести. Однако сила тяжести является потенциальной силой, поэтому к данной системе применим закон сохранения энергии: работа силы тяжести будет затрачена на приращение упругой энергии тела при условии, что его кинетическая энергия окажется равной нулю:

$$A = \Delta W_{\text{п}}^{(\text{б})}. \quad (5.7)$$

Это становится возможным, если деформацию производить достаточно медленно, придерживая груз, опускаемый на платформу. При этом деформирующая сила f будет меняться от $f = 0$ до конечного значения $f = P$, а прогиб конца бруса – от $x = 0$ до конечного значения $x = \Delta h$. По закону Гука, записанному через коэффициент упругости,

$$f(x) = kx, \tag{5.8}$$

а работа деформирующей силы

$$A = \int_0^{\Delta h} f(x)dx = \int_0^{\Delta h} kxdx = \frac{kx^2}{2}\Big|_0^{\Delta h} = \frac{k\Delta h^2}{2}. \tag{5.9}$$

Так как в конечном состоянии $P = k\Delta h$, то

$$A = \frac{P \cdot \Delta h}{2}. \tag{5.10}$$

Учитывая, что $P = mg$, формула (5.10) примет вид:

$$A = \frac{1}{2} m \cdot g \cdot \Delta h. \tag{5.11}$$

На основании закона сохранения энергии (5.7) и формул (5.6) и (5.11)

$$\frac{1}{2} m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{3 \cdot P^2 \cdot l^3}{b \cdot a^3 \cdot E}. \tag{5.12}$$

Подставив $P = mg$ в (5.12), окончательно получим формулу для экспериментальной проверки закона сохранения механической энергии

$$\frac{1}{2} m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{3 \cdot (m \cdot g)^2 \cdot l^3}{b \cdot a^3 \cdot E}. \tag{5.13}$$

Описание лабораторной установки

В лабораторной работе исследуется консервативная механическая система, состоящая из упругого тела (бруса) и груза, на который действуют внешние потенциальные гравитационные силы, изменяющие форму и объем упругого тела, т. е. деформирующие его. При этом в теле возникают потенциальные внутренние силы – силы упругости, препятствующие деформации.

Установка представляет собой раму 1, закреплённую на опорах 2 (рисунок 5.2). На раме устанавливается индикатор 3, держатель 4 которого может передвигаться вдоль рамы. С помощью индикатора измеряется величина прогиба бруса 5. Брус с левой стороны неподвижно прикреплён к раме, с правой стороны бруса установлена опорная призма 6 с платформой 7 для грузов. Опорная призма может перемещаться вдоль бруса. Для определения расстояний x и l к раме прикреплена линейка.

При изгибе ось бруса искривляется и, следовательно, точки, лежащие на ней, получают некоторое перемещение Δy. Однако оно настолько мало по сравнению с длиной бруса, что направление их можно считать перпендикулярным первоначальному положению оси бруса.

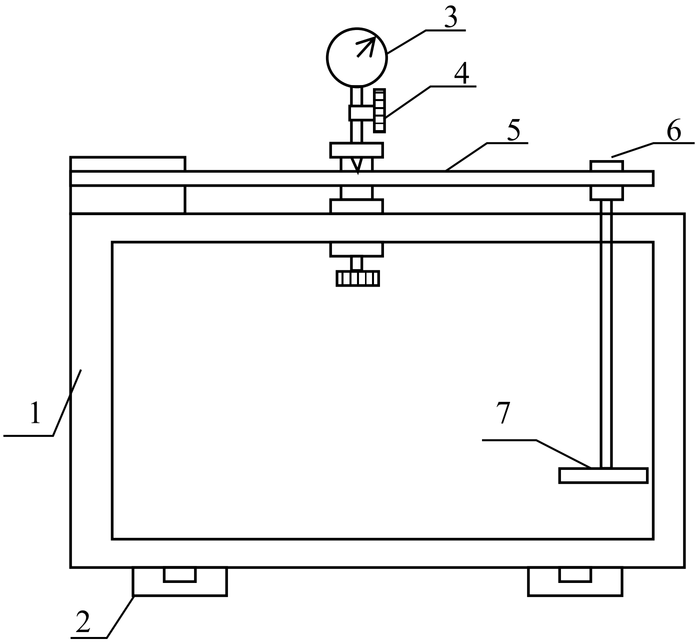

Рисунок 5.2 – Схема лабораторной установки

Программа работы

Проверка закона Гука

1 Установить опорную призму с платформой для грузов на расстоянии $l = 0{,}72$ м от места закрепления бруса.

2 Установить держатель с индикатором на расстоянии 0,25 м от места закрепления бруса ($x_1 = 0{,}72 - 0{,}25 = 0{,}47$ м).

3 Перемещая индикатор в держателе, отрегулировать положение индикатора таким образом, чтобы малая стрелка установилась на нуль. Положение центральной стрелки индикатора должно быть близким к верхнему вертикальному. Поворачивая за ободок подвижную шкалу индикатора, совместить нуль этой шкалы с центральной стрелкой.

4 Положить один груз на платформу и измерить величину прогиба y. При этом отсчёт производится по красной шкале индикатора с точностью 0,01 мм. Один оборот центральной стрелки соответствует 1 мм. Количество оборотов, совершенных этой стрелкой, указывает малая стрелка.

5 Увеличивая нагрузку, выполнить 3–4 раза п. 4, вес грузов ($P = mg$) и результаты измерений внести в таблицу 5.1.

6 Передвинуть индикатор с держателем на 40…60 мм вправо, повторить пп. 3–5 ещё 2 раза.

7 По данным таблицы 5.1 построить графики $y = f(P)$. Сделать вывод о применимости закона Гука к данной механической системе.

Таблица 5.1 – Зависимость прогиба бруса от величины нагрузки

P, Н	$x_1 = 0{,}47$ м	$x_2 =$	$x_3 =$
	y, м	y, м	y, м

Определение модуля упругости

1 Измерить штангенциркулем ширину b и толщину a бруса непосредственно возле места его закрепления.

2 Воспользовавшись экспериментальными данными из таблицы 5.1 и формулой (5.5), определить три значения модуля упругости E для различных значений x и P (по указанию преподавателя). Найти среднее значение модуля упругости E.

Проверка закона сохранения механической энергии

1 По указанию преподавателя выбрать одну из линий графика $y = f(P)$ и внести в таблицу 5.2 три пары значений P и y, соответствующие трем любым (кроме 0) точкам на этой линии, а также вычисленные по формуле (5.3) величины прогиба Δh свободного конца бруса.

2 По формуле (5.6) рассчитать величину энергии $\Delta W_n^{(б)}$, запасенной брусом, и найти значения $½\Delta W_m = \frac{1}{2} mg\Delta h$ для значений P, Δh, взятых из п. 1. Результаты внести в таблицу 5.2.

3 Сравнить полученные значения $\Delta W_n^{(б)}$ и $½\Delta W_m$, сделать вывод о том, как выполняется закон сохранения механической энергии в условиях проведенного эксперимента в соответствии с формулой (5.13).

Таблица 5.2 – Проверка закона сохранения механической энергии в исследуемой механической системе

P, Н	y, м	$\Delta W_n^{(б)}$, Дж	Δh, м	$½\Delta W_m$, Дж

Контрольные вопросы

1 Какая система называется консервативной? Чем отличается консервативная система от неконсервативной?

2 Какие силы называются потенциальными? Какие виды потенциальных сил Вы знаете?

3 Каковы отличительные признаки упругой и пластической деформации?

4 Какими величинами характеризуется деформация прогиба?

5 Как можно сэкономить материал при изготовлении деталей, работающих на изгиб?

6 Какой вид имеет закон Гука применительно к работе?

7 Каков физический смысл модуля упругости? От чего зависит модуль упругости?

8 Что такое потенциальная энергия?

9 От каких факторов зависит величина потенциальной энергии упруго-деформированного бруса?

10 Сформулируйте закон сохранения механической энергии.

11 Как проверяется закон сохранения механической энергии в лабораторной работе?

Список литературы

1 **Савельев, И. В.** Курс общей физики: в 3 т. / И. В. Савельев. – Санкт-Петербург: Лань, 2008. – Т. 1.

2 **Детлаф, А. А.** Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – Москва: Высшая школа, 2001.

3 **Трофимова, Т. И.** Курс физики: учебное пособие для втузов / Т. И. Трофимова. – Москва : Академия, 2007.

4 **Детлаф, А. А.** Курс физики: в 2 т. / А. А. Детлаф, В. М. Яворский, Д. В. Милковская. – Москва: Высшая школа, 1977. – Т. 1.

5 Руководство к лабораторным занятиям по физике / Под ред. Л. Л. Гольдина. – Москва: Наука, 1973.

Приложение А
(рекомендуемое)

О приближенных вычислениях

Числовые значения величин, с которыми приходится иметь дело при решении физических задач, являются большей частью приближенными. Часто при вычислениях добиваются получения такой точности результатов, которая совершенно не оправдывается точностью использованных данных. Это приводит к бесполезной затрате труда и времени.

Приближенные вычисления следует вести с соблюдением следующих правил.

1 При сложении и вычитании приближенных чисел окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из слагаемых. Значащими цифрами называют все цифры, кроме нуля, а также нуль в двух случаях: когда он стоит между значащими цифрами, когда он стоит в конце числа и известно, что единиц соответствующего разряда в данном числе нет.

Например: требуется сложить числа

$$4{,}462 + 2{,}38 + 1{,}17273 + 1{,}0262 = 9{,}04093.$$

Полученный результат следует округлить до сотых долей, т. е. принять сумму равной 9,04, т. к. слагаемое 2,38 задано с точностью до сотых долей.

2 При умножении следует округлить сомножители так, чтобы каждый из них содержал столько значащих цифр, сколько их имеет сомножитель с наименьшим числом таких цифр.

Например: требуется перемножить числа

$$3{,}723 \cdot 2{,}4 \cdot 5{,}1846.$$

В соответствии с правилом следует вычислять выражение

$$3{,}7 \cdot 2{,}4 \cdot 5{,}2.$$

В окончательном результате следует оставлять такое же количество значащих цифр, какое имеется в сомножителях после из округления. В промежуточных результатах необходимо оставлять на одну значащую цифру больше. Такое же правило следует соблюдать и при делении приближенных чисел.

3 При возведении в квадрат или в куб следует в результате брать столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени.

Например: $1{,}32^2 \approx 1{,}74$.

4 При извлечении квадратного или кубического корня в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном выражении.

Например: $\sqrt{1{,}17 \cdot 10^{-8}} \approx 1{,}08 \cdot 10^{-4}$.

5 При вычислении сложных выражений следует применять указанные

правила в соответствии с видом производимых действий.

Например: $\dfrac{(3{,}2+17{,}062)\sqrt{3{,}7}}{5{,}1\cdot 2{,}007\cdot 10^{3}}$.

Сомножитель 5,1 имеет наименьшее число значащих цифр – две. Поэтому результаты всех промежуточных вычислений должны округляться до трех значащих цифр:

$$\frac{(3{,}2+17{,}062)\cdot\sqrt{3{,}7}}{5{,}1\cdot 2{,}007\cdot 10^{3}} \approx \frac{20{,}3\cdot 1{,}92}{10{,}3\cdot 10^{3}} \approx \frac{39{,}0}{10{,}3\cdot 10^{3}} \approx 3{,}79\cdot 10^{-3}.$$

После округления результата до двух значащих цифр получаем окончательный ответ: $3{,}8\cdot 10^{-3}$.