

УДК 621.317.4; 621.317; 004.942

## УПРАВЛЕНИЕ СЛОЖНОСТЬЮ АНАЛИЗА МАГНИТНЫХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНВАРИАЦИИ

*И. Т. СКУРТУ, И. И. БРАНОВИЦКИЙ*

Институт прикладной физики НАН Беларуси  
Минск, Беларусь

UDC 621.317.4; 621.317; 004.942

## MAGNETIC CIRCUITS ANALYSIS COMPLEXITY CONTROL BY MEANS OF GEOMETRIC INVARIATION

*I. T. SKURTU, I. I. BRANOVITSKY*

**Аннотация.** Рассматривается подход к снижению размерности конечно-элементных моделей магнитных цепей, основанный на анализе эквивалентной по поведению, но более простой, чем в исходной задаче, геометрии (геометрическая инвариация). На примере анализа задачи обнаружения короткозамкнутых витков показывается серия поэтапных упрощений, приводящая к снижению вычислительных затрат более чем на три порядка по сравнению с прямым конечноэлементным моделированием.

**Ключевые слова:** магнитная цепь, конечноэлементное моделирование, снижение размерности.

**Abstract.** The approach to reducing the dimension of the fem models of magnetic circuits based on an analysis of the circuit with simpler geometry (but with equivalent behavior) is considered. On the example of analysis of the problem of short-circuited turns detecting a series of step-by-step simplifications which leads to a reduction in computational costs by more than three orders compared to direct finite element modeling is shown.

**Key words:** magnetic circuit, finite element modeling, dimension reducing.

Нелинейность реальных задач неразрушающего контроля и прикладной физики в целом создает значительные сложности при моделировании. Часто сразу несколько нелинейных факторов определяют поведение системы, значительно замедляя и усложняя сходимость численных методов.

Прямая линеаризация в нелинейных задачах (например, работа с постоянной магнитной проницаемостью) не всегда допустима. Тем не менее зачастую целью исследования является изучение поведения части системы. В таких случаях можно понижать размерность задачи с помощью специального нелинейного преобразования, связывающего пространство состояний части системы с пространством состояний системы пониженной размерности. В общем случае понижение размерности конечноэлементной задачи выражается в уменьшении числа степеней свободы (количества переменных в системе уравнений), что может достигаться как непосредственным понижением геометрической размерности (например,

переход из 3D в 2D для осесимметричных задач), так и рассмотрением эквивалентной задачи той же размерности, имеющей другую геометрию. Именно геометрия в сочетании со скоростью пространственного изменения (градиента) рассматриваемой величины определяет требования к параметрам сети конечных элементов (их количество задает количество неизвестных в системе уравнений). Численное моделирование в случае задач с известным решением (например, классических либо вошедших в отраслевые справочники) позволяет провести предварительную верификацию ресурсосберегающего метода, а затем распространить его на задачу, размерность для которой нужно снизить. В этом и заключается геометрическая инвариация – сохранение информативных характеристик поведения системы при изменении её геометрии.

В качестве примера рассмотрим задачу обнаружения короткозамкнутого витка малого диаметра на тороидальном магнитопроводе. Специфика задачи – в малом диаметре провода обмотки (порядка 0,1 мм) и большом количестве (до 10000) исправных витков, что делает невозможным выявление такого витка стандартным методом (по току холостого хода). В этом случае требуемая точность измерения тока значительно превышает достижимую точность измерения электрических величин в цепях с магнитным сердечником.

Постановкой задачи является определение условий, при которых влияние одного короткозамкнутого витка становится значимым.

Если рассматривать намагничивание тороидального магнитопровода одиночным витком с током (при условии, что по остальным виткам в обмотке ток не протекает), то распределение магнитной индукции по окружности быстро становится однородным уже при проницаемостях порядка 50...500 (рис. 1).

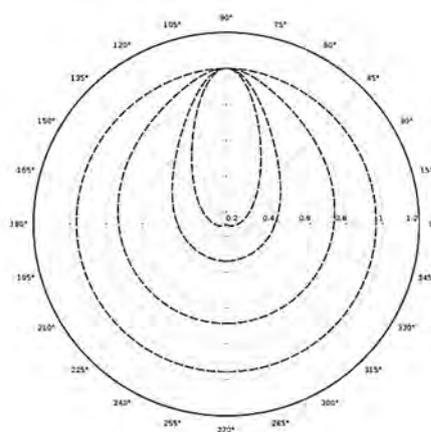


Рис. 1. Относительное распределение магнитной индукции по средней линии тороидального сердечника при различных проницаемостях: 1, 10, 50, 500. Намагничивание осуществляется единичным витком, облегающим сечение по малому радиусу. Внутренняя пунктирная линия соответствует единичной проницаемости; внешняя – 500

Наибольшая неоднородность наблюдается при единичной проницаемости. Таким образом, необходимо обеспечить снижение проницаемости сердечника, например, за счет введения его в насыщение и/или перемагничивания повышенной частотой. Снижение проницаемости с одной стороны увеличивает неоднородность распределения индукции по сечению, а с другой – снижает отношение сигнал/шум для ЭДС самоиндукции (и тока) КЗ-витка. При этом рост частоты увеличивает соотношение сигнал/шум, а также снижает намагничивающий ток вследствие роста импеданса нагрузки. Также параметры рабочей точки не должны приводить к перегреву изделия.

Для упрощения разработки и отладки оборудования неразрушающего контроля следует определить оптимальный набор информативных параметров. В данной задаче частота и амплитуда сигнала перемагничивания являются параметрами, управление которыми наиболее технологично (с учетом проведения остальных испытаний).

Изменение частоты перемагничивания способно очень сильно влиять на размерность задачи, поскольку накладывает ограничения на максимальный размер конечного элемента (он должен быть в 3 раза меньше, чем толщина скин-слоя). Применение эквивалентных кривых намагничивания, отражающих поведение материала (зависимость амплитуды средней по сечению магнитной индукции от амплитуды внешнего магнитного поля) на определенных частотах, позволяет моделировать материал с нулевой электропроводностью, устраняя скин-эффект, как фактор нелинейности. Такой подход снижает общую размерность задачи в сотни раз.

Витой магнитопровод, являющийся типовым для рассматриваемой задачи, может иметь до пятидесяти слоев стали, навитых друг на друга. Исключение из рассмотрения межслоевого взаимодействия (рассмотрение одного витка из пятидесяти) мало влияет на точность получения эквивалентной кривой намагничивания, необходимую для оценки поведения этой магнитной цепи.

Типовая конфигурация для получения эквивалентных кривых намагничивания может быть следующей:

- 1) осесимметричная двухмерная задача;
- 2) намагничивание производится одиночным током, текущим по оси симметрии объекта (отличия по уровню магнитной индукции от намагничивания тороидальной обмоткой менее 10 %; при этом центрально-симметричное намагничивание намного проще формализуется и позволяет избежать проблем сходимости в случае использования токонесущей поверхности для описания сечения тороидальной обмотки);

3) наблюдение ведется за сечением кольца, выполненного из стали 3408 (холоднокатаная, электротехническая, анизотропная). Габариты кольца: внутренний диаметр 60 мм, толщина 0,3 мм, высота 10 мм;

4) в качестве основной кривой намагничивания закладывается квазистатическая характеристика, взятая из [1];

5) в качестве результата измерения амплитуды магнитной индукции принимается максимум средней по сечению магнитной индукции за период перемагничивания;

6) в качестве результата измерения амплитуды внешнего магнитного поля принимается максимум среднего по линии над верхней гранью сечения магнитного поля за период перемагничивания. Воспроизводится измерительный принцип катушки поля в отсутствии помех. Расстояние от линии до грани – 0,01 мм;

7) намагничивание производится синусоидальным током. При этом магнитный поток в сечении образца несинусоидален;

8) плотность разбиения для частоты 50 Гц составляет порядка 250 вершин/мм<sup>2</sup> (треугольные элементы).

Полученные численные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными [1] для этого же материала на частоте 50 Гц.

Следующим после верификации шагом может являться уменьшение сечения кольца до размеров 0,3 × 0,3 мм. Это позволяет значительно снизить число конечных элементов в разбиении. Значения расчетной кривой намагничивания (РКН) при этом изменятся в сторону более высоких индукций, однако характер поведения полностью сохранится. Для того чтобы максимально приблизить значения РКН к экспериментальным, следует в свойствах стали повысить электропроводность (на сколько именно – можно узнать за несколько быстрых расчетов). Это приведет к росту уровня вихревых токов и снижению индукции. Причем увеличение числа конечных элементов для корректного воспроизведения градиента индукции будет в разы меньше, чем снижение их числа за счет уменьшения геометрии. Это позволяет рассчитывать кривые намагничивания на других частотах намного быстрее.

Далее для оценки поведения магнитопровода с одним короткозамкнутым витком можно использовать 2D-приближение – сечение трубы с короткозамкнутым витком в виде противотока, смещенного от центра к периферии. В этом случае будет перемагничиваться только внутренняя часть кольца, поскольку распространение магнитного поля в этой постановке ограничивается экранирующим воздействием самого сечения (дистанция течения тока совпадает с длиной трубы). В этом случае РКН можно корректировать, вводя линейные множители для всей кривой сразу.

Метод геометрической инвариации позволяет сокращать вычислительные затраты за счет сведения задачи к анализу «минимальной» геометрии путем выбора закладываемых в расчет свойств среды. Находя баланс между эквивалентной электропроводностью и магнитной проницаемостью, можно на три-четыре порядка снижать размер итоговой конечноэлементной задачи.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Молотилев, Б. В.** Холоднокатаные электротехнические стали / Б. В. Молотилев, Л. В. Миронов, А. Г. Петренко. – Москва: Металлургия, 1989. – 168 с.

E-mail: [branovitsky@iaph.bas-net.by](mailto:branovitsky@iaph.bas-net.by).