

УДК 629.114.2

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ И ВЕРТИКАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБИЛЯ

**Э. И. Ясюкович**

кандидат технических наук, доцент

Белорусско-Российский университет (г. Могилев, Беларусь)

*Рассматривается разработанная методика имитационного моделирования курсового движения и вертикальной динамики легкового автомобиля с передними управляемыми колесами по опорной поверхности с микропрофилем, содержащая расчетные динамические схемы, математические модели и программное обеспечение. Обсуждаются некоторые результаты проведенных расчетных исследований.*

**Ключевые слова:** легковой автомобиль, курсовое движение, вертикальная динамика, микропрофиль опорной поверхности, управляемые колеса, математическая модель, траектория движения, программное обеспечение, имитационное моделирование.

### Введение

Повышение интенсивности движения на скоростных автомобильных трассах требует высокой надежности систем управления курсовым движением колесных машин при выполнении ими различных маневров. Поэтому эффективность эксплуатации автомобилей, обладающих высокой маневренностью, курсовой устойчивостью и управляемостью, требует рационального выбора конструктивных параметров их ходовой части, характеристик подвески и шин. Для выполнения такого выбора необходима специальная методика оценки, в качестве которой может быть использовано программное средство имитационного моделирования курсового движения и вертикальной динамики автомобилей по современным автомобильным трассам.

В связи с этим в настоящей работе поставлена задача разработки математической модели и программного обеспечения для имитационного моделирования движения легкового автомобиля по автомобильным дорогам, которое позволило бы проводить виртуальные испытания их управляемого курсового движения и вертикальной динамики.

Таким образом, целью настоящей работы является разработка математического и программного обеспечения для проведения имитационного моделирования курсового движения и вертикальной динамики легкового автомобиля с учетом моделируемого микропрофиля опорной поверхности – дороги.

### Математическая модель курсового движения и вертикальной динамики автомобиля

В данной постановке задачи для имитационного моделирования автомобиля необходима его математическая модель, содержащая две подсистемы: курсовое движение и вертикальная динамика.

Для разработки математической модели названных подсистем введем следующие независимые (обобщенные) координаты:  $x_c, y_c, z_c$  – перемещения центра масс автомобиля по продольной  $OX$ , поперечной  $OY$  и вертикальной  $OZ$  осям;  $z_1, z_2, z_3, z_4$  – вертикальные перемещения центров масс колес (неподрессоренных масс) по вертикальным осям

© Ясюкович Э. И., 2020



$\varphi$  – угол поворота остова автомобиля вокруг проходящей через его центр масс (точку С) вертикальной оси (курсовой угол),  $\psi$ ,  $\phi$  – угловые перемещения вокруг центральных продольной и поперечной осей поддресоренной массы автомобиля.

Подсистемы курсового движения автомобиля содержат три динамических уравнения движения для координат  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $\varphi$  и четыре уравнения кинематических связей его колес с опорной поверхностью, для координат  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_3$ ,  $\delta_4$  – углов их увода.

Для вывода уравнений математической модели курсового движения автомобиля построим расчетную схему, рисунок 1.

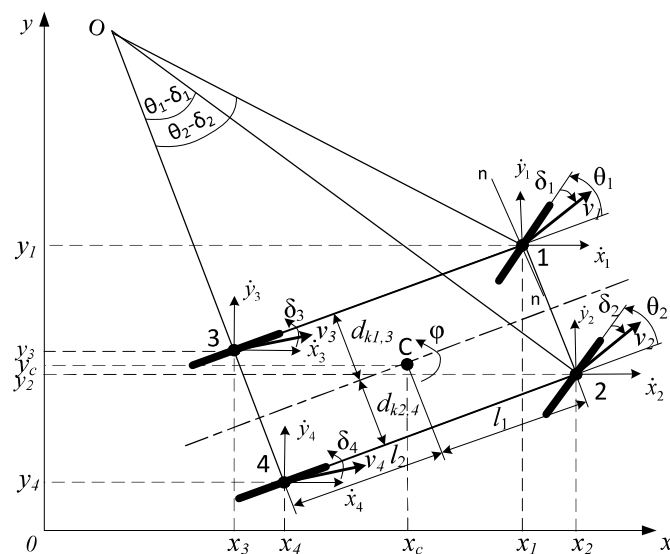


Рис. 1. Расчетная схема курсового движения автомобиля

На рисунке 1 приняты следующие обозначения:  $l_1$ ,  $l_2$  – расстояние от центра масс автомобиля до центров его передней оси и заднего моста;  $d_{k1}$ ,  $d_{k2}$ ,  $d_{k3}$ ,  $d_{k4}$  – половины ширины колеи (передней левой, передней правой, задней левой, задней правой);  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  – углы поворота переднего левого и переднего правого управляемых колес;  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$ ,  $v_4$  – линейные скорости перемещения переднего левого, переднего правого, заднего левого, заднего правого колес;  $\dot{x}_1$ ,  $\dot{y}_1$ ,  $\dot{x}_2$ ,  $\dot{y}_2$ ,  $\dot{x}_3$ ,  $\dot{y}_3$ ,  $\dot{x}_4$ ,  $\dot{y}_4$  – проекции линейных скоростей центров колес автомобиля на продольную и поперечную оси.

Динамические уравнения курсового движения получены на основе математической схемы Лагранжа второго рода и имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_c &= \left\{ -\sum_{i=1}^2 \{Y_i \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=3}^4 \{Y_i \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} \right\} / m; \\ \ddot{y}_c &= \left\{ \sum_{i=1}^2 \{Y_i \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=3}^4 \{Y_i \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} \right\} / m; \\ \ddot{\varphi} &= \left\{ \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \{Y_i [l_1 \cos(\theta_i - \delta_i)] \mp d_i \sin(\theta_i - \delta_i)\} + \right. \\ &\quad \left. + P_{ki} [L_j \sin(\theta_i - \delta_i) \pm d_i \cos(\theta_i - \delta_i)] \right\} / J_z. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Для обеспечения движения автомобиля без бокового проскальзывания и с минимальным износом шин, конструкция системы его управляемого движения должна обеспечи-

вать пересечение нормалей к проекциям средних линий шин каждого колеса на опорной поверхности в одной точке  $O$ , рис. 1. Это условие определяется следующим уравнением:

$$\theta_2 = \arctg \left( \frac{tg\theta_1}{\frac{d_{k1} + d_{k2}}{l_1 + l_2} tg\theta_1 + 1} \right). \quad (1)$$

Моделирование процессов взаимодействия пневматических колес автомобиля с опорной поверхностью выполнялось с использованием теории увода Рокара [1; 2; 3], согласно которой в процессе криволинейного движения на колеса автомобиля действуют боковые реакции дороги  $P_{ki}$ , которые пропорциональны углам увода  $\delta_i$  их шин:

$$P_{ki} = ku_i \delta_i, i = 1, \dots, 4, \quad (2)$$

где  $ku_i$  – коэффициент сопротивления боковому уводу шины  $i$ -го колеса.

То есть, в этом случае колесо начинает движение в направлении, образующем угол  $\delta_i$  с вертикальной плоскостью недеформируемого колеса, который пропорционален величине боковой деформации пневматика и, соответственно, боковой реакции дороги  $P_i$ .

Коэффициенты  $ku_i$  зависят от приложенных к колесам нормальных и тангенциальных сил, давления воздуха в шинах, характеристик дорожной поверхности по условиям сцепления и т. д. [3; 4]. Поэтому при моделировании курсового движения автомобиля на протяжении длительного времени значение коэффициентов  $ku_i$  необходимо уточнять в каждый момент времени в процессе интегрирования уравнений движения.

Для определения углов  $\delta_i$  составим уравнения кинематических связей колес автомобиля с опорной поверхностью. Для этого приравняем к нулю разность проекций поперечной ( $\dot{x}_i$ ) и продольной ( $\dot{y}_i$ ) скоростей центров каждого колеса на нормали  $n - n$  к векторам их линейных скоростей  $v_i$ , рисунок 1. В результате получим систему уравнений (1), описывающую условия отсутствия бокового проскальзывания шин по опорной поверхности:

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_1 \cos(\varphi + \theta - \delta_1) - \dot{x}_1 \sin(\varphi + \theta - \delta_1) &= 0; \\ \dot{y}_2 \cos(\varphi + \theta - \delta_2) - \dot{x}_2 \sin(\varphi + \theta - \delta_2) &= 0; \\ \dot{y}_3 \cos(\varphi + \theta - \delta_3) - \dot{x}_3 \sin(\varphi + \theta - \delta_3) &= 0; \\ \dot{y}_4 \cos(\varphi + \theta - \delta_4) - \dot{x}_4 \sin(\varphi + \theta - \delta_4) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Чтобы найти углы увода  $\delta_i$  выразим координаты  $x_i$  и  $y_i$  через независимые координаты  $x_c, y_c, \varphi$  и от полученных выражений возьмем производные по времени и подставим их в систему уравнений (1). Из полученных выражений выразим искомые углы увода:

$$\left. \begin{aligned} \delta_i &= \varphi + \theta_i - \arctg \left( \frac{\dot{y}_c + \dot{\varphi} l_1 \cos\varphi + \dot{\varphi} d_i \sin\varphi}{\dot{x}_c - \dot{\varphi} l_1 \sin\varphi + \dot{\varphi} d_i \cos\varphi} \right), i = 1, 2 \\ \delta_i &= \varphi - \arctg \left( \frac{\dot{y}_c - \dot{\varphi} l_1 \cos\varphi + \dot{\varphi} d_i \sin\varphi}{\dot{x}_c + \dot{\varphi} l_1 \sin\varphi + \dot{\varphi} d_i \cos\varphi} \right), i = 3, 4; \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Динамические уравнения курсового движения автомобиля получены на основе математической схемы Лагранжа второго рода [1; 5]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{r}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial r_i} = Q_i - \frac{\partial \Pi}{\partial r_i} - \frac{\partial D}{\partial \dot{r}_i}, i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где  $T, \Pi, D$  – соответственно, кинетическая, потенциальная энергии и диссипативная функция моделируемой системы;  $r_i, Q_i$  – обобщенные координаты и обобщенные силы;  $n$  – количество обобщенных координат.



Полная модель курсового движения автомобиля, содержащая три обыкновенных дифференциальных уравнения второго порядка для координат  $x_c$ ,  $y_c$ ,  $\varphi$  и четыре уравнения кинематических связей, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_c &= \left\{ - \sum_{i=1}^2 \{Y_i \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=3}^4 \{Y_i \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} \right\} / m; \\ \ddot{y}_c &= \left\{ \sum_{i=1}^2 \{Y_i \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=3}^4 \{Y_i \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} \right\} / m; \\ \ddot{\varphi} &= \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \{Y_i [l_1 \cos(\theta_i - \delta_i)] \mp d_i \sin(\theta_i - \delta_i)\} + \\ &\quad + P_{ki} [L_j \sin(\theta_i - \delta_i) \pm d_i \cos(\theta_i - \delta_i)] / J_z; \\ \delta_i &= \varphi + \theta_i - \arctg \left( \frac{\dot{y}_c + \phi l_1 \cos \varphi \mp \phi d_i \sin \varphi}{\dot{x}_c - \phi l_1 \sin \varphi \mp \phi d_i \cos \varphi} \right), i = 1, 2; \\ \delta_i &= \varphi - \arctg \left( \frac{\dot{y}_c - \phi l_1 \cos \varphi \mp \phi d_i \sin \varphi}{\dot{x}_c + \phi l_1 \sin \varphi \mp \phi d_i \cos \varphi} \right), i = 3, 4. \end{aligned} \right\} (6)$$

Подсистема вертикальной динамики автомобиля также построена по схеме Лагранжа второго рода и содержит семь обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка для координат  $z_c$ ,  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$ ,  $z_4$ ,  $\psi$ ,  $\phi$ . Для вывода названных уравнений использовалась расчетная схема, представленная на рисунке 2.

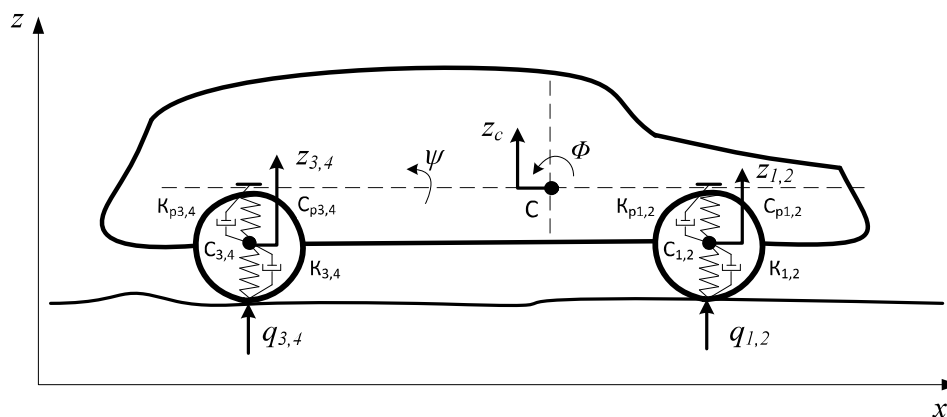


Рис. 2. Расчетная схема вертикальной динамики автомобиля

На рисунке 2 приняты следующие обозначения:  $q_1, q_2, q_3, q_4$  – случайные вертикальные воздействия микропрофиля дороги на колеса автомобиля,  $c_{p1}, c_{p2}, c_{p3}, c_{p4}$  – жесткости передней левой, передней правой, задней левой и задней правой элементов подвески;  $k_{p1}, k_{p2}, k_{p3}, k_{p4}$  – коэффициенты демпфирования передней левой, передней правой, задней левой и задней правой элементов подвески;  $c_1, c_2, c_3, c_4$  – жесткости передней

левой, передней правой, задней левой и задней правой шин;  $k_1, k_2, k_3, k_4$  – коэффициенты демпфирования передней левой, передней правой, задней левой и задней правой шин.

Полная математическая модель, содержащая уравнения курсового движения и вертикальной динамики автомобиля, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_c &= \left\{ - \sum_{i=1}^2 \{Y_i \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} - \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{i=3}^4 \{Y_i \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} \right\} / m; \\
 \ddot{y}_c &= \left\{ \sum_{i=1}^2 \{Y_i \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=3}^4 \{Y_i \cos(\varphi + \theta_i - \delta_i) + P_{ki} \sin(\varphi + \theta_i - \delta_i)\} \right\} / m; \\
 \ddot{\varphi} &= \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 \{Y_i [l_1 \cos(\theta_i - \delta_i)] \mp d_i \sin(\theta_i - \delta_i)\} + \\
 &\quad + P_{ki} [L_j \sin(\theta_i - \delta_i) \pm d_i \cos(\theta_i - \delta_i)] / J_z \\
 \ddot{z}_c &= \sum_{i=1}^4 \frac{P_{pi}}{m}; \quad \ddot{z}_i = \frac{P_i - P_{pi}}{m_i}, i = 1 \dots 4; \\
 \ddot{\psi} &= \frac{[\sum_{i=1}^4 \mp p_i d_i - F_c h_c]}{J_x}; \quad \Phi = \sum_{i=1}^4 \frac{P_{i1} l_i + P_{i2} l_2}{J_y}; \\
 \delta_i &= \varphi + \theta_i - \arctg \left( \frac{\dot{y}_c + \dot{\varphi} l_1 \cos \varphi \mp \dot{\varphi} d_i \sin \varphi}{\dot{x}_c - \dot{\varphi} l_1 \sin \varphi \mp \dot{\varphi} d_i \cos \varphi} \right), i = 1, 2; \\
 \delta_i &= \varphi - \arctg \left( \frac{\dot{y}_c - \dot{\varphi} l_1 \cos \varphi \mp \dot{\varphi} d_i \sin \varphi}{\dot{x}_c + \dot{\varphi} l_1 \sin \varphi \mp \dot{\varphi} d_i \cos \varphi} \right), i = 3, 4.
 \end{aligned} \quad (7)$$

#### Расчетные исследования курсового движения автомобиля

Для расчетных исследований была разработана специальная технология управления курсовым движением автомобиля, построенная на основе таблицы 1 [6]. В первой строке этой таблицы задавались моменты времени  $t$ , в которые на переднее левое колесо автомобиля подавались управляющие воздействия водителя в виде скорости  $\dot{\theta}_1$  изменения его угла, задаваемой во второй строке этой же таблицы.

Таблица 1 – Закон изменения скорости угла поворота левого управляемого колеса автомобиля

$t$	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	...	
$\dot{\theta}_1$	$\dot{\theta}_{11}$	$\dot{\theta}_{12}$	$\dot{\theta}_{13}$	$\dot{\theta}_{14}$	...	

В процессе интегрирования уравнений курсового движения по скорости  $\dot{\theta}_1$  определялся угол  $\theta_1$  поворота левого управляемого колеса, а по нему – правого  $\theta_2$  в соответствии с кинематикой поворота автомобиля, заданной уравнением (1).

При моделировании вертикальной динамики автомобиля задавались вертикальные воздействия неровностей микропрофиля опорной поверхности (дороги) на его колеса.

Микропрофиль дороги, соответствующий экспоненциально-косинусной корреляционной функции вида

$$R(t) = \sigma^2 e^{-\alpha|t|} \cos(\beta t), \quad (8)$$

моделировался по уравнению [9]

$$q[n] = a_0 x_N[n] + a_1 q[n-1] + b_1 q[n-1] + b_2 q[n-2], n = 0, 1, 2, \dots, \quad (9)$$

где  $\sigma$  – среднее квадратичное отклонение неровности дороги;

$\alpha, \beta$  – коэффициенты корреляционной связи;

$q[n]$  –  $n$ -я координата неровности микропрофиля дороги;

$a_0 = \sigma b_0$ ;

$x_N(n)$  – псевдослучайное число с нормальным законом распределения;

$a_1 = \sigma/b_0$ ;

$b_0 = [(c_1 + (c_1^2 - 4c_0^2))^{0.5}]^{0.5}$ ;

$b_1 = 2e^{-\alpha h} \cos(\beta h)$ ;

$b_2 = e^{-2\alpha h}$ ;

$c_0 = e^{-\alpha h} (e^{-2\alpha h} - 1) \cos(\beta h)$ ;

$c_1 = 1 - e^{-4\alpha h}$ .

$h$  – шаг по времени интегрирования дифференциальных уравнений движения.

С помощью специально разработанной программы по уравнению (9) был заранее смоделирован микропрофиль дороги и сохранен в виде файла.

В процессе интегрирования уравнений движения, ординаты  $q_i$  неровностей микропрофиля считывались из файла микропрофиля и аппроксимировались в соответствии с реальной скоростью движения.

#### Алгоритм задачи

Алгоритм решения задачи сводится к численному интегрированию уравнений движения (7) и предусматривает ввод исходных данных и начальных условий интегрирования; считывание и привязку к реальным условиям движения ординат микропрофиля дороги и их скоростей; считывание параметров управления курсовым движением автомобиля в виде заданного закона изменения скорости угла поворота левого управляемого колеса автомобиля; численное интегрирование уравнений математической модели и формирование файла результатов моделирования; формирование и вывод функциональных зависимостей изменения во времени параметров движения автомобиля.

Для численного интегрирования уравнений движения использовался метод Булирша-Штера рациональной экстраполяции с переменным шагом [7].

#### Исходные данные и результаты имитационного моделирования управляемого движения автомобиля

В качестве исходных данных задачи использовались массо-геометрические и упруго-диссипативные параметры автомобиля, скорость движения, параметры неровностей дороги, закон изменения скорости угла поворота переднего левого колеса.

Пример задания закона скорости изменения угла поворота переднего левого управляемого колеса для совершения маневра “поворот влево” представлен в таблице 2.



Таблица 2 – Закон изменения скорости угла поворота левого управляемого колеса автомобиля для совершения маневра “поворот влево”

	1	2	3	4			
t	1	1,5	2	200			
$\dot{\theta}_1$	0	0,15	-0,15	0			

В данной таблице указывается, что движение автомобиля в интервале времени  $t$  от нуля до одной секунды скорость угла поворота левого управляемого колеса  $\dot{\theta}_1$  равна нулю – прямолинейное движение; в интервале от одной до полторы секунды  $\dot{\theta}_1$  равна 0,15 рад/с; в интервале от полторы до двух секунд  $\dot{\theta}_1$  равна -0,15 рад/с, то есть управляемые колеса возвращаются в исходное положение.

Расчетные эксперименты проводились на интервале времени от нуля до 200 и более секунд по дорогам с различными параметрами микропрофиля.

Каждая строка файла результатов моделирования содержит следующие значения: момент времени, значения обобщенных координат модели и скоростей их изменения, значения углов увода управляемых колес, ординаты неровностей микропрофиля дороги и их скорости, боковые реакции дороги на колеса автомобиля.

На рисунке 3 приведен один из вариантов имитационного моделирования курсового движения автомобиля по круговой траектории с малым углом поворота управляемых колес.

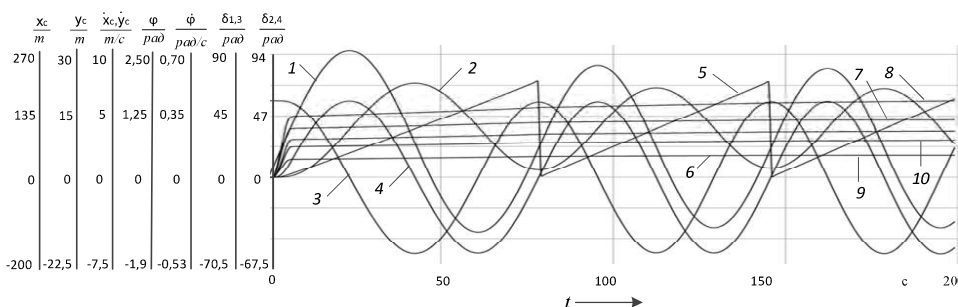


Рис. 3. Результаты имитационного моделирования движения автомобиля по круговой траектории со скоростью 72 км/ч: 1, 2 – перемещение центра масс по осям OX и OY; 3, 4 – скорости перемещения центра масс по продольной и поперечной осям; 5, 6 – курсовой угол и скорость его изменения; 7, 8, 9, 10 – углы увода шин левого, правого передних и левого, правого задних колес

На рисунке 3 значения по осям  $d_{1,2}$  и  $d_{2,4}$  умножены на  $10^5$ , а по оси  $\dot{\varphi}$  – на  $10^2$ .

За 200 секунд движения автомобиль совершил три неполных оборота с большим радиусом траектории движения. При завершении каждого оборота, то есть при достижении курсовым углом  $\varphi$  значения  $2\pi$ , линия 5 на рисунке 1 обнуляется. Углы увода  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$  шин колес автомобиля после входа его в режим движения по кругу с постоянным радиусом, с момента времени 6 секунд, стабилизировались, линии 7, 8, 9 и 10.

На рисунке 4 приведены фазовая траектория движения центра масс автомобиля в координатах XOY, подтверждающая рабо-

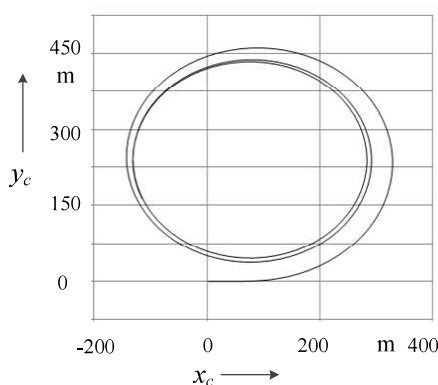


Рис. 4. Фазовая траектория движения центра масс автомобиля в координатах XOY на интервале времени 0 ... 200 с



госпособность математической модели и программного обеспечения при имитационном моделировании кругового движения.

Результата моделирования вертикальной динамики автомобиля по дороге с микропрофилем представлены на рисунке 5.

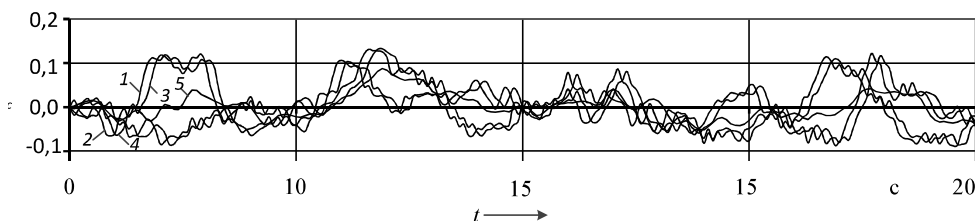


Рис. 5. Результаты моделирования вертикальной динамики автомобиля при движении его по дороге с микропрофилем со скоростью 20 м/с: 1 –  $z_1$ ; 2 –  $z_2$ ; 3 –  $z_3$ ; 4 –  $z_4$ ; 5 –  $z_c$

На рисунке 6 приведен участок микропрофиль дороги длиной 400 метров ( $20 \text{ м/с} * 20 \text{ с} = 400 \text{ м}$ ), используемый при моделировании вертикальной динамики автомобиля при движении со скоростью 20 м/с.

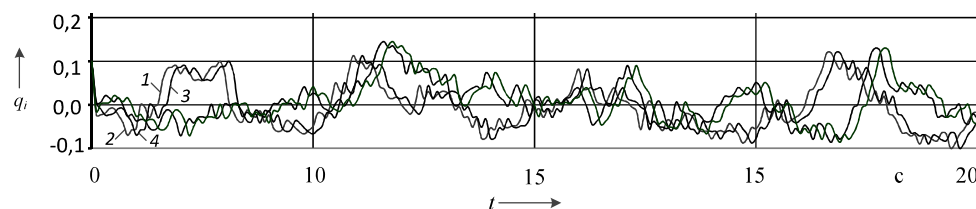


Рис. 6. Участок микропрофиля дороги длиной 400 метров: 1 –  $q_1$ ; 2 –  $q_2$ ; 3 –  $q_3$ ; 4 –  $q_4$

Приведенные на рисунках 3...6 результаты моделирования подтверждают работоспособность разработанных математической модели и программного обеспечения, которое позволяет моделировать курсовое движение четырехосной колесной машины по различным траекториям и категориям дорог.

### Заключение

По результатам проведенных расчетных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Разработана математическая модель курсового движения и вертикальной динамики легкового автомобиля с передними управляемыми колесами по дорогам с моделируемым микропрофилем, позволяющая оценить влияние ее массогеометрических параметров и упруго-диссипативных характеристик на характер движение, на курсовую устойчивость и управляемость.

2. Приведенные на рисунках 3 ... 6 результаты имитационного моделирования подтверждают работоспособность разработанных математической модели и программного обеспечения.

### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Левин, М. А.* Теория качения деформируемого колеса / М. А. Левин, Н. А. Фуфаев. – М. : Наука, 1989. – 269 с.
2. *Литвинов, А. С.* Управляемость и устойчивость автомобиля / А. С. Литвинов. – М. : Машиностроение, 1971. – 416 с. : ил.
3. *Рокар, И.* Неустойчивость в механике. Автомобили. Самолеты. Висячие мосты / И. Рокар. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1959. – 288 с.



4. Динамика колесных машин : монография / И. С. Сазонов [и др.]. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2006. – 462 с. : ил.
5. **Вонг, Дж.** Теория наземных транспортных средств : пер. с англ. / Дж. Вонг. – М. : Машиностроение, 1982. – 284 с. : ил.
6. **Ясюкович, Э. И.** Разработка методики виртуальных испытаний курсовой устойчивости трехосных автомобилей / Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2010. – № 2. – С. 59–69.
7. <https://allbest.ru/otherreferats/mathematics/c00368957.html>

Поступила в редакцию 29.05.2019 г.

Контакты: +375 33 694 02 07 (Ясюкович Эдвард Игнатъевич)

**Yasiukevich E. SIMULATION OF HEADING MOTION AND VERTICAL DYNAMICS OF PASSENGER CAR.**

*The article highlights the developed method of simulation of heading motion and vertical dynamics of a car with front wheel drive on the support surface with a microprofile. The calculated dynamic schemes, mathematical models and software are provided. Some results of the computational studies are discussed.*

**Keywords:** passenger car, heading movement, vertical dynamics, support surface microprofile, steered wheels, mathematical model, trajectory, software, simulation.

