

Д. С. ИГНАТОВА, А. В. ШИКУНОВ  
Научные руководители И. А. КОРНЕЕВА;  
П. Я. ЧУДАКОВСКИЙ, канд. физ.-мат. наук  
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»

В последнее время в оптической метрологии широко используют метод оптической дифрактометрии [1, 2]. Техника оптической дифрактометрии основана на анализе Френелевской дифракции света на фазовой ступеньке. В роли фазовой ступеньки могут выступать оптические пленки, объекты, помещенные в жидкость (кристаллики сахара в воде), биологические объекты (эритроциты, клетки), различные дефектные включения в физических телах (воздушные поры в стеклах) и т. д. Френелевская дифрактометрия успешно применена для определения показателя преломления жидкостей и оптических волокон, для исследования диффузионных процессов и процесса изменения температуры (градиента температур) на границе раздела жидкость–жидкость, для измерения толщин пленок и наноразмерных смещений [1].

Цель настоящего исследования состояла в решении прямой задачи дифрактометрии, а именно в компьютерной визуализации Френелевской дифракции света на двумерных прозрачных фазовых ступеньках.

Рассмотрим следующую дифракционную задачу. Пусть имеется 2D-фазовая ступенька с показателем преломления  $n$  некоторой толщины  $h$  со сторонами  $a$  и  $b$ , на которую нормально падает (угол падения  $\beta = 0^\circ$ ) плоская монохроматическая волна с длиной волны  $\lambda$ . Тогда дифракция света на ступеньке будет описываться интегралом Френеля-Кирхгофа [3]

$$\psi(x, y) = -\frac{i}{\lambda z} \iint \psi_0(\xi, \eta) e^{ikr} d\xi d\eta \quad (1)$$

В интеграле (1)  $r \cong z - \frac{(x-\xi)^2}{2z} + \frac{(y-\eta)^2}{2z}$  – расстояние от точки  $P(\xi, \eta)$  на фазовой ступеньке до точки  $Q(x, y)$  на экране,  $z \gg x, y$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ . Вне фазовой ступеньки  $\psi_0(\xi, \eta) = A$ , а внутри ступеньки  $\psi_0(\xi, \eta) = Ae^{i\phi}$ , где  $A$  – амплитуда волны;  $\phi$  – фазовая константа, равная  $kh(\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \beta} - n_0 \cos \beta)$ ;  $n_0$  – показатель преломления внешней среды.

После замены переменных с использованием интегралов специального вида, из формулы (1) удастся найти аналитическое выражение для интенсивности света  $I(x, y)$ :



$$I(x, y) = A^2 \left[ 1 + C_0 \hat{S} + S_0 \hat{C} + (C_0 \hat{C} - S_0 \hat{S}) \sin \phi + (C_0 \hat{S} + S_0 \hat{C}) \cos \phi + (C_0^2 + S_0^2)(\hat{C}^2 - \hat{S}^2) \sin^2 \frac{\phi}{2} \right], \quad (2)$$

где  $C_0 = C_0^+ - C_0^-$ ,  $S_0 = S_0^+ - S_0^-$ ,  $\hat{C} = \hat{C}^+ - \hat{C}^-$ ,  $\hat{S} = \hat{S}^+ - \hat{S}^-$ ,  $C_0^\pm = C_0(\pm \vartheta_0)$ ,  $\hat{C}^\pm = C^S(\pm \vartheta_0^S)$  – косинус-Френелевские интегралы;  $S_0^\pm = S_0(\pm \vartheta_0)$ ,  $\hat{S}^\pm = S^S(\pm \vartheta_0^S)$  – синус-Френелевские интегралы, а  $\pm \vartheta_0 = \sqrt{\frac{2}{\lambda z}}(x \mp a/2)$ ,  $\pm \vartheta_0^S = \sqrt{\frac{2}{\lambda z}}(y \mp b/2)$ .  
 Формула (2) используется для компьютерной визуализации дифракционных картин. Результаты моделирования представлены на рис. 1 для 2D-фазовой ступеньки толщиной  $h = \frac{\lambda}{4}$  ( $\lambda = 0,6328$  мкм) со сторонами  $a = b = 5$  мм и показателем преломления  $n = 1,33$ . Предполагается, что ступенька окружена воздухом. Визуализация осуществлялась с помощью компьютерной программы «2D Fresnel Diffraction», разработанной нами средствами C#.

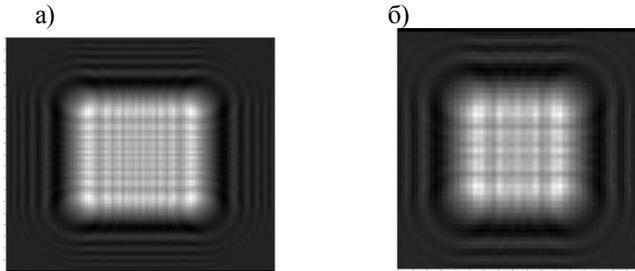


Рис. 1. Дифракционная картина на виртуальном экране, расположенном на расстоянии 1 м от ступеньки (а) и на расстоянии 2 м (б). Число точек на виртуальном экране –  $(335 \times 335)$ , размер дифракционной картины –  $10 \times 10$  мм<sup>2</sup>

В случае 2D-фазовой ступеньки, обладающей круговой симметрией, интеграл (1) записывают в цилиндрической системе координат, для которой  $\xi = \rho \cos \theta$ ,  $\eta = \rho \sin \theta$ ,  $x = R \cos \gamma$ ,  $y = R \sin \gamma$ :

$$\psi(R, \gamma) = -\frac{iAe^{ikz} \left(z + \frac{R^2}{2z}\right)}{2} \int_0^{2\pi} d\theta \left( e^{i\phi} \int_0^a e^{ik \left[ \frac{\rho^2}{2z} - \frac{R\rho \cos(\theta-\gamma)}{z} \right]} \rho d\rho + \int_0^b e^{ik \left[ \frac{\rho^2}{2z} - \frac{R\rho \cos(\theta-\gamma)}{z} \right]} \rho d\rho \right). \quad (3)$$

Интеграл типа (3) определяется через функции Ломмеля, содержащие функции Бесселя 1-го рода n-го порядка. Численное решение комплексного интеграла (3) удастся найти с помощью математических средств «MathCad 13», которые вызывает программа «2D Fresnel Diffraction» и осуществляет контрольный счет. Результат расчета представлен на рис. 2 для круговой ступеньки.



пенки радиуса 2 мм (как и ранее  $h = \lambda/4$ ,  $n = 1,33$ ). На рис. 2, а интенсивность представлена в произвольных единицах измерения.

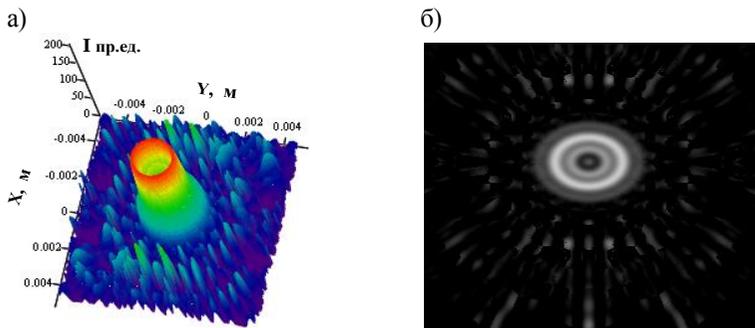


Рис. 2. Трехмерное распределение интенсивности в дифракционной картине, наблюдаемой от 2D фазовой ступеньки круговой симметрии (а) и дифракционная картина на виртуальном экране (б). Число точек на виртуальном экране –  $(300 \times 300)$ , размер дифракционной картины –  $10 \times 10 \text{ мм}^2$ . Виртуальный экран расположен на расстоянии 3 м от ступеньки

Для сравнения на рис. 3 представлены цифровые фотографии, результата дифракции лазерного излучения с длиной волны  $\lambda = 0,6328 \text{ мкм}$  на мыльных пленках, нанесенных на поверхность стекла.

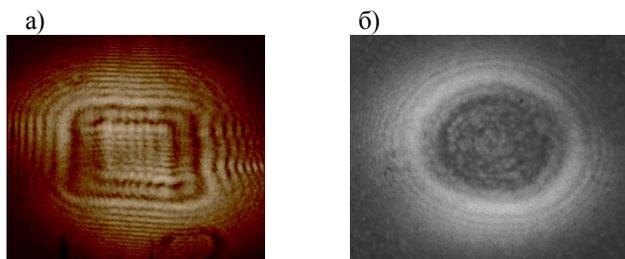


Рис. 3. Экспериментальные дифракционные картины для 2D фазовых ступенек: а – для ступеньки квадратного типа размером  $3 \times 3 \text{ мм}^2$ ; б – для круговой ступеньки (диаметр не более 3 мм)

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Hassani, K.** Application of white light Fresnel diffractometry to films thickness measurement / K. Hassani // Applied Optics. – 2016. – Vol.55. – № 7. – P.1803-1807.
2. Optical diffractometry / M.Tavassoly [et al] // J.Opt.Soc.Am. – 2009. – Vol.26. – № 3. – P. 540–547.
3. The New Physical Optics Notebook: Tutorials in Fourier Optics / G. O. Reynolds [et al]. – SPIE Optical Engineering Press, 1998. – p. 572.