

УДК 535.2:621.372.8

**СТРУКТУРНАЯ ОКРАСКА СИНТЕТИЧЕСКИХ  
ФОТОННО-КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ВОЛОКОН С КЛАСТЕРНОЙ  
КОМПОНОВКОЙ ВОЗДУШНЫХ КАНАЛОВ**

***А. В. ШИЛОВ, А. Б. СОТСКИЙ***

Могилевский государственный университет им. А. А. Кулешова  
Могилёв, Беларусь

UDC 535.2:621.372.8

**STRUCTURAL COLORING OF SYNTHETIC  
PHOTONIC-CRYSTALLINE FIBERS WITH A CLUSTERED  
COMPOSITION AIR CHANNELS**

***A. V. SHILOV, A. B. SOTSKY***

**Аннотация.** Рассмотрена проблема достижения выраженной структурной окраски синтетических фотонно-кристаллических волокон. Показано, что возможный путь ее решения – использование кластерной компоновки внутренних воздушных каналов волокна.

**Ключевые слова:** структурная окраска, фотонно-кристаллическое волокно, сечение рассеяния, зонная теория.

**Abstract.** The problem of achieving a pronounced structural color of synthetic photonic-crystal fibers is considered. It is shown that a possible way of its solution is the use of a cluster arrangement of the internal air channels of the fiber.

**Key words:** structural coloration, photonic crystal fiber, scattering cross section, band gap.

Анализ природных объектов, имеющих выраженную структурную или дифракционную окраску [1–3], показывает, что для интенсивного рассеивания некоторого достаточно узкого участка видимого спектра (порядка 100...200 нм); характерный размер рассеивающих частиц или неоднородностей поверхности должен быть сравнимым или даже в несколько раз меньше длины волны света, испытывающего рассеяние [1–3]. Например, в работе [3], исследовав микроскопическую структуру чешуек крыльев ярко окрашенной бабочки вида *Morpho sulkowskyi*, авторы определили, что толщины чередующихся пластинок с воздушными прослойками, равны 65 и 150 нм соответственно. Эти элементы эффективно рассеивают световые волны синего участка спектра с центральной длиной волны 0,495 мкм. С другой стороны, в [4, 5] было показано, что дифракционное рассеяние света синтетическим фотонно-кристаллическим волокном (ФКВ) с гексагональной внутренней структурой периода  $\Lambda = 2,5$  мкм и с диаметром воздушных каналов  $d = 0,6$  мкм (рис. 1, а) низко контрастно, поскольку наблюдается в достаточно широкой области спектра. Из сказанного ясно, что улучшения качества структурной окраски ФКВ можно ожидать на пути уменьшения размеров  $\Lambda$  и  $d$ . Возможным

способом такого уменьшения с сохранением общего диаметра волокна не менее 20 мкм (последнее условие важно с позиций потребительских свойств волокна) является переход к кластерной внутренней структуре ФКВ (рис. 1, б). Соответствующие оценки представлены в настоящей работе. Для их получения мы развили известный метод функций Грина [4, 5], который в своей исходной форме к расчету ФКВ с кластерной структурой не применим в виду аппаратного ограничения на выделение оперативной памяти для хранения элементов трехмерных массивов матриц рассеяния, размер которых неуклонно возрастает с увеличением числа воздушных каналов в оболочке.

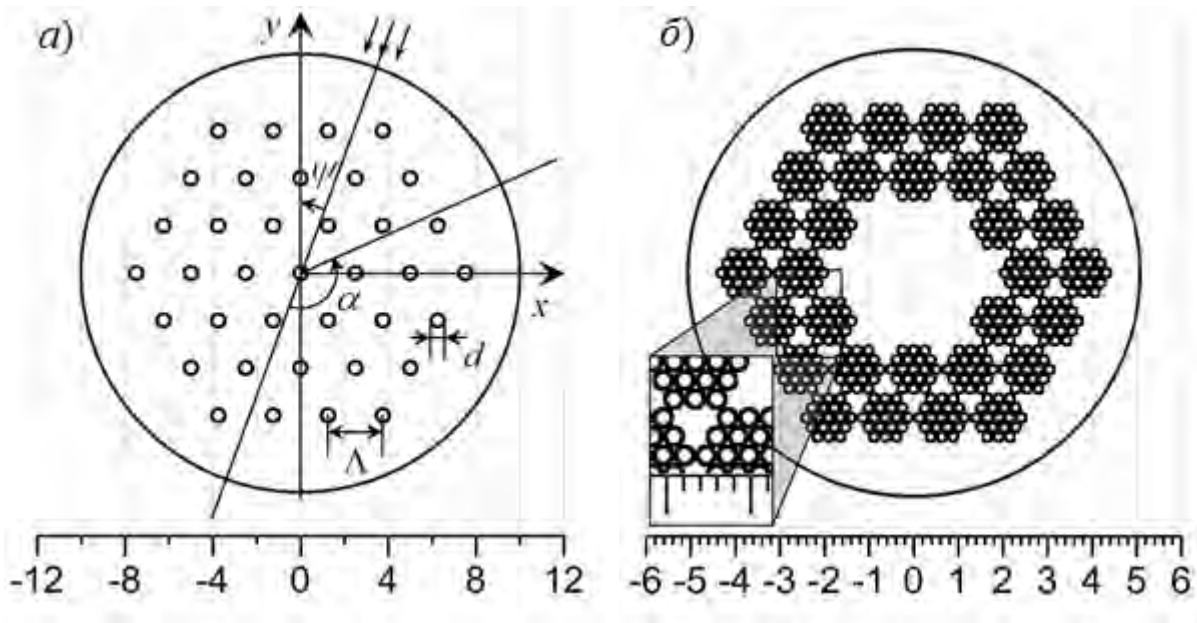


Рис. 1. Сечение ФКВ с одиночными круглыми воздушными каналами (а) и кластерной структурой воздушных каналов (б) в диэлектрической матрице. Оцифровка шкал дана в микронах

Ограничение на выделение оперативной памяти можно преодолеть, если в сечении волокна выделить одинаковые области или кластеры, которые могут содержать один или несколько, вплоть до нескольких десятков, воздушных каналов с различной формой и ориентацией поперечного сечения (см. рис. 1, б). В таком случае продольные компоненты поля  $H_z$  и  $E_z$  волн ТМ и ТЕ поляризации, рассеянные кластером, вычисляются однократно, а ориентация различных кластеров учитывается при алгебраизации дифракционной задачи методом функций Грина. Алгоритм расчёта рассеянных полей сводится к отдельному расчёту матриц рассеяния падающих волн ТЕ- и ТМ-поляризации сначала для одного кластера, а затем и для всего ФКВ. При этом осуществляется учёт взаимодействия полей между всеми кластерами и внешней границей ФКВ.

Конечной целью является получение алгебраической системы уравнений для всего волокна в виде:

$$B_\nu = S_{\nu\mu} A_\mu, \quad (1)$$

где  $S_{\nu\mu}$  – глобальная матрица рассеяния всего волокна,  $B_\nu$  – амплитуды функций Ханкеля рассеянного поля на внешней границе волокна;  $A_\mu$  – амплитуды функций Бесселя для падающего поля плоской волны, которые считаются известными.

Как известно [5, 6], степень структурной окраски ФКВ определяется интенсивностью и монохроматичностью рассеянного света в дальней зоне при условии освещения ФКВ неполяризованным светом от удаленного точечного источника. Поэтому имеет смысл исследовать погонное дифференциальное поперечное сечение рассеяния вида

$$\sigma(\alpha) = 0.5[\sigma_p(\alpha) + \sigma_s(\alpha)], \quad (2)$$

где  $\alpha$  – угол наблюдения, отсчитанный от нормали к волновому фронту падающего пучка, а  $\sigma_p(\alpha)$  и  $\sigma_s(\alpha)$  – погонные дифференциальные поперечные сечения рассеяния плоских волн ТМ- и ТЕ-поляризации вида

$$\sigma_{p,s}(\alpha) = \lim_{\rho \rightarrow \infty} 2\pi\rho |H_z, E_z|^2. \quad (3)$$

Если падающее поле на внешней границе волокна представить рядами по функциям Бесселя с амплитудами  $A_\mu = \exp[i\mu(\psi - \pi)]$  ( $\psi$  – угол ориентации волокна по отношению к волновому фронту падающей плоской волны (см. рис. 1, а)) и воспользоваться известными асимптотиками для функций Ханкеля [7], представляющих рассеянное поле, то (3) приводится к виду:

$$\sigma_{p,s}(\alpha) = \frac{4}{k_0 \sqrt{\varepsilon_a}} \left| \sum_{\nu=-n}^n \exp(i\nu\alpha) \sum_{\mu=-n}^n S_{\nu\mu}^{(p),(s)} \exp[i(\mu - \nu)(\psi - \pi)] \right|^2, \quad (4)$$

где под  $S_{\nu\mu}^{(p)}$  и  $S_{\nu\mu}^{(s)}$  понимаются глобальные матрицы рассеяния всего волокна, относящиеся к волнам ТМ- и ТЕ-поляризации, фигурирующие в (1) соответственно.

В текстильной промышленности представляет интерес оценка окраски ФКВ, находящегося на черном фоне [8]. Ее можно охарактеризовать интегральным погонным поперечным сечением рассеяния ФКВ вида

$$\sigma_i = \frac{1}{2\pi} \int_{0.5\pi}^{1.5\pi} \sigma(\alpha) d\alpha. \quad (5)$$

Если ориентация ФКВ в ткани является случайной, окраску ткани можно охарактеризовать дифференциальным сечением рассеяния  $\bar{\sigma}(\alpha)$  и интегральным сечением  $\bar{\sigma}_i$ , усредненным по  $\psi$  :

$$\bar{\sigma}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma(\alpha) d\psi, \quad \bar{\sigma}_i = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sigma_i d\psi = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} d\psi \int_{0.5\pi}^{1.5\pi} \sigma(\alpha) d\alpha. \quad (6)$$

Введем в рассмотрение величину

$$K_\sigma = \left[ (\bar{\sigma}_i)_{\max} - (\bar{\sigma}_i)_{\min} \right] / (\bar{\sigma}_i)_{\max}, \quad (7)$$

характеризующую контраст наблюдаемой структурной окраски ФКВ. Здесь  $(\bar{\sigma}_i)_{\max}$  и  $(\bar{\sigma}_i)_{\min}$  - максимальное и минимальное значения интегрального сечения рассеяния, усредненного по углам  $\alpha$  и  $\psi$  по формуле (6).

По описанному алгоритму расчёта дифракционных полей на границе волокна с кластерным сечением создано приложение на языке Fortran 90. С целью усиления структурной окраски ФКВ производился поиск по нормированным на длину волны периоду гексагональной симметрии  $\Lambda / \lambda$  и диаметру каждого воздушного канала  $d / \lambda$ . В качестве материала оболочки выбран полиэтилентерефталат (PETF) с диэлектрической проницаемостью оболочки  $\varepsilon_s = (1,576)^2$  [4,5], окружающая среда - воздух. Для упрощения и ускорения расчётов рассматривался один кластер, состоящий из 19 воздушных каналов с гексагональным расположением, находящийся в среде с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_s$ . Данное условие аналогично рассмотрению сечений рассеяния отдельного кластера в системе волокна, состоящего из нескольких кластеров. В ходе данного поиска максимальные значения  $\sigma(\alpha)$  и  $\sigma_i$  были обнаружены при значениях  $\Lambda / \lambda = 0,45$ ,  $d / \lambda = 0,3666$ . Если выбрать в качестве рабочего цвета окраски ФКВ зелёный с длиной волны  $\lambda = 0,564$  мкм (данное значение соответствует максимуму чувствительности человеческого глаза [5]), то оптимальные период и диаметр воздушных каналов равны  $\Lambda = 0,254$  мкм,  $d = 0,207$  мкм. Поперечное сечение ФКВ, состоящего из 30 кластеров, центры которых подчиняются гексагональной симметрии с указанными оптимальными размерами воздушных каналов, приведено на рис. 1, б.

Расчетные угловые и спектральные распределения дифференциальных и интегральных сечений рассеяния, а также интерполированные полиномом кривые для данного волокна и для конфигурации ФКВ из [5] представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, а,  $\bar{\sigma}(\alpha)$  вида (6) достигает своего максимума при угле наблюдения  $\alpha = \pi$ , что объясняется мощной резонансной связью на

центральной длине волны  $\lambda_0 = 0,564$  мкм между всеми кластерами, составляющими волокно. Данный эффект может быть объяснен зонной теорией двумерных фотонных кристаллов, в соответствии с которой найденные оптимальные значения периода решетки и радиуса отверстий воздушных каналов обеспечивают при отражении падающего светового поля работу ФКВ в неполной запрещенной зоне.

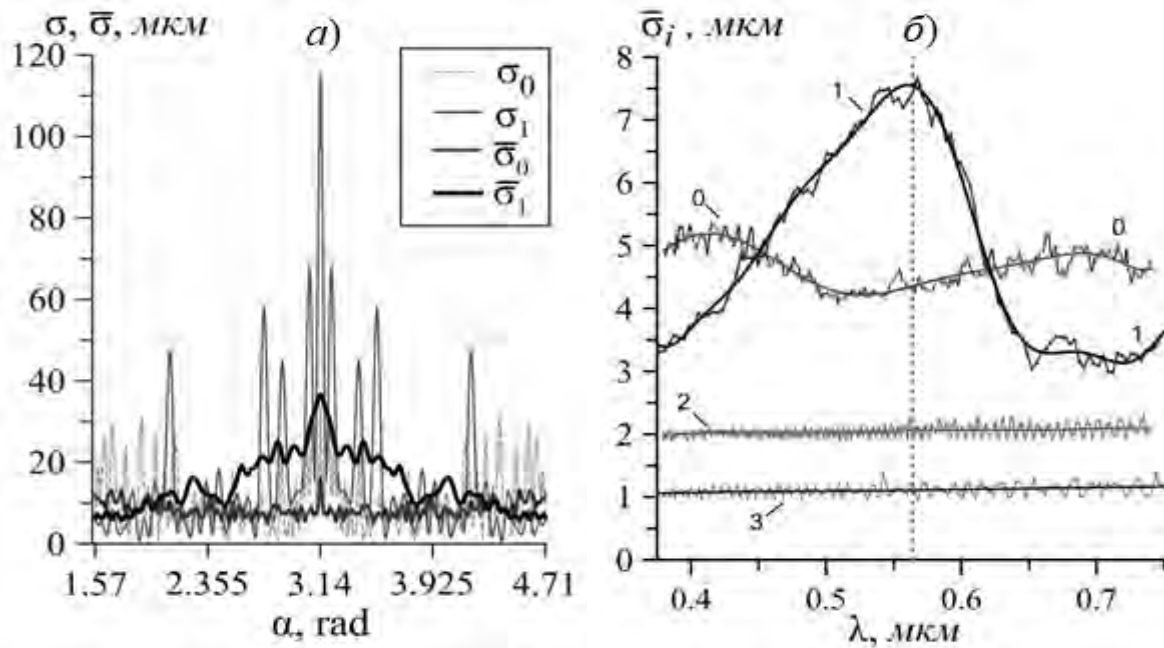


Рис. 2. Угловые зависимости дифференциальных (а) сечений рассеяния  $\bar{\sigma}(\alpha)$  на длине волны  $\lambda_0 = 0,564$  мкм и спектральные зависимости интегральных (б) сечений рассеяния  $\bar{\sigma}_i$  для ФКВ. Номера кривых соответствуют: 0 – ФКВ, исследованному в [5]; 1 – оптимизированному кластерному ФКВ; 2, 3 – однородному волокну с диаметрами 20 мкм, и 10 мкм соответственно

Также из рис. 2, а можно сделать вывод, что в диапазоне углов наблюдения  $0,75\pi \leq \alpha \leq 1,20\pi$  (или  $135^\circ \leq \alpha \leq 216^\circ$ ) значения  $\bar{\sigma}_1(\alpha)$  больше в 2–3 раза значений  $\bar{\sigma}_0(\alpha)$ . Данное обстоятельство представляет практический интерес, т. к. в реальных условиях наблюдать окрашивание в направлении, обратном к направлению падающего излучения, чрезвычайно сложно.

Как следует из рис. 2, б зависимости интегральных сечений рассеяния  $\bar{\sigma}_i(\lambda)$  для волокон без воздушных каналов (номера кривых 2 и 3) не имеют экстремумов и отличаются усредненными значениями, соотношение которых пропорционально отношению диаметров волокон. По сравнению с ними остальные кривые имеют выраженные экстремумы. Для оптимизированной конфигурации  $K_{\sigma,1} = 60\%$ , что в 3 раза больше, чем для случая ФКВ, рассмотренного в [5] ( $K_{\sigma,0} = 19\%$ ). Кроме того, значение максимума

сечения рассеяния  $\bar{\sigma}_i(\lambda)$  для кривой 1 в полтора раза больше, чем максимум кривой 0, несмотря на то, что общий диаметр волокна, соответствующего кривой 1, меньше в два раза, чем представленный в [5]. Отсюда следует вывод об успешной оптимизации параметров ФКВ. Также успешность поиска оптимальных параметров синтетических волокон для получения выраженной структурной окраски можно подтвердить фактом резкого спада значения  $\bar{\sigma}_i(\lambda)$  при удалении от центральной длины волны  $\lambda_0 = 0,564$  мкм, на которой проводилась оптимизация.

Таким образом, в качестве критериев оптимизации параметров ФКВ с позиций получения их выраженной структурной окраски можно выбрать два условия. Первым из них является наблюдение максимумов дифференциального и интегрального сечений рассеяния в диапазоне углов наблюдения  $0,5\pi \leq \alpha \leq 1,5\pi$ . Вторым условием является попадание параметров ФКВ в неполную запрещенную зону фотонного кристалла при отражении падающего излучения на длине волны  $\lambda_0$ , а при удалении от значения  $\lambda_0$  – в разрешенные зоны. Значение  $\lambda_0$  нужно выбирать исходя из необходимого преобладающего цвета ФКВ.

Работа выполнена при поддержке гранта МО ГР № 20190693 «Разработка методов расчета и оптимальное проектирование фотонно-кристаллических волокон со структурной окраской».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Shao, J.** Biomimetic nanocoatings for structural coloration of textiles / J. Shao, G. Liu, L. Zhou // *Active Coatings for Smart Textiles*. – 2016. – P. 269–299.
2. **Zeng, Q.** Rapid fabrication of robust, washable, self-healing superhydrophobic fabrics with non-iridescent structural color by facile spray coating / Q. Zeng // *RSC Advances*. – 2017. – Vol. 7 (14). – P. 8443–8452.
3. Theoretical and experimental analysis of the structural pattern responsible for the iridescence of Morpho butterflies / R. H. Siddique, S. Diewald, J. Leuthold, H. Hölscher // *Optic Express*. – 2013. – Vol. 21, № 12. – P. 14351–14361.
4. **Сотский, А. Б.** Дифракция светового пучка на микроструктурном волокне / А. Б. Сотский, О. А. Бельская, Л. И. Сотская // *Компьютерная оптика*. – 2014. – Т. 38, № 1. – С. 11–19.
5. **Сотский, А. Б.** Моделирование структурной окраски фотонно-кристаллического волокна / А. Б. Сотский, О. А. Бельская, Л. И. Сотская // *Оптика и спектроскопия*. – 2015. – Т. 118, № 5. – С. 847–854.
6. **Иванов Е. А.** Дифракция электромагнитных волн на двух телах / Е. А. Иванов. – Минск: Наука и техника, 1968. – 584 с.
7. **Абрамовиц, М.** Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган. – Москва: Наука, 1979. – 830 с.
8. Color-changing and color-tunable photonic bandgap fiber textiles / B. Gauvreau [et al.] // *OPTICS EXPRESS*. – 2008. – Vol. 16, № 20. – P. 15677–15693.