

УДК 629.114.2

И. С. Сазонов, д-р техн. наук, проф., Ю. Е. Атаманов, канд. техн. наук, доц.,
С. Н. Турлай, канд. техн. наук

КИНЕМАТИКА ШЕСТИЗВЕННОЙ РУЛЕВОЙ ТРАПЕЦИИ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЕЕ ПАРАМЕТРОВ

В статье рассмотрена кинематика шестизвенной рулевой трапеции. Предложены аналитические зависимости, позволяющие определять действительные углы поворота управляемых колес машин при заданных параметрах рулевой трапеции как плоского механизма. Показано, что для лучшего согласования кинематики действительной рулевой трапеции с идеальной целесообразнее изменять углы установки рулевых рычагов, а не изменять длину рычагов при заданных углах их установки. Определено влияние длины рулевой сошки на кинематику шестизвенной рулевой трапеции. Используя метод золотого сечения, найдены оптимальные углы установки рулевых рычагов и длина рулевой сошки, которые обеспечивают наименьшую погрешность углов поворота управляемых колес действительной рулевой трапеции по сравнению с идеальной рулевой трапецией.

При криволинейном движении все колеса трактора катятся с единым мгновенным центром поворота даже при нарушении кинематики поворота управляемых колес. Такое «согласование» кинематики поворота трактора и кинематики поворота управляемых колес происходит за счет боковой деформации шин и в некоторых случаях бокового скольжения передних или задних колес. Скользят обычно колеса, имеющие меньшую нормальную нагрузку или находящиеся в худших условиях сцепления. Деформация шин и боковое скольжение колес приводит к увеличению силы сопротивления качению, повышенному износу шин и увеличенному расходу топлива при совершении поворота. В наших работах [1, 2] показано, как важно согласование кинематики поворота трактора и его рулевой трапеции.

Как известно, при криволинейном движении управляемые колеса должны поворачиваться на разные углы. Поворот управляемых колес трактора на разные углы и согласование углов их поворота с кинематикой поворота трактора осуществляется с некоторой погрешностью рулевой трапецией. Кинематика четырехзвенной рулевой трапеции рассмотрена в [2].

Однако на колесных тракторах и других колесных машинах нашла применение и шестизвенная рулевая трапеция (рис. 1).

Шестизвенная рулевая трапеция состоит из двух четырехзвенников AD_0E_0O и BC_0F_0O , которые соединяются равнобедренным треугольником OE_0F_0 . Назовем четырехзвенник AD_0E_0O – I (первым), а BC_0F_0O – II (вторым). Первый четырехзвенник примыкает к внутреннему колесу, второй – к наружному. Углы установки рулевых рычагов AD_0 и BC_0 равны θ . Применяя методику, аналогичную для исследования четырехзвенной трапеции [2], получим выражения для расчета угла поворота наружного управляемого колеса в зависимости от угла поворота внутреннего колеса для шестизвенной рулевой трапеции.

Вначале определим постоянные параметры рулевой трапеции. Так, чтобы рассчитать длины поперечных тяг D_0E_0 и C_0F_0 , воспользуемся формулой для определения расстояния между двумя точками при известных координатах этих точек:

$$D_0E_0 = C_0F_0 = \frac{d}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}},$$

где x_1 и y_1 – координаты точки D_0 ; x_2 и y_2 – координаты точки E_0 .

Определим координаты этих точек:

$$x_1 = l_p \cos \theta; \quad y_1 = l_p \sin \theta;$$

$$x_2 = B_{ш}/2 - e; \quad y_2 = l_c - c,$$

где l_p – длина рулевых рычагов; e – расстояние от плоскости симметрии сошки до центра отверстия под шаровый палец;

l_c – длина рулевой сошки.

Подставив координаты точек x_i и y_i в предыдущее выражение, можно рассчитать длину поперечных тяг.

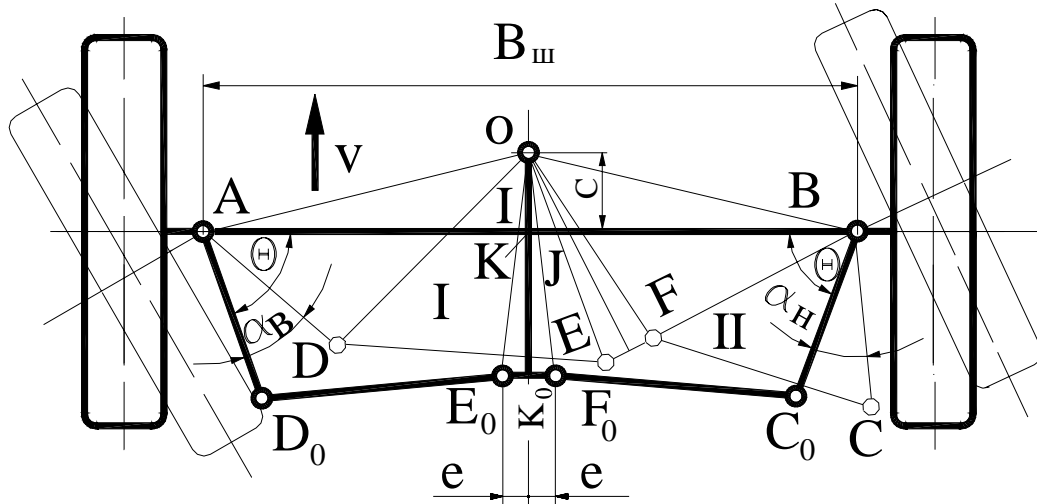


Рис. 1. Расчетная схема шестизвенной рулевой трапеции

Длина гипотенузы OE_0 треугольника E_0K_0O равна $OE_0 = \sqrt{e^2 + l_c^2}$, а угол E_0OK_0 этого треугольника равен $\angle E_0OK_0 = \arctg(e/l_c)$. Тогда угол E_0OF_0 , образуемый сошкой, определим по выражению $\angle E_0OF_0 = 2\angle E_0OK_0$. Угол OAK равен углу OBK . Эти углы определяем по формуле $\angle OAK = \angle OBK = \arctg(2c/B_{ш})$, где $c = OK$ – вынос вперед оси сошки; $B_{ш} = AB$ – шкворневая база рулевой трапеции. $\angle AOK = \arctg(B_{ш}/(2c))$; $\angle AOB = 2\angle AOK$.

Длина гипотенузы AO треугольника OKA равна $AO = \sqrt{c^2 + (B_{ш}/2)^2}$, а длина гипотенузы F_0O треугольника F_0K_0O равна $F_0O = E_0O = \sqrt{l_c^2 + (B_{ш}/2)^2}$.

Рассмотрение кинематики шестизвенной рулевой трапеции начнем с I четырехзвенника. Пусть внутреннее колесо повернулось на угол α_n . Тогда $\angle IAD = \theta - \alpha_n$, а угол OAD I четырехзвенника равен

$$\angle OAD = \angle IAD + \angle OAK.$$

Соединив точки O и D , получим два треугольника AOD и ODE . В треугольнике OAD известны две стороны AO и $AD = l_p$, а также угол OAD между ними. По теореме косинусов находим третью сторону OD :

$$OD = \sqrt{OA^2 + AD^2 - 2OA \cdot AD \cos OAD}.$$

Когда в треугольнике известны три стороны, его углы рекомендуется определять, используя радиус r вписанной окружности:

$$r = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}},$$

где p – полупериметр треугольника, $p = (a + b + c)/2$.

Тогда углы этого треугольника можно определить по выражениям:

$$\operatorname{tg} \frac{A}{2} = \frac{r}{p-a}; \quad \operatorname{tg} \frac{B}{2} = \frac{r}{p-b};$$

$$\operatorname{tg} \frac{C}{2} = \frac{r}{p-c}.$$

Используя предыдущие выражения, можем определить угол AOD треугольника OAD :

– полупериметр треугольника OAD

$$p = \frac{1}{2}(OA + AD + OD);$$

– радиус вписанной окружности

$$r = \sqrt{\frac{(p-AO)(p-OD)(p-AD)}{p}};$$

$$\operatorname{tg} \frac{AOD}{2} = \frac{r}{p-AD}.$$

Откуда

$$\angle AOD = 2 \operatorname{arctg} \frac{r}{p-AD}.$$

Во втором треугольнике ODE известны все три стороны ($EO = FO = E_0O$). Определим угол DOE :

– полупериметр треугольника

$$p = \frac{1}{2}(OD + FO + DE);$$

– радиус вписанной окружности

$$r = \sqrt{\frac{(p-OD)(p-FO)(p-DE)}{p}};$$

$$\operatorname{tg} \frac{DOE}{2} = \frac{r}{p-DE}.$$

Откуда

$$\angle DOE = 2 \operatorname{arctg} \frac{r}{p-DE}.$$

Тогда $\angle AOE = \angle AOD + \angle DOE$.

Теперь можем определить угол α_c поворота рулевой сошки, учитывая, что при прямолинейном движении трактора угол $AOK_0 = AOE_0 + E_0OK_0$, где индекс

«0» в обозначении углов указывает на то, что в данном случае эти углы определяются при прямолинейном движении трактора:

$$\alpha_c = \angle AOE + \angle EOK - \angle AOK_0.$$

Переходим к определению угла поворота наружного колеса трактора. Для этого воспользуемся II четырехзвенником $OF CB$, в котором соединим точки B и F . Получим два треугольника OBF и BCF .

Рассмотрим треугольник OBF , в котором известны две стороны $OB = OA$ и OF , а также угол BOF между ними

$$\angle BOF = \angle AOB - (\angle AOE + \angle EOF).$$

Третью сторону BF этого треугольника определим по теореме косинусов:

$$BF = \sqrt{OB^2 + OF^2 - 2OB \cdot OF \cos BOF}.$$

Определим угол OBF этого же треугольника:

– полупериметр треугольника

$$p = \frac{1}{2}(OB + BF + OF);$$

– радиус вписанной окружности

$$r = \sqrt{\frac{(p-OB)(p-BF)(p-OF)}{p}};$$

$$\operatorname{tg} \frac{OBF}{2} = \frac{r}{p-OF}.$$

Откуда

$$\angle OBF = 2 \operatorname{arctg} \frac{r}{p-OF}.$$

Находим угол JBF ($\angle OBJ = \angle OAK$):

$$\angle JBF = \angle OBF - \angle OAK.$$

Рассмотрим второй треугольник

BCF , в котором известны три его стороны BC , $CF = DE_0$ и BF . Определим угол FBC этого треугольника:

– полупериметр этого треугольника

$$p = \frac{1}{2}(l_p + FC + BF),$$

где $FC = DE$;

– радиус вписанной окружности

$$r = \sqrt{\frac{(p - l_p)(p - DE)(p - BF)}{p}};$$

$$\operatorname{tg} \frac{FBC}{2} = \frac{r}{p - DE}.$$

Откуда

$$\angle FBC = 2 \operatorname{arctg} \frac{r}{p - DE}.$$

Следовательно, угол поворота наружного колеса равен:

$$\alpha_n = \angle FBC + \angle JBF - \theta. \quad (1)$$

Из-за громоздкости окончательного выражения для расчета угла поворота наружного колеса α_n не будем в выражение (1) подставлять значения углов FBC и JBF . Выражение (1) позволяет исследовать кинематику шестизвенной рулевой трапеции при различных ее параметрах (длины поворотных рычагов и углов их установки, длины рулевой сошки и выноса сошки вперед, изменение расстояния «е»).

Выполним исследование кинематики шестизвенной рулевой трапеции применительно к трактору «Беларус», имеющему следующие параметры:

| | |
|------------------------------------------|-------|
| эксплуатационная масса, кг | 4840 |
| масса, приходящаяся на передний мост, кг | 1700 |
| база трактора, м | 2,37 |
| ширина колеи, м | 1,40 |
| шкворневая база, м | 1,095 |
| длина рулевых рычагов, м | 0,21 |
| углы установки рулевых рычагов, град | 70 |
| плечо обката, м | 0,057 |

| | |
|------------------------|-------|
| длина рулевой сошки, м | 0,30 |
| вынос сошки вперед, м | 0,10 |
| расстояние «е», м | 0,035 |

На рис. 2 представлена зависимость действительного угла поворота наружного управляемого колеса от угла поворота внутреннего колеса при указанных выше параметрах трактора и рулевой трапеции, а на рис. 3 – отклонение действительного угла поворота наружного управляемого колеса от теоретического угла его поворота (погрешность поворота наружного колеса) от угла поворота внутреннего управляемого колеса.

Анализ приведенных результатов показывает, что наружное управляемое колесо при шестизвенной рулевой трапеции во всем диапазоне поворота внутреннего управляемого колеса поворачивается на угол, меньший, чем теоретический. С увеличением угла поворота внутреннего колеса погрешность в повороте наружного колеса возрастает, достигая при максимальном угле поворота внутреннего управляемого колеса $6,7^{\circ}$ (при четырехзвенной трапеции наибольшая погрешность достигала $3,8^{\circ}$), т. е. увеличилась почти в 2 раза. Следовательно, шестизвенная рулевая трапеция, имеющая одинаковые с четырехзвенной трапецией углы установки рулевых рычагов и их длину, хуже обеспечивает согласование кинематики поворота трактора с кинематикой рулевой трапеции. Это повышает сопротивление движению трактора с шестизвенной рулевой трапецией на повороте, увеличивает износ шин и расход топлива по сравнению с трактором, на котором установлена четырехзвенная рулевая трапеция.

Поиск оптимального угла установки поворотных рычагов для шестизвенной рулевой трапеции осуществлялся по критерию: наименьшая сумма квадратов отклонений $\Sigma \Delta^2 = f(\theta)$ действительных углов поворота управляемых колес от теоретических углов поворота. Изменение этого критерия от угла установки рулевых рычагов показано на рис. 4.

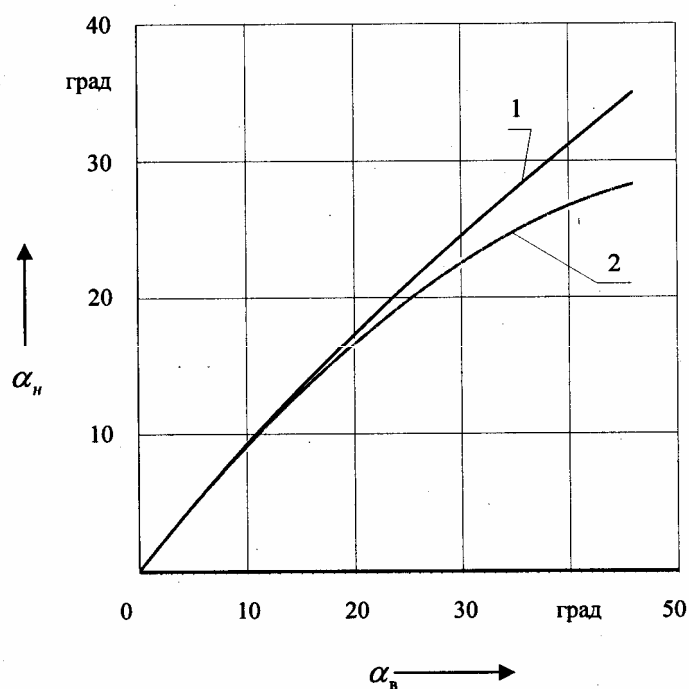


Рис. 2. Зависимость действительного угла поворота наружного управляемого колеса от угла поворота внутреннего колеса: 1 – теоретическая зависимость; 2 – действительная зависимость

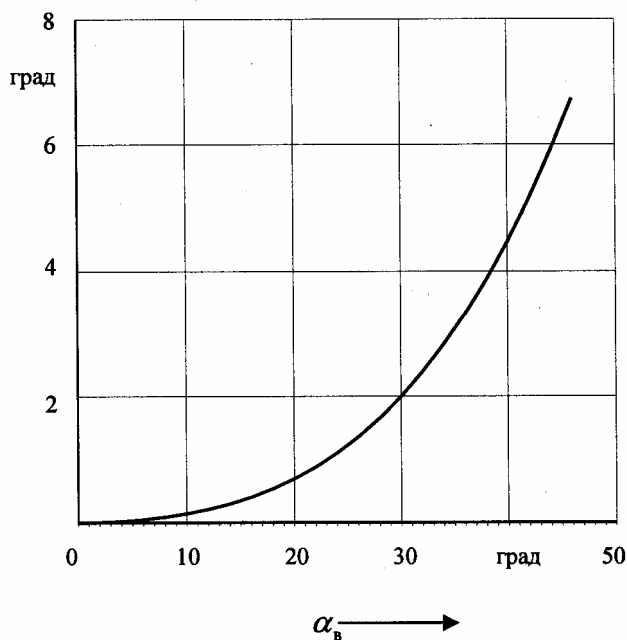
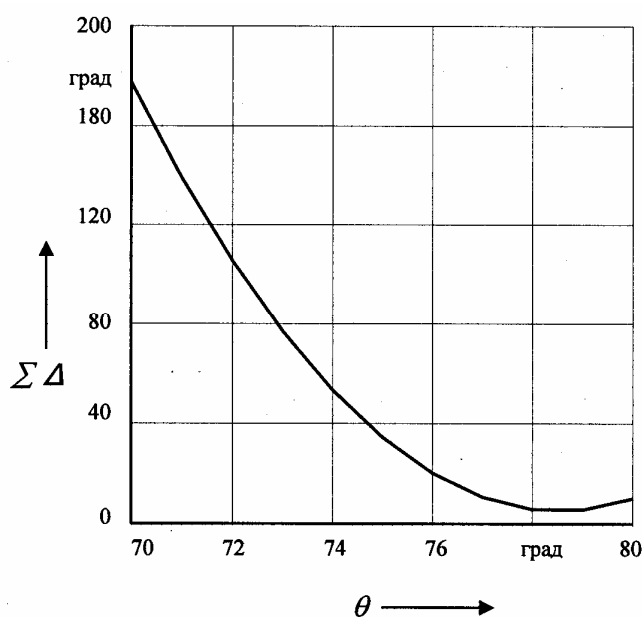


Рис. 3. Зависимость погрешности поворота наружного колеса от угла поворота внутреннего колеса

Рис. 4. Зависимость критерия $\Sigma \Delta^2$ от угла установки рулевых рычагов

Из рис. 4 видно, что функция $f(\theta)$ имеет примерно при 78° угла установки рулевых рычагов минимальное значение. Оптимальный угол установки поворотных рычагов для шестизвенной рулевой трапеции определялся методом золотого сечения и оказался равным $78,54^\circ$.

После расчета оптимального угла установки рулевых рычагов, переходим к исследованию влияния длины рулевой сошки на кинематику шестизвенной рулевой трапеции (остальные параметры трапеции фиксированы, причем угол установки рулевых рычагов принимался равным оптимальному углу установки рулевых рычагов). Критерием приближения кинематики действительной шестизвенной рулевой трапеции к идеальной в зависимости от длины рулевой сошки являлась сумма квадратов отклонения $\Sigma \Delta^2 = f(l_c)$ действительного угла поворота наружного управляемого колеса от его теоретического угла поворота.

Результаты этих исследований представлены на рис. 5. Из рисунка видно, что наибольшая погрешность кинематики шестизвенной рулевой трапеции наблюдается

при минимальной длине рулевой сошки, равной 0,2 м. С увеличением длины рулевой сошки от 0,2 до 0,27 м критерий $\Sigma \Delta^2$ убывает от 145,22 до 4,95 град². При дальнейшем увеличении длины рулевой сошки до 0,35 м критерий $\Sigma \Delta^2$ возрастает от 4,95 до 14,84 град². Такое изменение кривой $\Sigma \Delta^2 = f(l_c)$ говорит о том, что при длине рулевой сошки, равной примерно 0,27 м, отмечается наилучшее совпадение кинематики действительной и идеальной рулевых трапеций. Поиск оптимальной длины рулевой сошки осуществлялся методом золотого сечения и оптимальная длина рулевой сошки оказалась равной 0,2695 м, при этом сумма квадратов отклонений действительных углов поворота наружного управляемого от нулевого значения до максимального угла поворота составила 4,9495 град².

Еще раз отметим, что укороченная (по сравнению с оптимальной длиной) рулевая сошка дает большую погрешность в кинематике поворота управляемых колес, чем удлиненная рулевая сошка. Так, рулевая сошка, уменьшенная в 1,3 раза по сравнению

с оптимальной длиной сошки (длина сошки равнялась 0,2077 м), дает погрешность 96,29 град², а удлиненная – в

1,3 раза (длина сошки – 0,35 м) дает погрешность 14,84 град².

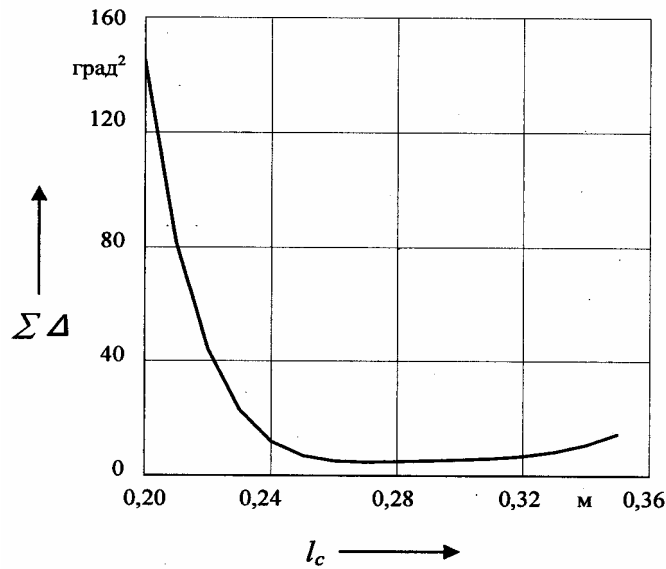


Рис. 5. Зависимость критерия $\Sigma \Delta^2$ от длины рулевой сошки

Определив оптимальный угол установки рулевых рычагов и оптимальную длину рулевой сошки, исследуем кинематику шестизвенной рулевой трапеции

с этими оптимальными параметрами. Результаты представлены на рис. 6 и 7.

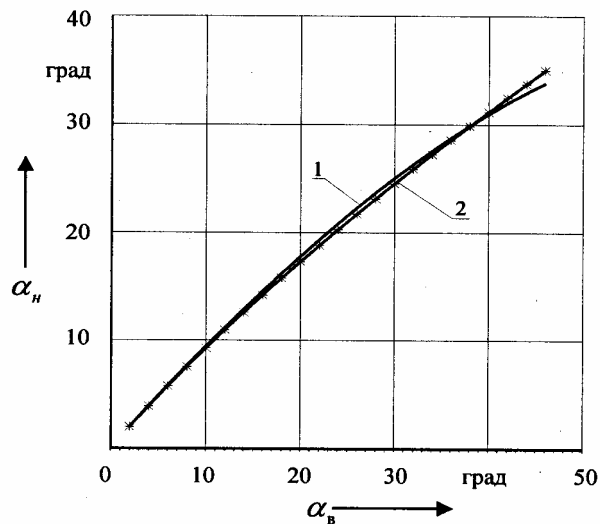


Рис. 6. Изменение действительного угла поворота наружного управляемого колеса от угла поворота внутреннего колеса при оптимальных параметрах рулевой трапеции: 1 – теоретическая зависимость; 2 – действительная зависимость

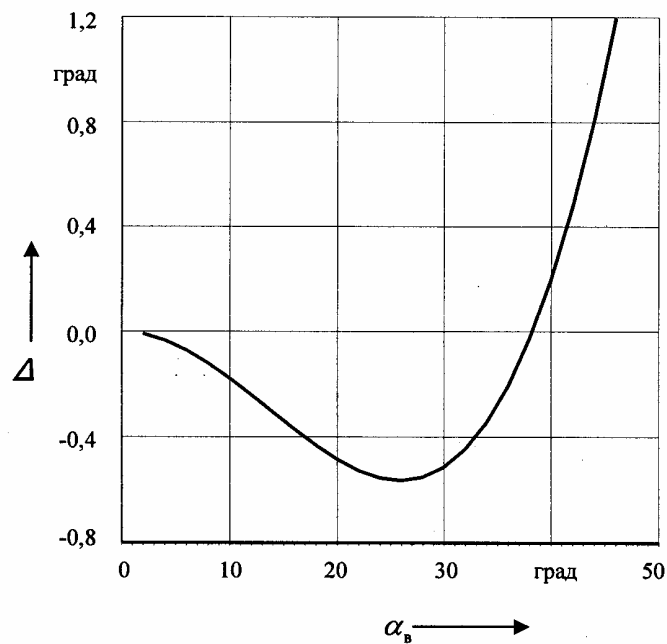


Рис. 7. Зависимость погрешности поворота наружного колеса от угла поворота внутреннего колеса при оптимальных параметрах рулевой трапеции

Анализ результатов исследования показывает, что при оптимальных параметрах рулевой трапеции наружное управляемое колесо поворачивается на угол больше, чем при идеальной рулевой трапеции до угла поворота внутреннего колеса на угол 40° .

Причем наибольшее отклонение $0,5646^\circ$ наблюдается при повороте внутреннего колеса на угол 26° . С увеличением угла поворота внутреннего колеса от 40 до 46° наружное колесо поворачивается на меньший угол, чем при идеальной трапеции, достигая максимальной погрешности $1,2^\circ$ при повороте внутреннего колеса на угол 46° .

Следовательно, у шестизвенной рулевой трапеции с оптимальным углом установки рулевых рычагов и оптимальной длиной рулевой сошки наибольшая погрешность поворота наружного управляемого колеса в $1,2^\circ$ наблюдается при максимальном угле поворота внутреннего колеса 46° , у трапеции с «серийными параметрами» погрешность составила $6,72^\circ$ при максимальном угле поворота внут-

реннего колеса.

Дальнейшая оптимизация параметров шестизвенной рулевой трапеции (вынос оси рулевой сошки и расстояние «е») не проводилась, т. к. при оптимальном угле установки рулевых рычагов и оптимальной длине рулевой сошки достигнуто почти полное совпадение кинематики действительной и идеальной рулевых трапеций.

Заключение

1. Разработаны аналитические зависимости, позволяющие расчетным методом исследовать кинематику шестизвенной рулевой трапеции, что повышает точность и уменьшает время, необходимое для исследования кинематики рулевой трапеции.

2. Установлено, что для улучшения кинематики шестизвенной рулевой трапеции целесообразнее изменять углы установки поворотных рычагов, а не изменять их длину.

3. Оптимальные параметры рулевой трапеции можно определить одним

из методов оптимизации (в данной работе использовался метод золотого сечения), используя в качестве целевой функции минимум суммы квадратов отклонений действительного угла поворота наружного колеса от теоретического угла. Оптимальные углы установки рулевых рычагов для выбранных параметров рулевой трапеции и базы трактора равны $78,54^{\circ}$, а оптимальная длина рулевой сошки – 0,27 м.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сазонов, И. С. Кинематика поворота колесного трактора с реальной рулевой трапецией / И. С. Сазонов, Ю. Е. Атаманов, С. Н. Турлай // Вестн. МГТУ. – 2003. – № 2. – С. 134–142.
2. Сазонов, И. С. Кинематика четырехзвенной рулевой трапеции и оптимизация ее параметров / И. С. Сазонов, Ю. Е. Атаманов, С. Н. Турлай // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2007. – № 1. – С. 40–46.

Белорусско-Российский университет
Белорусский национальный технический университет
НПО «СЕЛТ»
Материал поступил 18.02.2008

I. S. Sazonov, Y. E. Atamanov, S. N. Turlay
Kinematics of a 6-link steering trapezium
and optimization of its parameters

Kinematics of 6-link steering trapezium is considered in the paper. Analytical dependences which allow detecting real turning angles of wheels of cars at set parameters of steering trapezium as a plain mechanism are proposed. It has been shown that for better match of kinematics of steering trapezium with an ideal one it is more reasonable to change angles of steering levers rather than length of the levers at the given angles. Influence of length of the steering lever on kinematics of 6-link steering trapezium has been detected. Using a golden section method, optimum angles of steering levers setting and optimum length of steering lever have been detected. They give the least error of turning angles of controlled wheels of the steering trapezium in comparison with the ideal steering trapezium.