

УДК 004.94
ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОБЛЕМЫ $P=NP$? В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Д. С. ИГНАТОВА, П. А. ПОНТАПЛЕВ

Научный руководитель А. И. ЯКИМОВ, канд. техн. наук, доц.
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»

В теории алгоритмов задача называется полиномиальной, т. е. относится к классу P (задачи с полиномиальной сложностью), если существует алгоритм, решающий задачу с трудоемкостью $O(n^k)$. Задача относится к классу NP (полиномиально проверяемые задачи), если ее решение некоторым алгоритмом может быть быстро (полиномиально) проверено. Основная проблема теории сложности алгоритмов: $P=NP$?, т. е. можно ли все задачи, решение которых проверяется с полиномиальной сложностью, решить за полиномиальное время?

Для практического исследования такой проблемы в учебном процессе предлагается задача о ферзях. Суть ее в том, чтобы расположить n ферзей на шахматной доске $n \times n$ так, чтобы они не атаковали друг друга. Самый простой путь поиска решения – использование алгоритма перебора. Предложен алгоритм, использующий откат назад для определения дополнительных исходов. Перебор начинается с ферзя, который ставится в одну из клеток первой строки матрицы $n \times n$. Вычеркиваются диагональ и столбец (строка также вычеркнута). Последовательно расставляются ферзи с вычеркиванием соответствующих клеток. Если решение не найдено, выполняется откат на один шаг и выбирается другая возможная клетка. Алгоритм работает за практически приемлемое время около 5 мин для $n=14$.

При исследовании алгоритма, относящегося к классу NP , отмечены следующие закономерности: при нечетном n наблюдается сходство шахматной доски с картой Карно, т. е. при движении конем при непрерывном переходе на другую сторону образуется цепь, являющаяся одним из решений задачи; при четном n искомая цепь прерывается и для поиска решения доску разбивают на две половины, в пределах которых цепи непрерывны, а переход на следующую половину выполняется со смещением на одну клетку.

Таким образом, можно найти подмножество решений для любого n полиномиальным алгоритмом. Однако при возрастании n подмножество решений сокращается, например при $n=5$ находятся 100 % решений, при $n=8$ определяются только 33 % решений.

Основным методом поиска решения поставленной задачи является алгоритм перебора, для сокращения которого требуются дополнительные математические исследования.