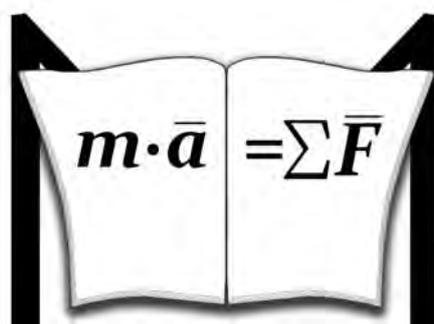


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Механика»

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

*Методические рекомендации к самостоятельной работе
для студентов специальности
1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство»
заочной формы обучения*



Могилев 2020

УДК 539.3/6
ББК 30.121
С64

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Механика» «30» января 2020 г., протокол № 7

Составитель канд. техн. наук, доц. И. А. Леонович

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. П. Прудников

Методические рекомендации составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины «Сопrotивление материалов» для студентов специальности 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство». Содержат теоретический и практический материал для проведения аудиторной контрольной работы студентами заочной формы обучения.

Учебно-методическое издание

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Ответственный за выпуск	П. Н. Громыко
Корректор	Т. А. Рыжикова
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 46 экз. Заказ № .

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2020



Содержание

Введение.....	4
1 Теория изгиба прямого бруса.....	5
1.1 Основные понятия.....	5
1.2 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов	7
1.3 Расчеты на прочность по нормальным напряжениям	9
2 Варианты заданий к аудиторной контрольной работе.....	18
Список литературы.....	19



Введение

Студенты специальности 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» по заочной форме обучения изучают дисциплину «Соппротивление материалов» на протяжении 4-го семестра (2-й полный курс) и 5-го семестра (3-й сокращенный курс).

Цель преподавания дисциплины – сформировать у студентов основные знания и умения по расчету типового элемента строительных конструкций (бруса) на прочность, жесткость и устойчивость, по выбору конструкционных материалов и форм поперечных сечений, обеспечивающих требуемые показатели надежности, безопасности и экономичности сооружений.

Полученные знания и умения будут использованы при изучении курсов строительной механики, оснований и фундаментов, механики грунтов, металлических и железобетонных конструкций.

Методические рекомендации разработаны в соответствии с Положением об аудиторной контрольной работе и компьютерном тестировании, обучающихся по заочной (дистанционной) форме.

Аудиторная контрольная работа (далее – АКР) является формой промежуточного контроля результатов межсессионной самостоятельной работы студентов заочной формы обучения, одним из элементов стимулирования подготовки к экзамену.

АКР организуется и проводится в период лабораторно-экзаменационной сессии в соответствии с расписанием, после проведения лекционных, практических и лабораторных занятий по дисциплине «Соппротивление материалов».

Студенты специальности «Промышленное и гражданское строительство» выполняют одну АКР в письменной форме: «*Расчет балки на изгиб*».

Общая продолжительность АКР для учебной группы составляет 2 академических часа.

АКР выполняется на бланках установленного образца. Перед решением задачи записываются исходные данные. Выбор исходных данных осуществляется по трем последним цифрам номера зачетной книжки. Решение сопровождается краткими пояснениями. Чертежи и схемы выполняются в удобном масштабе, карандашом, с использованием чертежного инструмента.

К выполнению АКР допускаются студенты заочной формы обучения, имеющие при себе зачетную книжку, удостоверение личности (паспорт либо вид на жительство, удостоверение беженца).

Перед АКР студентам предлагается изучить материал темы по конспекту лекций и рекомендуемой литературе [1–10], разобрать решение приведенных типовых примеров.



1 Теория изгиба прямого бруса

1.1 Основные понятия

Изгибом называют такой вид деформации, при котором продольная ось бруса искривляется, а поперечные сечения взаимно поворачиваются.

Продольная ось – это линия, соединяющая центры тяжести поперечных сечений бруса. Она может быть прямолинейной или криволинейной.

Поперечное сечение получается в результате рассечения бруса плоскостью, перпендикулярной его оси. Различают брусья постоянного и переменного поперечного сечения.

Для того чтобы получился изгиб, внешние нагрузки (силы и моменты) должны действовать перпендикулярно к оси бруса. Плоскость, в которой действуют нагрузки, называется *силовой плоскостью*.

На практике чаще всего используются прямые брусья постоянного поперечного сечения, имеющие одну или две плоскости симметрии. Эти плоскости являются *главными центральными плоскостями инерции*.

Если силовая плоскость совпадает с главной плоскостью инерции бруса, то такой изгиб называют *прямым* (рисунок 1, а). Если силовая плоскость не совпадает с главной плоскостью инерции бруса (рисунок 1, б) или нагрузки лежат в разных плоскостях, то такой изгиб называют *косым*.

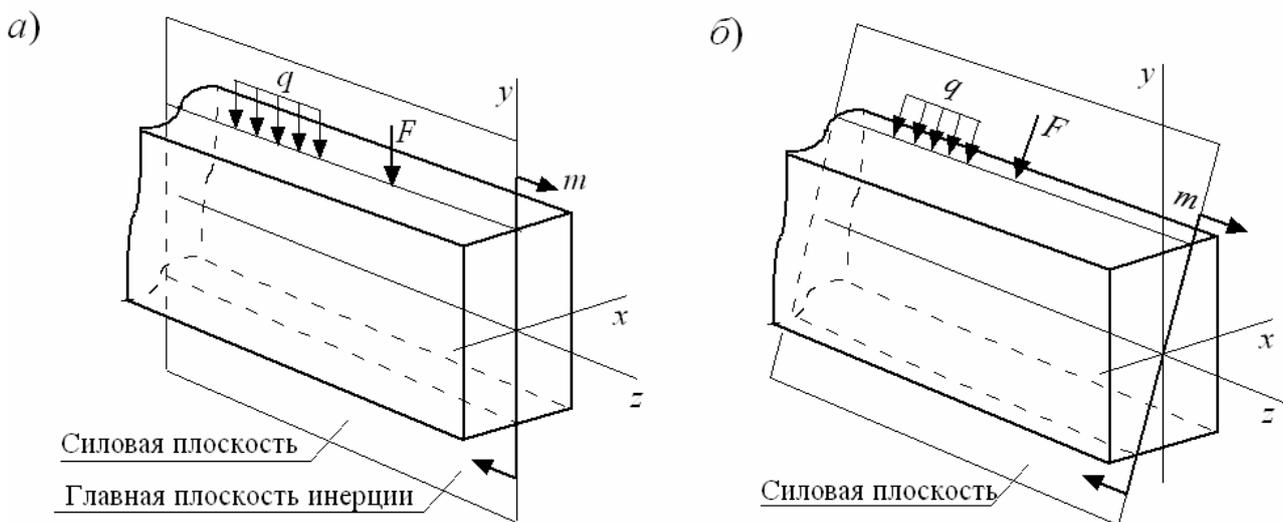


Рисунок 1 – Виды изгибов

В ответ на внешнее воздействие в материале бруса возникают внутренние усилия или *внутренние силовые факторы*: поперечные силы $Q_x(Q_y)$ и изгибающие моменты $M_x(M_y)$.

Если в поперечных сечениях бруса действует только изгибающий момент, то такой изгиб называется *чистым*. Если в поперечных сечениях возникают изгибающий момент M и поперечная сила Q , то такой момент называется *поперечным*.

В аудиторной контрольной работе будет рассматриваться прямой попереч-

ный изгиб прямолинейного бруса постоянного поперечного сечения.

Брусья, работающие на изгиб, называют *балками*. Опоры соединяют балку с основанием. Возникающие в опорах реакции уравнивают систему внешних сил и моментов, благодаря чему балка находится в статическом равновесии. На рисунке 2 показаны три основных типа опор.



Рисунок 2 – Виды опорных закреплений

Шарнирно-подвижная опора (см. рисунок 2, а) препятствует перемещению закрепленного сечения в направлении единственной связи, поэтому на такой опоре возникает только одна реакция R .

Шарнирно-неподвижная опора (см. рисунок 2, б) исключает вертикальное и горизонтальное смещения опорного сечения (две связи), поэтому на такой опоре возникают две реактивные силы: R и H .

Жесткая заделка (защемление) (см. рисунок 2, в) не допускает линейных и угловых перемещений закрепленного сечения. В данной опоре возникают три реакции: вертикальная сила R , горизонтальная сила H и опорный момент M (три связи).

В статически определимых балках величина опорных реакций определяется из уравнений статического равновесия. Для плоской системы сил можно составить три независимых уравнения в разных вариантах, например, для балки с шарнирными опорами A и B

$$\sum Y = 0; \quad \sum M_A = 0; \quad \sum M_B = 0. \quad (1)$$

В статически неопределимых балках количество неизвестных реакций больше трех, поэтому для их решения дополнительно составляются деформационные уравнения.

1.2 Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов

При плоском поперечном изгибе в поперечных сечениях балки возникают два внутренних силовых фактора: изгибающий момент M и поперечная сила Q .

Для их определения применяют *метод сечений*.

По искомому сечению мысленно разрезают балку и рассматривают равновесие одной из ее частей. Для упрощения решения следует рассматривать равновесие части балки с менее сложной нагрузкой с учетом реакций на опорах. Например, на рисунке 3, а показана балка, в которой нужно определить внутренние усилия Q и M в сечении C . Рассмотрим левую и правую отсеченную часть балки.

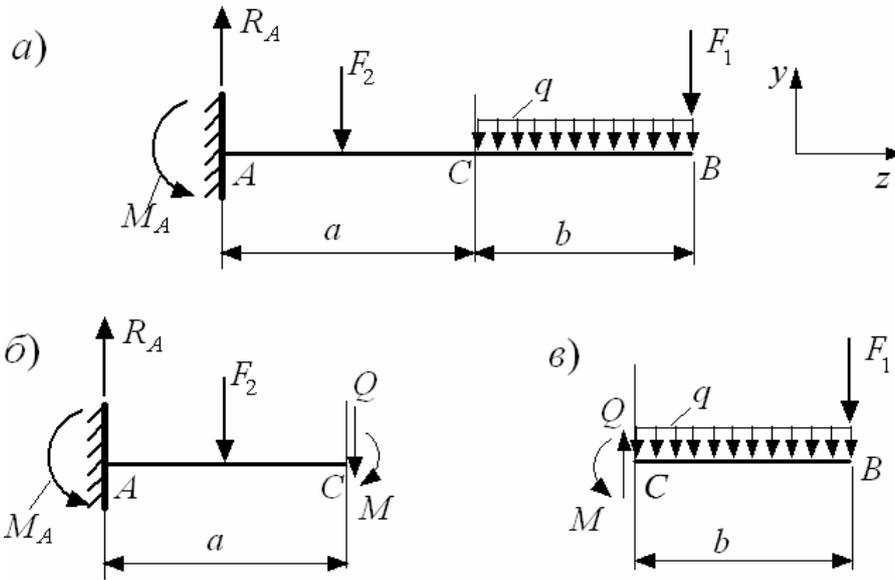


Рисунок 3 – Метод сечений

Левая часть балки (см. рисунок 3, б) сложнее в расчетах, так как предварительно требуется определить реакции на опорах. Поэтому для определения Q и M составляем уравнения статики для правой части балки (см. рисунок 3, в):

$$\sum Y = Q - q \cdot b - F_1 = 0; \quad Q = q \cdot b + F_1;$$

$$\sum M_C = -M + q \cdot b \cdot \frac{b}{2} + F_1 \cdot b = 0; \quad M = q \cdot b \cdot \frac{b}{2} + F_1 \cdot b.$$

Поперечная сила Q численно равна алгебраической сумме проекций внешних сил и реакций, действующих по одну сторону от сечения, на ось, перпендикулярную к продольной оси бруса.

Изгибающий момент M численно равен алгебраической сумме моментов, изгибающих балку по одну сторону от искомого сечения, относительно этого сечения.

Для того чтобы определить опасные сечения на балке строят эпюры внут-

ренных силовых факторов Q и M . *Эюры* – это график, который показывает как меняется та или иная величина вдоль оси бруса.

При построении эюр следует учитывать *правила знаков* (рисунок 4).

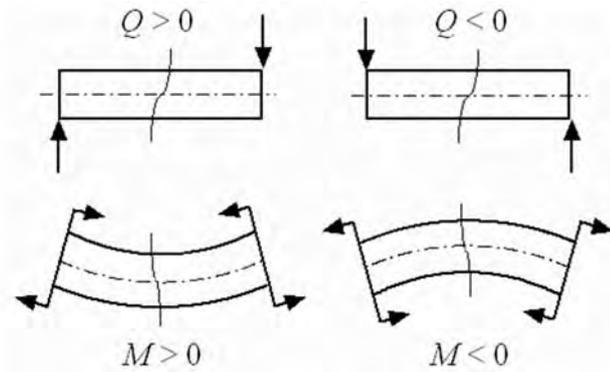


Рисунок 4 – Правило знаков для Q и M

Поперечная сила Q считается положительной, если она поворачивает отсеченный элемент балки по часовой стрелке, и отрицательной – если поворачивает отсеченный элемент балки против часовой стрелки.

Изгибающий момент считается положительным, если он изгибает балку выпуклостью вниз, вызывая растяжение нижних волокон, и отрицательным, если изгибает балку выпуклостью вверх, вызывая растяжение верхних волокон.

Порядок построения эюр

1 Составить расчетную схему с указанием действующих нагрузок; если требуется – определить реакции на опорах.

2 Провести нулевые оси для Q и M параллельно оси бруса.

3 Разбить балку на участки по характерным сечениям, которыми являются места приложения сосредоточенных сил и моментов, начало и конец действия распределенной по длине силы.

4 Указать номера участков и направление отсчета координаты z или обозначить буквами характерные сечения (для расчета по характерным точкам).

5 Применяя метод сечений и соответствующее правило знаков, определить величину Q и M на границах каждого участка (ординаты эюр).

6 Отложить ординаты эюр перпендикулярно нулевой линии в выбранном масштабе.

7 Оформить эюру: соединить все ординаты линиями, замыкая поле эюры, на котором выставить в кружке знаки (плюс или минус), нанести равномерную штриховку перпендикулярно нулевой оси.

8 Определить экстремальные значения для изгибающих моментов, если таковые имеются.

9 Провести проверку правильности построения эюр.

При оформлении эюр следует учитывать, что на эюре Q положительные значения откладываются вверх от нулевой линии, отрицательные значения – вниз. *Эюра изгибающих моментов строится на растянутом волокне, т. е. положительные значения откладываются вниз (см. рисунок 4).*

Характер изменения внутренних усилий в балке связан с дифференциальными зависимостями, которые связывают величины q , Q и M :

$$q = \frac{dQ}{dz}; \quad Q = \frac{dM}{dz}; \quad q = \frac{d^2M}{dz^2}. \quad (2)$$

Из дифференциальных зависимостей вытекают общие выводы о характере эпюр, позволяющие делать проверку правильности их построения.

1 На участке, где отсутствует распределенная нагрузка интенсивностью q , эпюра Q имеет постоянную величину (не меняется), а эпюра M меняется по линейной зависимости. Если эпюра Q на всем участке равна нулю, то эпюра M – постоянна по величине.

2 На участках, нагруженных распределенной нагрузкой постоянной интенсивности q , эпюра Q меняется по линейному закону, эпюра M – по квадратичной параболе. Выпуклость параболы совпадает с направлением распределенной нагрузки, т. е. «собирает» в себя распределенную нагрузку (*правило чашечки*). Если на участке линия эпюры Q пересекает нулевую ось, меняя свой знак, то в точке пересечения на эпюре M будет экстремальное значение. Условие экстремума

$$\frac{dM}{dz} = Q = 0. \quad (3)$$

3 На участках, имеющих положительную Q , при движении слева направо, изгибающий момент M алгебраически возрастает, а имеющих отрицательную Q – алгебраически убывает.

4 В сечении, где приложена сосредоточенная сила, на эпюре Q ордината скачкообразно меняется на величину приложенной силы, а на эпюре M наблюдается перелом линии эпюры.

5 В сечении, где приложен внешний изгибающий момент, на эпюре M ордината скачкообразно меняется на величину приложенного момента, а на эпюре Q никаких возмущений не будет.

1.3 Расчеты на прочность по нормальным напряжениям

При прямом поперечном изгибе в поперечных сечениях балки возникают нормальные σ и касательные τ напряжения. В большинстве случаев основное значение при оценке прочности балки имеют нормальные напряжения.

При расчете на прочность строительных конструкций применяется *метод расчета по предельным состояниям*, согласно которому нормальные напряжения в опасном сечении не должны превышать *расчетного сопротивления R* :

$$\sigma_{\max} \leq R \cdot \gamma_c, \quad (4)$$



где γ_c – коэффициент условий работы (при нормальных условиях работы $\gamma_c = 1$).

Значения R и γ_c для различных материалов приведены в справочной литературе по строительным конструкциям.

Опасное сечение при изгибе балок связано с действием максимального изгибающего момента M_{\max} , который определяется по эпюре M . Условие прочности по нормальным напряжениям в стальных балках постоянного симметричного поперечного сечения имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq R \cdot \gamma_c, \quad (5)$$

где W_x – осевой момент сопротивления поперечного сечения балки.

Из условия прочности (5) возможны виды расчетов балки:

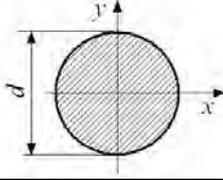
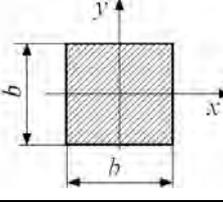
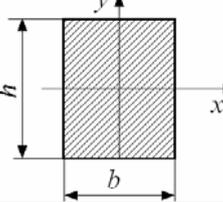
- проверочный;
- проектировочный (подбор сечения);
- определение несущей способности (грузоподъемности).

В аудиторной контрольной работе требуется сделать проектировочный расчет, т. е. определить осевой момент сопротивления W_x :

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{R \cdot \gamma_c}.$$

Выбор размеров поперечных сечений простых геометрических форм (круг, квадрат, прямоугольник) выполняется с использованием данных таблицы 1.

Таблица 1 – Геометрические характеристики плоских сечений

Сечение	Площадь сечения A , м ²	Осевые моменты сопротивления W_x, W_y , м ³
	$\frac{\pi d^2}{4}$	$W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32}$
	b^2	$W_x = W_y = \frac{b^3}{6}$
	bh	$W_x = \frac{bh^2}{6}$ $W_y = \frac{hb^2}{6}$

Выбор размеров сортаментных профилей проката (двутавры, швеллеры, уголки) производится по соответствующим стандартам. В таблице 2 показаны данные ГОСТ 8239–89 *Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент черных металлов. Сортовой и фасонный прокат.*

Таблица 2 – Двутавры стальные горячекатаные

Но- мер дву- тавра	Размер				Площадь попереч- ного сечения, A , см ²	Справочная величина для оси						
	h , мм	b , мм	d , мм	t , мм		$x-x$				$y-y$		
						I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , см	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , см
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
45	450	160	9,0	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	11,0	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39
60	600	190	12,0	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54

Примечание – h – высота двутавра; b – ширина полки; d – толщина стенки; t – средняя толщина полки; I – момент инерции; W – момент сопротивления; S – статический момент полусечения; i – радиус инерции

Допускается 5-процентное превышение расчетного сопротивления R . Относительное перенапряжение рассчитывается по формуле

$$\delta = \frac{\sigma_{\max} - R\gamma_c}{R\gamma_c} \cdot 100 \% \leq 5 \%$$

Все расчеты должны вестись в единицах СИ (Н, м, Па).



Контрольные вопросы

- 1 Какой вид нагружения называют чистым изгибом?
- 2 Какой вид нагружения называют поперечным изгибом?
- 3 Какие внутренние силовые факторы возникают при поперечном изгибе бруса? Какие напряжения они вызывают?
- 4 Какие формулы используются для определения напряжений?
- 5 Какие геометрические характеристики сечений используются при расчете балки на изгиб?
- 6 По какому закону распределяются нормальные напряжения по высоте поперечного сечения?
- 7 По какому закону распределяются касательные напряжения по высоте поперечного сечения?
- 8 Какое сечение балки считается опасным для проверки прочности балки по нормальным напряжениям?
- 9 Какое сечение балки считается опасным для проверки прочности балки по касательным напряжениям?
- 10 Какие поперечные сечения наиболее рациональны при изгибе?
- 11 Какие виды расчетов производят из условия прочности?

Пример 1 – Для балки, изображенной на рисунке 5, построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M , подобрать двутавровое поперечное сечение из условия прочности по нормальным напряжениям. Расчетное сопротивление $R = 160 \text{ МПа} = 160 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $\gamma_c = 1$.

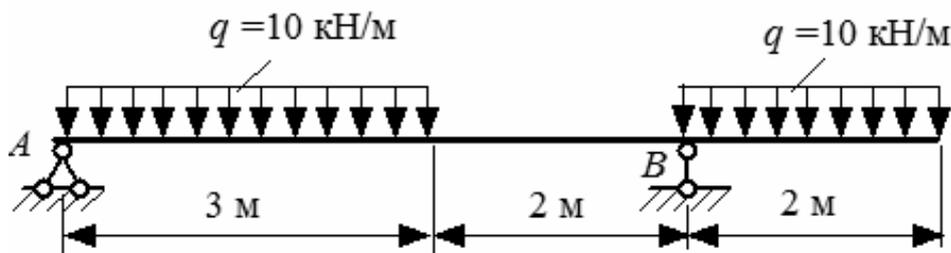


Рисунок 5 – Расчетная схема балки для примера 1

Решение

Определим реакции на опорах:

$$\sum M_A = q \cdot 3 \cdot 1,5 + q \cdot 2 \cdot 6 - R_B \cdot 5 = 0;$$

$$R_B = \frac{q \cdot 3 \cdot 1,5 + q \cdot 2 \cdot 6}{5} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 1,5 + 10 \cdot 2 \cdot 6}{5} = 33 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = R_A \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 3,5 + q \cdot 2 \cdot 1 = 0;$$



$$R_A = \frac{q \cdot 3 \cdot 3,5 - q \cdot 2 \cdot 1}{5} = \frac{10 \cdot 3 \cdot 3,5 - 10 \cdot 2 \cdot 1}{5} = 17 \text{ кН}.$$

Выполним проверку правильности расчета реакций:

$$\sum Y = R_A - q \cdot 3 + R_B - q \cdot 2 = 17 - 10 \cdot 3 + 33 - 10 \cdot 2 = 0.$$

Построим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, выразив внутренние усилия через координату z (рисунок 6).

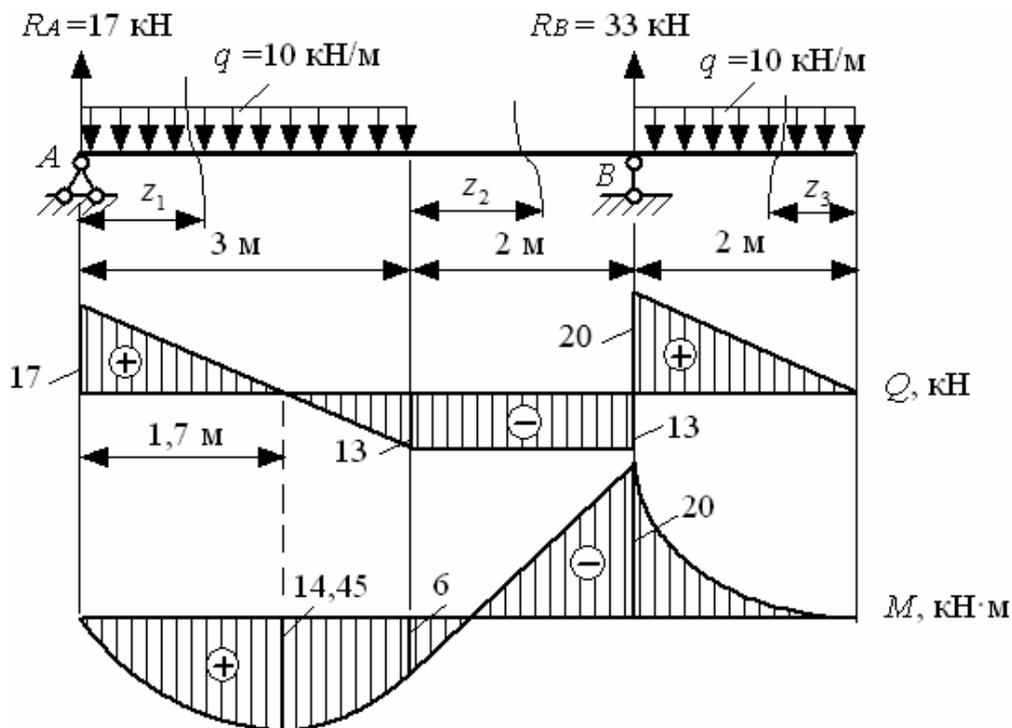


Рисунок 6 – Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Участок I (часть балки, расположенная левее от сечения): $0 \leq z_1 \leq 3$ м.

$$Q = R_A - q \cdot z_1 = 17 - 10 \cdot z_1 \text{ (линейная зависимость);}$$

$$M = R_A \cdot z_1 - q \frac{z_1^2}{2} = 17 \cdot z_1 - 5 \cdot z_1^2 \text{ (квадратная парабола);}$$

$$z_1 = 0; Q = 17 \text{ кН; } M = 0;$$

$$z_1 = 3 \text{ м; } Q = -13 \text{ кН; } M = 17 \cdot 3 - 5 \cdot 3^2 = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

На этом участке эпюра поперечных сил пересекает нулевую линию, меняя

свой знак. Следовательно, в точке пересечения на эпюре изгибающих моментов будет экстремальное значение. Определим, на каком расстоянии от опоры A находится экстремум. Для этого приравняем функцию силы к нулю:

$$Q = 17 - 10 \cdot z_1 = 0; \quad z_1 = 1,7 \text{ м.}$$

Подставим полученное значение в функцию момента:

$$M_{\text{экстр}} = 17 \cdot 1,7 - 5 \cdot 1,7^2 = 14,45 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Участок II (производим расчет слева направо): $0 \leq z_2 \leq 2 \text{ м.}$

$$Q = R_A - q \cdot 3 = 17 - 10 \cdot 3 = -13 \text{ кН (постоянное значение);}$$

$$M = R_A \cdot (3 + z_2) - q \cdot 3 \cdot (1,5 + z_2) = 17 \cdot (3 + z_2) - 10 \cdot 3 \cdot (1,5 + z_2)$$

(линейная зависимость);

$$z_2 = 0; \quad M = 17 \cdot 3 - 30 \cdot 1,5 = 6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$z_2 = 2 \text{ м}; \quad M = 17 \cdot 5 - 30 \cdot 3,5 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Участок III (производим расчет справа налево): $0 \leq z_3 \leq 2 \text{ м.}$

$$Q = q \cdot z_3 = 10 \cdot z_3 \text{ (линейная зависимость);}$$

$$M = -0,5 \cdot q \cdot z_3^2 = -5 \cdot z_3^2 \text{ (квадратная парабола);}$$

$$z_3 = 0; \quad Q = 0; \quad M = 0;$$

$$z_3 = 2 \text{ м}; \quad Q = 20 \text{ кН}; \quad M = -20 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

По эпюре изгибающих моментов установим опасное сечение, в котором действует $M_{\text{max}} = 20 \text{ кН} \cdot \text{м} = 20 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Определим расчетное значение осевого момента сопротивления из условия прочности по нормальным напряжениям:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{W_x} \leq R \cdot \gamma_c;$$

$$W_x^{\text{расч}} = \frac{M_{\text{max}}}{R \cdot \gamma_c} = \frac{20 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6 \cdot 1} = 125 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 125 \text{ см}^3.$$



По ГОСТ 8239–89 (см. таблицу 2) могут быть выбраны двутавр № 18 ($W_x = 143 \text{ см}^3$) или двутавр № 16 ($W_x = 109 \text{ см}^3$). В целях уменьшения материалоемкости следует выбирать более легкую конструкцию при условии допустимого 5-процентного превышения расчетного сопротивления. Определим перенапряжение двутавра № 16:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{20 \cdot 10^3}{109 \cdot 10^{-6}} = 183,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 183,5 \text{ МПа};$$

$$\delta = \frac{\sigma_{\max} - R\gamma_c}{R\gamma_c} \cdot 100 \% = \frac{183,5 - 160}{160} \cdot 100 \% = 14,7 \% > 5 \%.$$

Перенапряжение составило более 5 %, поэтому окончательно выбираем двутавр № 18 ($W_x = 143 \text{ см}^3$).

Пример 2 – Для балки, изображенной на рисунке 7, построить эпюру изгибающих моментов M , подобрать квадратное поперечное сечение из условия прочности по нормальным напряжениям. Расчетное сопротивление $R = 180 \text{ МПа}$; $\gamma_c = 1$.

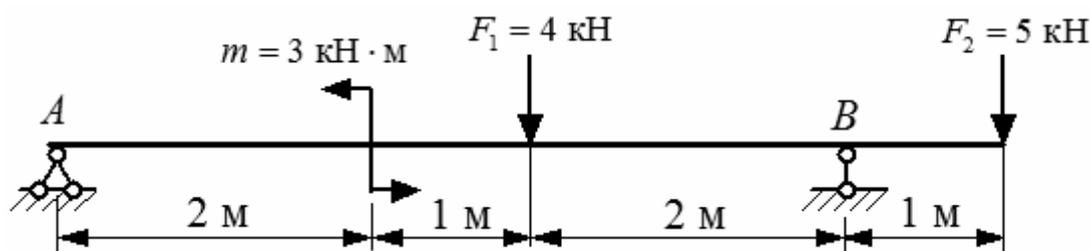


Рисунок 7 – Расчетная схема балки для примера 2

Решение

Определим реакции на опорах:

$$\sum M_A = m - F_1 \cdot 3 + R_B \cdot 5 - F_2 \cdot 6 = 0;$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot 3 + F_2 \cdot 6 - m}{5} = \frac{(4 \cdot 3 + 5 \cdot 6 - 3)}{5} = 7,8 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = m + F_1 \cdot 2 - R_A \cdot 5 - F_2 \cdot 1 = 0;$$

$$R_A = \frac{F_1 \cdot 2 - F_2 \cdot 1 + m}{5} = \frac{(4 \cdot 2 - 5 \cdot 1 + 3)}{5} = 1,2 \text{ кН}.$$

Выполним проверку правильности расчета реакций:

$$\sum Y = R_A - F_1 + R_B - F_2 = 1,2 - 4 + 7,8 - 5 = 0.$$

К заданной балке не приложена распределенная нагрузка, следовательно, на эпюре изгибающих моментов нет участков с параболой, на которой мог быть экстремум. Для определения опасного сечения достаточно показать только эпюру изгибающих моментов.

Зная заранее, что на всех участках эпюра M очерчена прямыми линиями, определим ординаты эпюры на границах участков без введения аргумента z . Такой метод называется *расчет по характерным точкам*.

Обозначим буквами все характерные точки (рисунок 8). Отметим, что только в точке C ордината эпюры M будет меняться скачкообразно (на величину приложенного момента m). В остальных точках будут изломы (изменение направления линии эпюры).

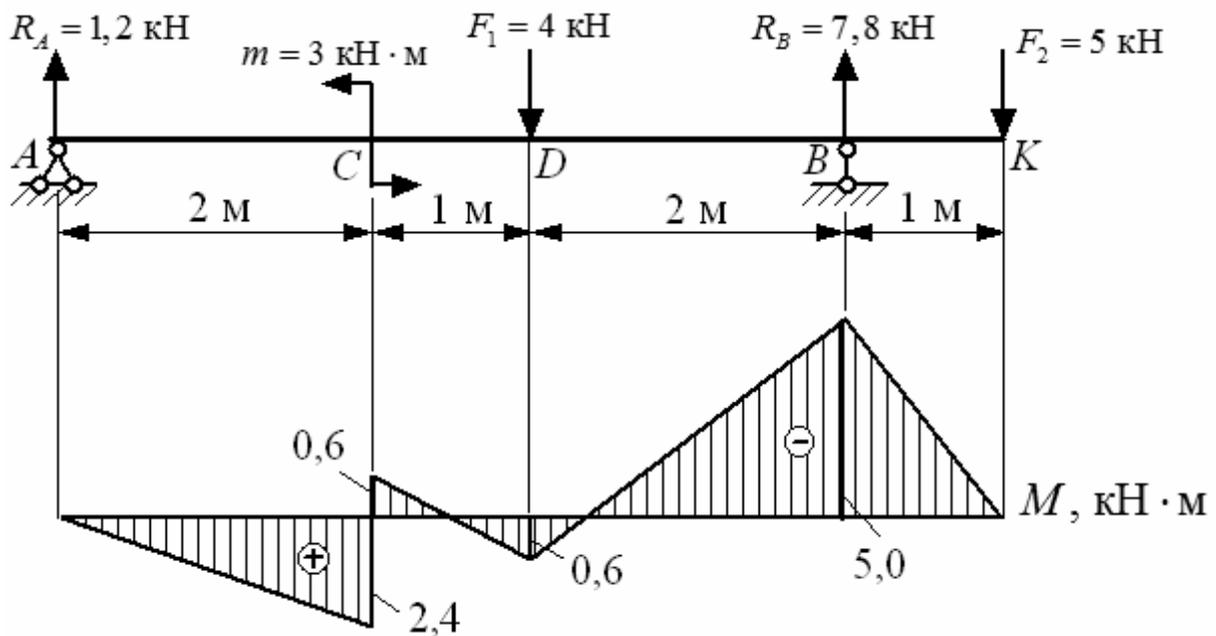


Рисунок 8 – Эпюра изгибающих моментов

Участок AC (производим расчет слева):

$$M_A = 0; \quad M_C = R_A \cdot 2 = 1,2 \cdot 2 = 2,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок CD (производим расчет слева):

$$M_C = R_A \cdot 2 - m = 1,2 \cdot 2 - 3 = -0,6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_D = R_A \cdot 3 - m = 1,2 \cdot 3 - 3 = 0,6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок DB (производим расчет слева):

$$M_D = R_A \cdot 3 - m = 1,2 \cdot 3 - 3 = 0,6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_B = R_A \cdot 5 - m - F_1 \cdot 2 = 1,2 \cdot 5 - 3 - 4 \cdot 2 = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок KB (производим расчет справа):

$$M_K = 0; \quad M_B = -F_2 \cdot 1 = -5 \cdot 1 = -5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Отрицательные ординаты на эпюре M откладываем вверх, положительные ординаты – вниз. В опасном сечении действует $M_{\max} = 5 \text{ кН} \cdot \text{м} = 5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Определим расчетное значение осевого момента сопротивления из условия прочности по нормальным напряжениям:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq R \cdot \gamma_c;$$

$$W_x^{\text{расч}} = \frac{M_{\max}}{R \cdot \gamma_c} = \frac{5 \cdot 10^3}{180 \cdot 10^6 \cdot 1} = 27,78 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 27,78 \text{ см}^3.$$

Для квадратного поперечного сечения осевой момент сопротивления определяется по формуле (см. таблицу 1):

$$W_x = \frac{b^3}{6} = 27,78 \text{ см}^3.$$

Минимальные размеры стороны квадрата

$$b = \sqrt[3]{6 \cdot 27,78} = 5,5 \text{ см}.$$



2 Варианты заданий к аудиторной контрольной работе

Для стальной балки (рисунок 9) требуется:

- определить реакции на опорах;
- построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M ;
- найти опасное сечение;
- определить расчетное значение осевого момента сопротивления из условия прочности по нормальным напряжениям;
- подобрать двутавровое поперечное сечение при заданном $R_{\gamma c}$.

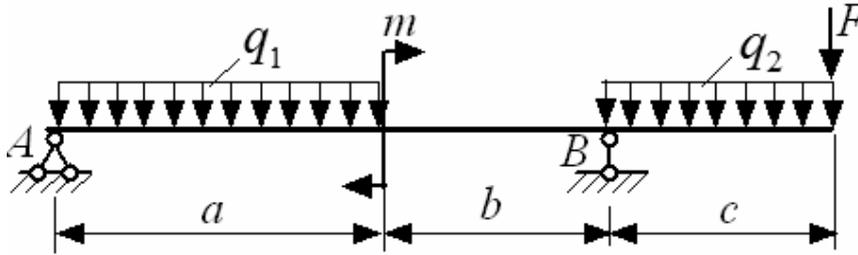


Рисунок 9 – Расчетная схема балки для АКР

Исходные данные выбрать из таблицы 3 по номеру зачетной книжки.

Таблица 3 – Исходные данные для АКР

Номер строки	a , м	b , м	c , м	m , кН·м	F , кН	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	$R_{\gamma c}$, МПа
0	3,0	2,0	1,0	10	–	–	10	160
1	3,2	2,1	1,1	11	10	10	–	180
2	3,4	2,2	1,2	12	–	–	12	200
3	3,6	2,3	1,3	13	8	20	–	150
4	3,8	2,4	1,4	14	–	–	14	170
5	2,0	2,5	1,5	15	6	30	–	190
6	2,2	2,6	1,6	6	–	–	16	160
7	2,4	2,7	1,7	7	12	40	–	180
8	2,6	2,8	1,8	8	–	–	18	200
9	2,8	2,9	1,9	9	14	50	–	190
	а	б	в	а	б	в	в	в

Примечание – Выбор исходных данных осуществляется по трем последним цифрам номера зачетной книжки. Например, для номера 017635

0 1 7 6 3 5

а б в

вариант балки по рисунку 9 имеет длины участков: $a = 2,2$ м; $b = 2,3$ м; $c = 1,5$ м. Балка нагружена моментом $m = 6$ кН·м; силой $F = 8$ кН; распределенной нагрузкой интенсивностью $q_1 = 30$ кН/м. Распределенная нагрузка интенсивностью q_2 отсутствует. Расчетное сопротивление $R_{\gamma c} = 190$ МПа

Список литературы

- 1 **Кривошапко, С. Н.** Сопротивление материалов : учебник и практикум для прикладного бакалавриата / С. Н. Кривошапко. – Москва : Юрайт, 2016. – 413 с.
- 2 **Муморцев, А. Н.** Сборник задач по сопротивлению материалов : учебное пособие / А. Н. Муморцев, Е. А. Фролов. – Москва : ФОРУМ ; ИНФРА-М, 2015. – 112 с. : ил.
- 3 Сопротивление материалов. Практикум : учебно-методическое пособие / С. И. Зиневич [и др.]. – Минск : Новое знание; Москва : ИНФРА-М, 2015. – 316 с. : ил.
- 4 **Скопинский, В. Н.** Практическое руководство к расчетам по сопротивлению материалов: учебное пособие / В. Н. Скопинский. – Москва : МГИУ, 2007. – 240 с.
- 5 **Писаренко, Г. С.** Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, Ф. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – 5-е изд., перераб. и доп. – Киев: Дельта, 2008. – 816 с.
- 6 **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / М. Д. Подскребко. – Минск : Вышэйшая школа, 2007. – 797 с.
- 7 **Старовойтов, Э. И.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / Э. И. Старовойтов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 384 с.
- 8 **Степин, П. А.** Сопротивление материалов: учебник / П. А. Степин. – 10-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2010. – 320 с.
- 9 **Варданян, Г. С.** Сопротивление материалов с основами строительной механики : учебник / Г. С. Варданян, Н. М. Атаров, А. А. Горшков; под ред. Г. С. Варданяна. – Москва: ИНФРА-М, 2013. – 505 с.
- 10 Сопротивление материалов: метод. рекомендации к практическим занятиям для студентов специальности 1-70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» дневной и заочной форм обучения / Сост. И. А. Леонович, А. А. Катькало. – Могилев: Беларус.-Рос. ун-т, 2018. – 48 с.

