

УДК 519.85

НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В ТЕОРИИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ

А. М. БУТОМА

Белорусско-Российский университет
Могилев, Беларусь

Задачи теории ценообразования достаточно разнообразны. И решение их базируется на различных методах математического программирования, численного анализа и статистического моделирования.

Рассмотрим одну из таких задач: пусть имеется n химических предприятий, выпускающих азотные удобрения m различных видов, отличающихся друг от друга процентным содержанием p чистого вещества в готовом удобрении. Известны также объемы производства удобрения каждого вида, затраты на производство удобрений на каждом предприятии в отдельности и общие затраты на производство в целом.

Требуется определить себестоимость производства различных видов азотных удобрений с учетом следующих условий:

- суммарные расчетные затраты на производство указанной продукции в целом по всем предприятиям должны быть равны суммарным фактическим затратам;
- расчетные затраты для каждого предприятия в отдельности должны быть максимально приближены к фактическим.

Основой нахождения оптимального решения задачи служит классический метод решения задач математического программирования – метод множителей Лагранжа.

Для решения указанной задачи сформулируем следующее положение: себестоимость производства 1 т азотного удобрения является линейной функцией процентного содержания в нем чистого вещества и одинакова для всех химических предприятий, то есть

$$\varphi(p) = x_1 + x_2 \cdot p. \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

a_{ij} – объем производства азотного удобрения i -го вида на j -м предприятии ($i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$);

c_j – фактические затраты на производство всех видов удобрений на j -м предприятии ($j = \overline{1, n}$).

Себестоимость производства 1 т i -го вида азотного удобрения в соответствии с формулой (1) равна:



$$\varphi(p_i) = x_1 + x_2 \cdot p_i \quad (i = \overline{1, m}).$$

Таким образом, необходимо найти неизвестные коэффициенты x_1 и x_2 функций $\varphi(p_i)$ ($i = \overline{1, m}$).

Математическая модель данной задачи имеет вид:

$$\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m \varphi(p_i) a_{ij} - c_j \right)^2 \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \varphi(p_i) a_{ij} = \sum_{j=1}^n c_j,$$

или иначе:

$$\sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m (x_1 + x_2 \cdot p_i) a_{ij} - c_j \right)^2 \rightarrow \min, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m (x_1 + x_2 \cdot p_i) a_{ij} = \sum_{j=1}^n c_j, \quad (3)$$

причем $x_2 > 0$ – условие допустимости решения указанной задачи.

Составим функцию Лагранжа, используя целевую функцию (2) и уравнение связи (3):

$$L(x_1, x_2, \lambda) = \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m (x_1 + x_2 p_i) a_{ij} - c_j \right)^2 + \lambda \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m (x_1 + x_2 p_i) a_{ij} - c_j \right).$$

Вычисляя частные производные функции Лагранжа по переменным x_1, x_2 и вспомогательному множителю λ , получим систему вида:

$$\begin{cases} \frac{dL}{dx_1} = 0; \\ \frac{dL}{dx_2} = 0; \\ \frac{dL}{d\lambda} = 0. \end{cases}$$

В развернутом виде для данной задачи имеем систему трех линейных уравнений, решая которую, определим значения переменных x_1, x_2 и вспомогательного множителя λ :

$$\begin{cases} 2 \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m a_{ij} \right)^2 x_1 + 2 \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m (p_i a_{ij}) \sum_{i=1}^m a_{ij} \right) x_2 = 2 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m a_{ij} c_j - \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \right) \lambda; \\ 2 \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m (p_i a_{ij}) \sum_{i=1}^m a_{ij} \right) x_1 + 2 \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^m p_i a_{ij} \right)^2 x_2 = 2 \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m p_i a_{ij} c_j - \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i a_{ij} \right) \lambda; \\ \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} \right) x_1 + \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_i a_{ij} \right) x_2 = \sum_{j=1}^n c_j. \end{cases}$$

Рассмотренный метод дает возможность определить фактическую экономическую выгоду производства каждого вида продукции на основе ее реальной себестоимости и действующих цен.