

УДК 621.865

М. М. Кожевников, О. А. Чумаков, В. М. Шеменков, И. Э. Илюшин, А. А. Юркина

ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРИЙ ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ-МАНИПУЛЯТОРОВ ДЛЯ ЛАЗЕРНОЙ РЕЗКИ

UDC 621.865

M. M. Kozhevnikov, O. A. Chumakov, V. M. Shemenkov, I. E. Ilushin, A. A. Jurkina

TRAJECTORY OPTIMIZATION OF INDUSTRIAL ROBOT MANIPULATORS FOR LASER CUTTING

Аннотация

Предложен новый метод решения задачи оптимизации траекторий при роботизированной лазерной резке металлических заготовок. В отличие от известных, предложенный метод основан на представлении пространства поиска в виде направленного графа и позволяет найти множество оптимальных решений по векторному критерию качества.

Ключевые слова:

робот-манипулятор, лазерная резка, оптимизация траекторий.

Abstract

A new method is proposed for solving trajectory optimization problem in the process of robotic laser cutting of metal parts. In contrast to the known techniques, the proposed method is based on the presentation of the search space in the form of a directed graph and makes it possible to find many optimal solutions according to the vector quality criterion.

Keywords:

robot manipulator, laser cutting, trajectory optimization.

Введение

Одним из перспективных направлений совершенствования производственных процессов лазерной резки металлов является внедрение автоматизированных линий на базе промышленных роботов-манипуляторов. Современные шестисотые манипуляторы имеют широкие возможности по ориентированию режущего инструмента, однако их использование существенно ограничивается отсутствием эффективных методов синтеза траекторий резки, с учетом ограничений, накладываемых спецификой систем управления.

Промышленные системы автономной подготовки управляющих про-

грамм и системы автоматизированного проектирования роботизированных технологических комплексов (РТК) не достаточно полно учитывают технологические характеристики операций лазерной резки, что затрудняет их эффективное использование. При автоматизированном программировании РТК лазерной резки требуется разработка эффективных методов оптимизации траекторий с учетом кинематических характеристик манипулятора, технологических ограничений лазерной резки и системы управления робота. Известные работы [1, 2] рассматривают лишь частные аспекты синтеза траекторий, при роботизированной лазерной резке, ограничиваясь неизбежными кинематическими



системами и задачами коррекции ориентации режущего инструмента при компенсации возникновений скоса кромок. При решении задач оптимизации в известных работах [1–3], как правило, используются скалярные критерии качества траектории лазерной резки.

Система автономной подготовки программ роботов работает на основе информации о движениях технологического инструмента и формирует программу управления РТК, с учётом характеристик манипулятора и технологических ограничений лазерной резки. Среди таких ограничений выделяют допустимую зону нагрева, прямолинейность и ширину реза. Однако наиболее трудоёмкой задачей является синтез рациональных движений манипулятора, как с обеспечением сглаживания траекторий режущего инструмента, так и со

снижением объема движений по каждому сочленению робота [3, 4].

Основная часть

В общем случае исходными данными для поиска траектории режущего инструмента являются две вектор-функции:

$$\{p(t), n(t) : |n(t)| = 1; t \in [0; T]\}, \quad (1)$$

где t – время; $p(t)$ – вектор координат рабочей точки режущего инструмента, $p(t) \in R^3$; $n(t)$ – единичный вектор нормали к поверхности заготовки, $n(t) \in R^3$ (рис. 1).

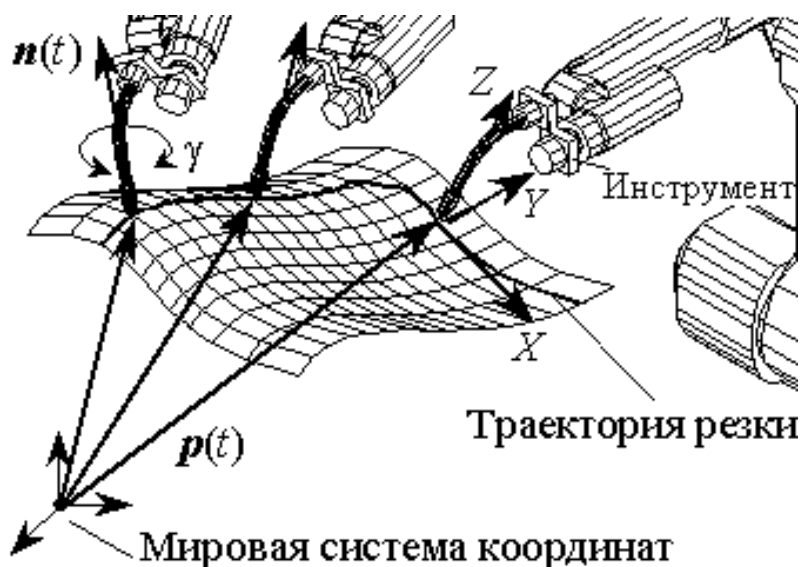


Рис. 1. Ориентация режущего инструмента относительно контура резки

Введем следующий единичный вектор

$$a(t) = \dot{p}(t) / |\dot{p}(t)|, \quad (2)$$

где $\dot{p}(t)$ – вектор скорости рабочей

точки режущего инструмента. $\dot{p}(t) = dp/dt$.

Зададим, что векторы $a(t)$ и $n(t)$ ортогональны, т. е. $p(t)^T \cdot a(t) = 0$, для каждой точки траектории режущего ин-



струмента сформируем системы координат по следующему принципу. Направим ось X по направлению движения, ось Z – вдоль оси вращения режущего инструмента, ось Y направим таким образом, чтобы в совокупности с осями X и Z сформировать правостороннюю декартову систему координат (см. рис. 1). Тогда для определения пространственного положения и ориентации рабочей точки режущего инструмента может быть использована следующая матрица преобразования:

$$H(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}(t) & \mathbf{a}(t) \times \mathbf{n}(t) & \mathbf{a}(t) & \mathbf{p}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где символом « \times » обозначено векторное произведение.

$$\mathbf{R}_n(\gamma) = \begin{bmatrix} n_x^2 V_\gamma + C_\gamma & n_x n_y V_\gamma - n_z S_\gamma & n_x n_z V_\gamma + n_y S_\gamma \\ n_x n_y V_\gamma + n_z S_\gamma & n_y^2 V_\gamma + C_\gamma & n_y n_z V_\gamma - n_x S_\gamma \\ n_x n_z V_\gamma - n_y S_\gamma & n_y n_z V_\gamma + n_x S_\gamma & n_z^2 V_\gamma + C_\gamma \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $C_\gamma = \cos(\gamma)$; $S_\gamma = \sin(\gamma)$;
 $V_\gamma = 1 - \cos(\gamma)$.

Отметим, что параметр γ в формуле (4) является избыточной степенью свободы и может быть эффективно использован для оптимизации траектории, а также учета кинематических ограничений робота-манипулятора и обхода его столкновений с препятствиями. Эти ограничения можно описать с помощью бинарных функций $\Psi_k(\mathbf{L})$ и $\Psi_c(\mathbf{L})$, которые принимают ненулевые значения в запретных областях. Помимо этого, определим бинарную функцию $\Psi_s(\mathbf{L})$, ненулевое значение которой определяет достижение роботом-манипулятором нижней грани его мобильности [3, 4].

Помимо обхода ограничений избыточная степень свободы γ в (4), (5) используется для получения оптимизированных сглаженных траекторий по углам в сочленениях робота-манипу-

Технология лазерной резки допускает вращение режущего инструмента на произвольный угол вокруг оси луча лазера, причем такое вращение не влияет на качество процесса. С учетом этого определим положение и ориентацию рабочей точки режущего инструмента в функции угла его вращения $\gamma \in (-\pi; \pi]$:

$$\mathbf{L}(t, \gamma) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{H}(t),$$

$$t \in [0, T], \quad \gamma \in (-\pi, \pi], \quad (4)$$

где $\mathbf{R}(\gamma)$ – матрица вращения на угол γ вокруг оси, определяемой вектором $\mathbf{n} = [n_x \ n_y \ n_z]^T$,

лятора. С учетом специфики известных методик решения обратной задачи кинематики для промышленных роботов-манипуляторов с шестью степенями свободы [4–6] при заданном индексе конфигурации функции $\gamma(t)$ соответствует шесть траекторий изменения углов в сочленениях $q_k(t)$, $k = 1, \dots, 6$:

$$\gamma(t) \rightarrow \{q_1(t), \dots, q_6(t)\}. \quad (6)$$

Оптимизация траектории позволяет устранить резкие повороты режущего инструмента путем минимизации следующих критериев качества при фиксированном индексе конфигурации робота:

1) максимальный размах углов в сочленениях робота-манипулятора

$$J_{\Delta}^{(k)}[\mathbf{q}(t)] = \max_t [q_k(t)] - \min_t [q_k(t)]; \quad (7)$$

2) максимальное смещение углов



в сочленениях робота-манипулятора от центра r_i диапазона изменения

$$J_d^{(k)}[\mathbf{q}(t)] = \max_t |q_k(t) - r_k|; \quad (8)$$

3) объем движений робота-манипулятора по углам в сочленениях

$$J_s^{(k)}[\mathbf{q}(t)] = \int_0^T |\dot{q}_k(t)| dt; \quad (9)$$

4) максимальная угловая скорость вращения сочленений робота-манипулятора

$$J_v^{(k)}[\mathbf{q}(t)] = \max_t [\dot{q}_k(t)]. \quad (10)$$

Отметим, что критерии (7)–(10) вычисляются для каждого сочленения манипулятора, соответственно с учетом (6) можно определить следующий векторный критерий качества траектории:

$$J(\mathbf{q}) = [J(q_1), \dots, J(q_6)]^T. \quad (11)$$

Полученная таким образом задача является задачей многокритериальной оптимизации. Наиболее часто при решении таких задач применяется метод Парето-оптимальности, который формирует множество «не улучшаемых» решений. Среди этих решений невозможно выбрать решение, лучшее по всем показателям. В связи с этим целесообразно оставить окончательный выбор решения за пользователем.

Учитывая сложный характер ограничений, пространство поиска решения дискретизируется посредством равномерной сетки. Это позволяет сформировать направленный граф, каждой вершине которого соответствует матрица локаций режущего инструмента L , а также вектор, задающий углы в сочленениях \mathbf{Q} манипулятора. Ребра графа соединяются только с теми вершинами, которые представляют соседние точки

траектории режущего инструмента. Эта траектория задается полилинией, на которой равномерно размещаются n узлов:

$$\{p_i, a_i\}, i = 0, \dots, n, \quad (12)$$

где

$$\|p_i - p_{i-1}\| = \Delta s; \quad \forall i = 1:n; \quad (13)$$

Δs – шаг дискретизации.

Аналогично (12), (13) дискретизируем интервал изменения угла вращения режущего инструмента $\gamma \in (-\pi; \pi]$ путем деления его на m частей

$$\gamma \in \{-\pi : 2\pi/m : \pi\}. \quad (14)$$

Каждая локация режущего инструмента $L[t, \gamma(t)]$ далее тестируется на соответствие кинематическим ограничениям, столкновение с препятствиями и близость к нижней грани мобильности робота. В результате, из локаций, удовлетворяющих ограничениям и соответствующих им углов в сочленениях, формируем следующее множество:

$$\{p_i, n_i\} \rightarrow \left\{ \frac{L_{i1}, L_{i2}, \dots, L_{im}}{Q_{i1}, Q_{i2}, \dots, Q_{im}} \right\}. \quad (15)$$

Это множество позволяет представить пространство поиска в виде многослойного направленного графа с вершинами $V = \{L_{ij}\}$ и ребрами:

$$E = \{(L_{ij}, L_{kl}) \mid i = k - 1; \forall i, j, k, l\}. \quad (16)$$

Такой граф показан на рис. 2, причем каждой дискретной точке на контуре резки соответствуют вершины графа. Они обозначены эллипсами, причем заштрихованные эллипсы соответствуют локациям, в которых нарушаются кинематические ограничения, имеют место столкновения с препятствиями, либо робот близок к нижней грани мобильности.



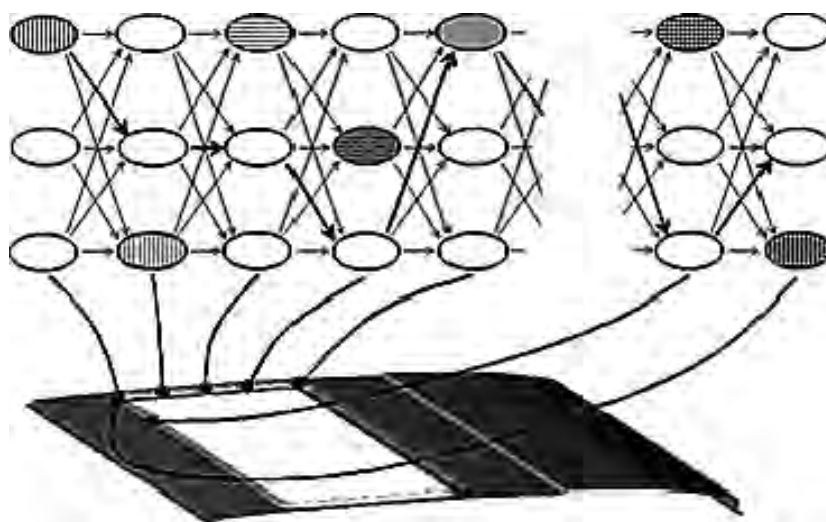


Рис. 2. Описание пространства поиска посредством направленного графа

С учетом (15), (16) синтез траектории робота сводится к следующей задаче оптимизации на графе.

На направленном графе с множеством вершин V и множеством ребер E найти путь длиной n :

$$\Pi(\gamma_0, \dots, \gamma_n) = \langle L_{0j_1} \rightarrow L_{1j_2} \rightarrow \dots \rightarrow L_{nj_n} \rangle, \quad (17)$$

у которого начальная вершина $V_0 \in \{L_{0j}\}$ и конечная вершина $V_n \in \{L_{nj}\}$ и на котором минимизируется заданный критерий качества.

Данная задача сводится к поиску «оптимальной» последовательности

$$\Gamma = (\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_m), \gamma_i \in \Gamma_i. \quad (18)$$

Все элементы этой последовательности принадлежат множеству Γ_i , которое получается за счет тестирования L_{ij} на соответствие ограничениям. Для промышленных РТК лазерной резки, как правило, $n > 1000$, а Γ_i состоит из 50 и более элементов, поэтому поиск решения путем полного перебора невозможен и соответственно для решения задачи поиска необходима разра-

ботка эффективных вычислительных процедур.

Углы в сочленениях робота, соответствующие локации L_{ij} , обозначим $q_k(i, j)$, а соответствующие траектории робота обозначим $q_k(i, j_{\gamma_i})$. С учетом этих обозначений, представления пространства поиска в виде направленного графа, а также постановки задачи оптимизации (17), (18) критерии качества (7)–(10) могут быть переформулированы в следующей дискретной форме:

1) максимальный размах углов в сочленениях робота-манипулятора

$$J_{\Delta}^{(k)}(\Gamma) = \max_i [q_k(i, j_{\gamma_i})] - \min_i [q_k(i, j_{\gamma_i})] \rightarrow \min; \quad (19)$$

2) максимальное смещение углов в сочленениях робота-манипулятора от центра r_i диапазона изменения

$$J_d^{(k)}(\Gamma) = \max_i |q_k(i, j_{\gamma_i}) - r_k| \rightarrow \min; \quad (20)$$

3) объем движений робота-манипулятора по углам в сочленениях



$$J_s^{(k)} = \sum_i |q_k(i, j_{\gamma i}) - q_k(i-1, j_{\gamma i-1})| \rightarrow \min_{\Gamma}; \quad (21)$$

4) максимальная угловая скорость вращения сочленений робота-манипулятора

$$J_v^{(k)}(\Gamma) = \max_i |q_k(i, j_{\gamma i}) - q_k(i-1, j_{\gamma i-1})| \rightarrow \min_{\Gamma}. \quad (22)$$

Для тестирования предложенного метода оптимизации рассмотрена модель трехзвенного плоского манипулятора, показанного на рис. 3. Этот манипулятор имеет три вращательных сочленения и три звена с длинами $l_1 = 1$ м, $l_2 = 1$ м и $l_3 = 0,25$ м. Контур резки пред-

ставляет собой квадрат с размером стороны $d = 0,8$ м. Углы контура резки скруглены с радиусом $r = 0,1$ м. Центр контура размещен в точке с координатами (1, 1). Между контуром и препятствием имеется зазор $\Delta d = 0,05$ м.

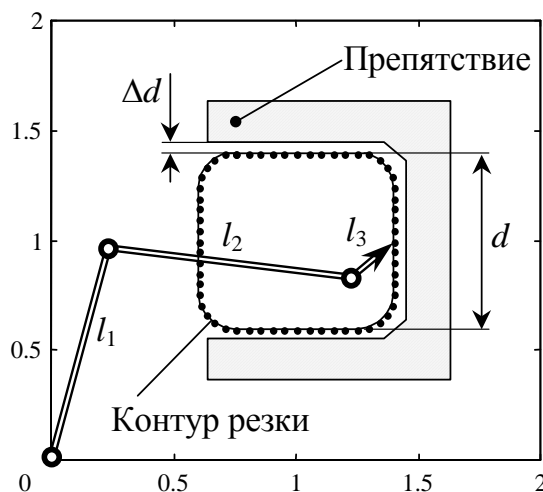


Рис. 3. Обход контура резки плоским трехзвенным манипулятором

Решая обратную задачу кинематики манипулятора известным методом [4] и изменяя ориентацию последнего звена с шагом 10° , получена последовательность из 1385 позиций $\{L_{ij}\}$ и последовательность углов в сочленениях $\{Q_{ij}\}$. Для исследования значимости предложенных критериев качества первоначально выполнен поиск оптимальных решений для отдельных критериев, вычисленных для углов q_1 , q_2 и q_3 . В частности использовались критерии качества (19), (21), (22). Пример полученных оптимальных решений для

угла q_3 показан на рис. 4, а. Пример траекторий по углам q_1 , q_2 , q_3 при минимизации критерия $J_s^{(3)}$ показан на рис. 4, б. Из графиков видно, что решения отличаются преимущественно на начальном и конечном участках траектории, а средние части траекторий практически совпадают. Полученные числовые значения критериев качества для угла q_3 приведены в табл. 1. Из таблицы видно, что при минимальном значении критерия J_s значения других критериев также достаточно малы, что позволяет опреде-



литель данный критерий в качестве главного при реализации сглаженной траектории. Данные, полученные по сов-

местной оптимизации траекторий всех сочленений, приведены в табл. 2.

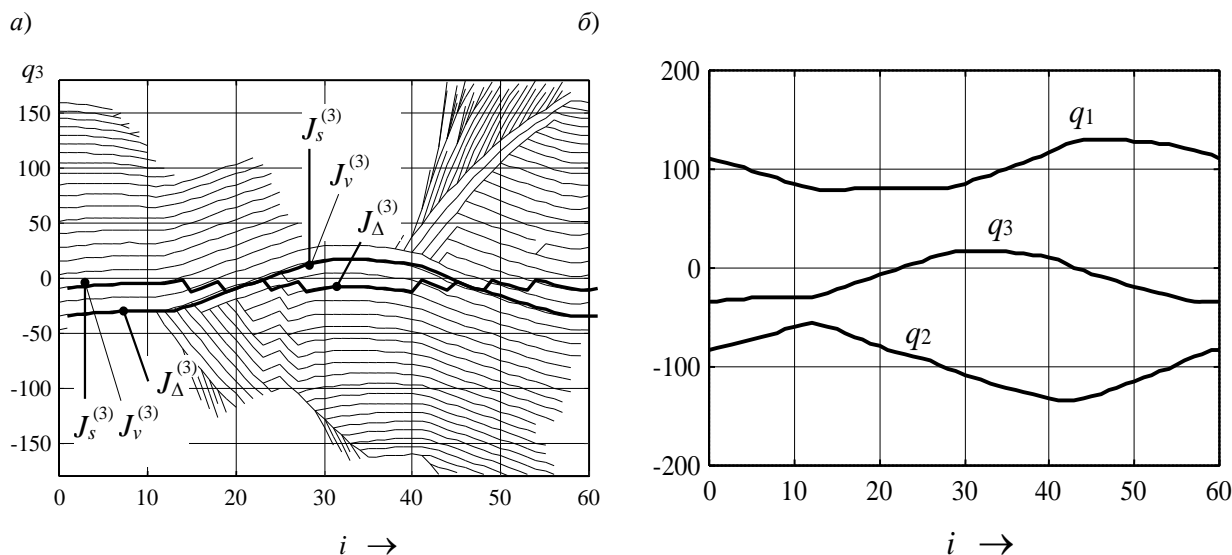


Рис. 4. Оптимальные решения по углу q_3 и траектории при минимизации критерия $J_s^{(3)}$

Табл. 1. Результаты оптимизации для звена q_3

Критерий	В градусах		
	$J_{\Delta}^{(3)}$	$J_v^{(3)}$	$J_s^{(3)}$
Минимум диапазона изменения координат $J_{\Delta}^{(3)}$	11,50	10,69	161,8
Минимум приращений координат $J_v^{(3)}$	52,26	3,84	105,0
Минимум объема движения $J_s^{(3)}$	52,26	3,84	105,0

Табл. 2. Результаты оптимизации траекторий всех сочленений робота

Критерий	$J_s^{(1)}$ (27,7)	$J_s^{(2)}$ (62,92)	$J_s^{(3)}$ (105,0)	$J_v^{(1)}$ (1,47)	$J_v^{(2)}$ (2,54)	$J_v^{(3)}$ (3,84)	$J_{\Delta}^{(1)}$ (19,09)	$J_{\Delta}^{(2)}$ (41,32)	$J_{\Delta}^{(3)}$ (11,50)
$\sum_k w_k J_s^{(k)}$	106,6	153,6	105,7	3,96	3,70	4,00	51,31	76,80	52,72
$\max_k J_v^{(k)}$	107,1	157,2	105,0	3,82	3,86	3,84	52,06	78,58	52,26
$J_s^{(1)}$	27,7	222,6	3080,3	2,76	19,43	355,31	19,09	66,09	357,26
$J_s^{(2)}$	281,5	62,9	1901,8	24,31	3,57	202,50	62,49	49,76	335,59
$J_s^{(3)}$	107,1	157,2	105,0	3,82	3,86	3,84	52,06	78,58	52,26



Из таблицы видно, что, оптимизация по критерию взвешенной суммы $\sum_k w_k J_s^{(k)}$ обеспечивает практически те же результаты, что и минимизация критерия $J_s^{(3)}$. Однако, в общем случае целесообразно сформированную последовательность решений представить разработчику РТК для принятия окончательного решения.

В рассмотренном примере с трехзвенным манипулятором наилучшие результаты получены для оптимизации критерия качества (11), где в качестве J выступает объем движений по углам в

сочленениях. При этом диапазон изменения углов и приращения углов имеют приемлемые для практики значения.

Следующий пример (рис. 5) демонстрирует использование шестисотого промышленного робота-манипулятора Fanuc 710iC/50 в процессе лазерной резки сглаженного кругового контура. Для исследования значимости предложенных критериев качества первоначально выполнен поиск оптимальных решений по отдельным критериям, вычисленным для углов кисти манипулятора q_4 , q_5 и q_6 .

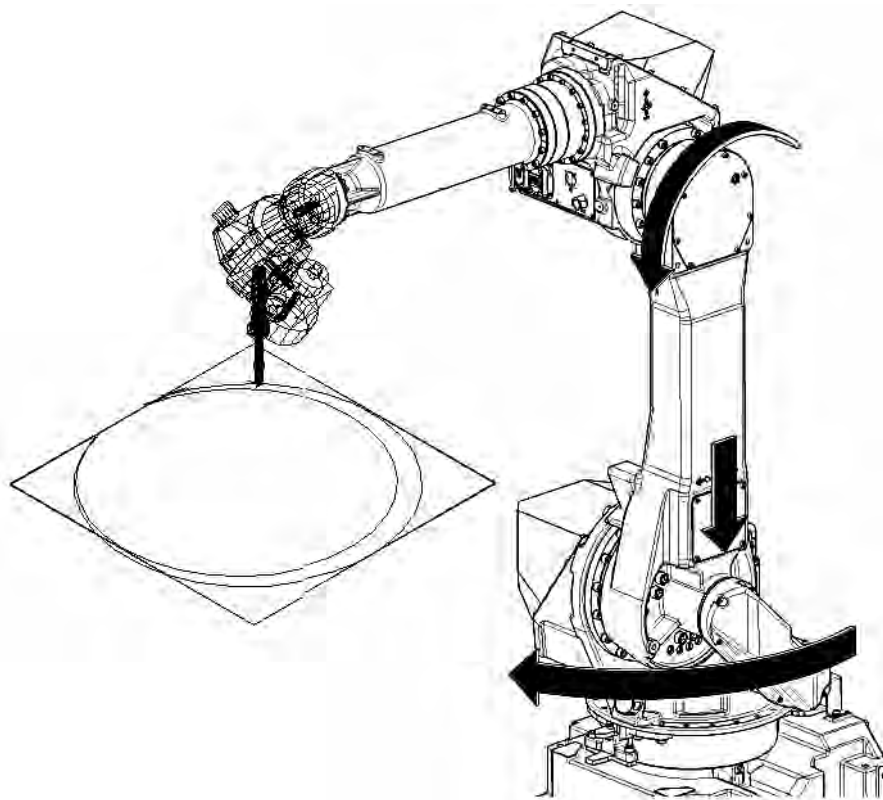


Рис. 5. Промышленный робот-манипулятор Fanuc 710iC/50 в процессе лазерной резки кругового контура

Решение обратной задачи кинематики выполнялось при фиксированных значениях индикаторов конфигурации. Для оптимизации траектории использовались критерии качества (19), (21), (22). Примеры полученных оптимальных решений для углов кисти q_4 , q_5 и q_6

показаны на рис. 6, при вращении режущего инструмента в диапазоне изменения угла ориентации $\gamma \in (-\pi; \pi]$. Эксперименты показывают, что при минимальном значении критерия качества J_s значения других критериев также до-



статочны малы, что позволяет определить данный критерий главным при реализации сглаженной траектории ре-

жущего инструмента при его движении по круговому контуру.

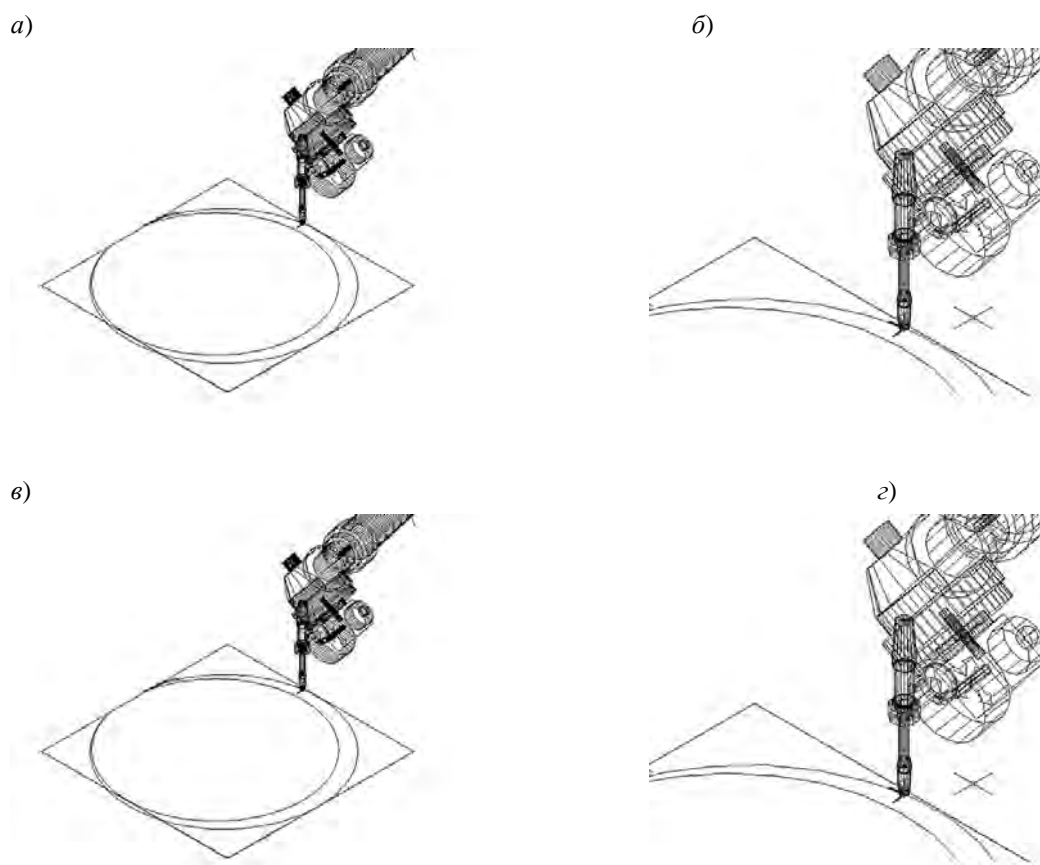


Рис. 6. Оптимальные решения для углов кисти q_4 , q_5 и q_6 робота-манипулятора Fanuc 710iC/50

Выводы

В данной работе выполнена формализация технических требований по качеству траекторий роботизированной лазерной резки и сформулирован векторный критерий оптимальности, учитывающий максимальный размах и смещение углов в сочленениях, объем движений робота и максимальную угловую скорость вращения сочленений. Разработан метод решения задачи оптимизации, основанный, в отличие от известных, на представлении пространства поиска в виде направленного графа и позволяющий найти множество опти-

мальных решений по векторному критерию для искомой траектории лазерной резки. Данный метод позволяет эффективно синтезировать гладкие траектории лазерной резки с учетом ограничений, накладываемых системами управления роботами-манипуляторами.

Выполнено исследование эффективности предложенного метода и показана его эффективность при синтезе траектории лазерной резки. Установлено, наиболее значимыми элементами векторного критерия качества являются элементы, представляющие объем движения по углам в сочленениях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Moharana, B.** Optimization and Design of a Laser-Cutting Machine using Delta Robot / B. Moharana, R. Gupta, B. K. Kushawaha // International Journal of Engineering Trends and Technology. – 2014. – Vol. 10, № 4. – P. 176–179.
2. **Geiger, M.** Integration of Laser Material Processing into the Computer-Aided Product and Process Development / M. Geiger, A. Kach // Proceedings of the 3rd International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering. – Montréal: Presses Internationales Polytechnique, 2000. – P. 69.
3. **Dolgui, A.** Manipulator motion planning for high speed robotic laser cutting / A. Dolgui, A. Pashkevich // International Journal of Production Research. – Taylor and Francis. – London, 2009. – Vol. 47, № 20. – P. 5691–5715.
4. **Dolgui, A.** Manufacturing process planning for laser cutting robotic systems / A. Dolgui, A. Pashkevich // Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea, July 6–11, 2008. – P. 14822–14827.
5. Методы и алгоритмы планирования траекторий роботов-манипуляторов для лазерной резки / М. М. Кожевников, О. А. Чумаков, В. М. Шеменков, И. Э. Илюшин // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2019. – № 2. – С. 4–13.
6. **Чумаков, О. А.** Оптимизация перемещений инструмента робота / О. А. Чумаков, С. В. Снисаренко // Информационные технологии и управление: материалы 54 науч. конф. аспирантов, магистрантов и студентов, Минск, 23–27 апр. 2018 г. – Минск: БГУИР, 2018. – С. 20–21.

Статья сдана в редакцию 24 марта 2020 года

Михаил Михайлович Кожевников, канд. техн. наук, Могилевский государственный университет продовольствия. Тел.: +375-222-64-96-76.

Олег Анатольевич Чумаков, канд. техн. наук, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники. Тел.: +375-172-93-86-73.

Владимир Михайлович Шеменков, канд. техн. наук, Белорусско-Российский университет. Тел.: +375-222-23-02-53.

Игорь Эдуардович Илюшин, Могилевский государственный университет продовольствия. Тел.: +375-222-64-96-76.

Анна Александровна Юркина, Могилевский государственный университет продовольствия. Тел.: +375-222-64-96-76.

Mikhail Mikhailovich Kozhevnikov, PhD (Engineering), Mogilev State University of Food Technologies. Тел.: +375-222-64-96-76.

Oleg Anatolievich Chumakov, PhD (Engineering), Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics. Тел.: +375-172-93-86-73.

Vladimir Mikhailovich Shemenkov, PhD (Engineering), Belarusian-Russian University. Тел.: +375-222-23-02-53.

Igor Eduardovich Pushin, Mogilev State University of Food Technologies. Тел.: +375-222-64-96-76.

Anna Aleksandrovna Jurkina, Mogilev State University of Food Technologies. Тел.: +375-222-64-96-76.

