

МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Автомобильные дороги»

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов специальности 1-70 80 01 «Строительство
зданий и сооружений» дневной и заочной форм обучения*



Могилев 2020

УДК 167.2
ББК 38.0
П75

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Автомобильные дороги» «31» марта 2020 г.,
протокол № 8

Составители: канд. техн. наук, доц. В. В. Кутузов;
д-р техн. наук, проф. С. А. Рынкевич

Рецензент канд. техн. наук, доц. О. В. Голушкова

Методические рекомендации предназначены к практическим занятиям по дисциплине «Планирование эксперимента и статистическая обработка экспериментальных данных» для студентов специальности 1-70 80 01 «Строительство зданий и сооружений».

Учебно-методическое издание

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА И СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Ответственный за выпуск	В. В. Кутузов
Корректор	А. А. Подошевка
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 21 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2020

Содержание

Введение.....	4
1 Практическая работа № 1. Однофакторный эксперимент.....	5
2 Практическая работа № 2. Получение математической зависимости параметра оптимизации методом наименьших квадратов	8
3 Практическая работа № 3. Полный факторный эксперимент.....	9
4 Практическая работа № 4. Методика получения зависимости степенного вида	11
5 Практическая работа № 5. Методика исследований получения параметра оптимизации в виде полинома второй степени.....	12
6 Практическая работа № 6. Оценка точности обработки по методу Гаусса, Симпсона и равной вероятности	13
Список литературы	14

Введение

Учебный план подготовки студентов по специальности 1-70 80 01 «Строительство зданий и сооружений» предусматривает изучение дисциплины «Планирование эксперимента и статистическая обработка экспериментальных данных».

Целью учебной дисциплины является ознакомление студентов с базовыми определениями и понятиями экспериментальных исследований, методикой планирования и организации экспериментальных исследований, с принципами анализа и обработки данных, изучение типичных примеров применения современных методов обработки результатов экспериментальных исследований.

Задачами учебной дисциплины являются:

- освоение специфической терминологии математической теории планирования эксперимента;
- изучение теории планирования пассивных и активных экспериментов;
- проведение экспериментов для решения инженерно-технических задач.

Практические работы являются обязательной составной частью учебного процесса при изучении дисциплины и позволяют закрепить на практике полученные теоретические знания.

Индивидуальные задания по практическим работам выбираются в зависимости от тематики диссертации и проводимых исследований студентом. С учетом этого, а также большого количества информации по теме планирования эксперимента и статистической обработке экспериментальных данных, в данных методических указаниях вместо подробного разбора определенных тематик из-за ограниченного объема приводятся преимущественно ссылки на первоисточники [1–34] с кратким описанием по каждой работе, из которых студент будет брать необходимую информацию и выполнять индивидуальные задания.

Для всех работ индивидуальным заданием для студентов является разбор каждого из методов применительно к его тематике диссертации.

Выполненная практическая работа оформляется в виде отчёта, в котором кратко излагается методика выполнения работы и выполненный расчет в соответствии с тематикой диссертации.

Практические работы защищаются по мере их выполнения. После защиты всех работ, выполненных в семестре, студент получает допуск к сдаче зачёта.

1 Практическая работа № 1. Однофакторный эксперимент

Цель работы: ознакомиться с методикой однофакторного эксперимента.

Эксперимент – это научно поставленный опыт, наблюдение исследуемого явления в установленных условиях, позволяющих следить за ходом явления и неоднократно воспроизводить его при повторении этих условий. Эксперимент является основой научного познания, на котором основываются выводы науки. Лишь эксперимент позволяет подтвердить или опровергнуть научную версию.

Как и любая другая научная дисциплина, организация и планирование эксперимента имеют свою строго определенную структуру, во многом регламентируемую стандартами (ГОСТ 15895, ГОСТ 16504, ГОСТ 24026).

По ГОСТ 24026 эксперимент трактуется как система операций, воздействий, наблюдений, направленных на получение информации об объекте исследования. Он включает в себя ряд опытов, в процессе которых происходит воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях с обеспечением возможности регистрации результатов каждого опыта. Условия опытов задаются уровнями факторов, или значениями независимых переменных величин, влияющих, по мнению экспериментатора, на объект исследования. По результатам опыта устанавливается значение отклика, или зависимой переменной, по предположению зависящей от принятых факторов. В результате эксперимента определяется зависимость математического ожидания отклика от факторов.

Необходимо отметить, что любой эксперимент предполагает проведение тех или иных опытов.

Опыт – воспроизведение исследуемого явления в определенных условиях проведения эксперимента при возможности регистрации его результатов.

По цели проведения и форме представления полученных результатов эксперимент делят на качественный и количественный.

Качественный эксперимент устанавливает только сам факт существования какого-либо явления, но при этом не дает никаких количественных характеристик объекта исследования. Любой эксперимент, каким бы сложным он ни был, всегда заканчивается представлением его результатов, формулировкой выводов, выдачей рекомендаций. Эта информация может быть выражена в виде графиков, чертежей, таблиц, формул, статистических данных или словесных описаний. Качественный эксперимент как раз и предусматривает именно словесное описание его результатов. Зачастую качественный эксперимент существенно проще количественного и не требует специальной аппаратуры.

Количественный эксперимент не только фиксирует факт существования того или иного явления, но, кроме того, позволяет установить соотношения между количественными характеристиками явления и количественными характеристиками способов внешнего воздействия на объект исследования.

Количественный эксперимент, прежде всего, предполагает количественное определение всех тех способов внешнего воздействия на объект исследования, от которых зависит его поведение – количественное описание всех факторов.

Фактор – переменная величина, по предположению влияющая на результаты эксперимента.

В отдельном конкретном опыте каждый фактор может принимать одно из возможных своих значений – уровень фактора.

Уровень фактора – фиксированное значение фактора относительно начала отсчета.

В количественном эксперименте необходимо не только регистрировать уровни всех контролируемых факторов, но и иметь возможность устанавливать количественное описание того свойства (отклика) исследуемого явления, которое изучает (наблюдает) экспериментатор. Поскольку на объект исследования в процессе эксперимента всегда влияет огромное количество неконтролируемых факторов, что вносит в получаемые результаты некоторый элемент неопределенности, значение отклика, в каждом конкретном опыте, невозможно предсказать заранее. Поэтому воспроизведение исследуемого явления при одном и том же фиксированном наборе уровней всех контролируемых факторов всегда будет приводить к различным значениям отклика, т. е. отклик – это всегда случайная величина.

Отклик – наблюдаемая случайная переменная, по предположению зависящая от факторов

Функция отклика – зависимость математического ожидания отклика от факторов.

Пассивный эксперимент – эксперимент, при котором уровни факторов в каждом опыте регистрируются исследователем, но не задаются. Поскольку при пассивном эксперименте исследователь не имеет возможность задать уровень ни одного из факторов, то при проведении опытов ему остается лишь «пассивно» наблюдать за явлением и регистрировать результаты.

Планирование пассивного эксперимента сводится к определению числа опытов, которые необходимо провести исследователю для решения поставленной перед ним задачи, а конечной целью пассивного эксперимента в большинстве случаев является получение функции отклика.

Если же экспериментатор имеет возможность не только контролировать факторы, но и управлять ими, то такой эксперимент носит название активного.

Активный эксперимент – эксперимент, в котором уровни факторов в каждом опыте задаются исследователем. Поскольку в этом случае экспериментатор имеет возможность «активно» вмешиваться в исследуемое явление, то естественно, что активный эксперимент всегда предполагает какой-либо план его проведения.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов. Поэтому активный эксперимент всегда должен начинаться с планирования.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего поставленным требованиям.

К требованиям, предъявляемым при планировании активного эксперимента, можно отнести степень точности и надежности результатов, полученных по-

сле проведения эксперимента, сроки и средства, имеющиеся в распоряжении исследователя, и т. д.

Алгоритм проведения эксперимента:

– определение целей эксперимента, обоснование условий, которые способствовали бы наиболее полному и всестороннему проявлению свойств, отношений, связей системы и ее компонентов;

– разработка систем показателей, измерителей, ориентиров (для производственных и социальных экспериментов), технических средств и устройств (для технических экспериментов);

– планирование эксперимента;

– наблюдение, измерение, фиксирование обнаруженных свойств, отношений, связей, тенденций развития; статистическая обработка результатов эксперимента;

– контроль эксперимента;

– предварительная классификация и сравнение статистических данных о результатах эксперимента;

– интерпретация (истолкование) результатов эксперимента.

Подробно с примерами тематика планирования и обработки результатов однофакторного эксперимента приводится в [1, глава 2, с. 43–61; 2, с. 64–72].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных источниках литературы.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по однофакторному эксперименту.
- 3 Провести планирование эксперимента.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое эксперимент?
- 2 Для чего выполняются эксперименты?
- 3 Расскажите алгоритм проведения эксперимента.
- 4 Что такое однофакторный эксперимент?
- 5 Какова роль эксперимента в инженерной практике?

2 Практическая работа № 2. Получение математической зависимости параметра оптимизации методом наименьших квадратов

Цель работы: получение математической зависимости параметра оптимизации методом наименьших квадратов.

Метод наименьших квадратов (МНК) – математический метод, применяемый для решения различных задач, основанный на минимизации суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомым переменных. Он может использоваться для «решения» переопределенных систем уравнений (когда количество уравнений превышает количество неизвестных), для поиска решения в случае обычных (не переопределенных) нелинейных систем уравнений, для аппроксимации точечных значений некоторой функции. МНК является одним из базовых методов регрессионного анализа для оценки неизвестных параметров регрессионных моделей по выборочным данным.

Подробное описание получения математической зависимости параметра оптимизации методом наименьших квадратов приводится в [1, с. 43–47; 16, с. 13–17].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных источниках литературы.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 На основании данных практической работы № 1 провести расчет методом наименьших квадратов

Контрольные вопросы

- 1 Что такое метод наименьших квадратов?
- 2 В каких случаях применяется метод наименьших квадратов?
- 3 Как влияет объём выборки на корреляционную зависимость?
- 4 При каком значении коэффициента корреляции регрессионная зависимость считается адекватной?

3 Практическая работа № 3. Полный факторный эксперимент

Цель работы: ознакомиться с методикой проведения полнофакторного эксперимента.

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) – совокупность нескольких измерений, удовлетворяющих следующим условиям:

- количество измерений составляет $2n$, где n – количество факторов;
- каждый фактор принимает только два значения – верхнее и нижнее;
- в процессе измерения верхние и нижние значения факторов комбинируются во всех возможных сочетаниях.

Преимуществами полного факторного эксперимента являются

- простота решения системы уравнений оценивания параметров;
- статистическая избыточность количества измерений, которая уменьшает влияние погрешностей отдельных измерений на оценку параметров.

Полным факторным экспериментом называется эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов. Если число факторов равно t , а число уровней каждого фактора равно p , то имеем полный факторный эксперимент типа p^t .

Последовательность проведения полнофакторного эксперимента.

- 1 Подготовить экспериментальные данные.
- 2 Определить область планирования эксперимента, число действующих факторов, функцию отклика.
- 3 Провести проверку экспериментальных данных на однородность и нормальность.
- 4 Запустить программу «полный факторный эксперимент».
- 5 Провести расчет матрицы планирования ПФЭ, занести матрицу в протокол. Необходимо обратить внимание, что матрица заполняется в строгом соответствии с планом эксперимента.
- 6 Получить уравнение регрессии. Занести результаты в протокол. Провести сравнение экспериментальных и расчетных значений. Занести в протокол полученную таблицу.
- 7 Провести оценку значимости коэффициентов регрессии и оценку адекватности полученного уравнения.
- 8 Провести анализ типа поверхности отклика, построить линии равного уровня. Результаты занести в протокол. Схематично изобразить полученную поверхность линии равного уровня.
- 9 Рассчитать значения выходного параметра.
- 10 Рассчитать отклонение расчетного значения выходного параметра от экспериментальных данных в центре плана.
- 11 Написать выводы о проделанной работе.

Подробное описание ПФЭ и примеров его использования приводится в [2, с. 72–80; 3, с. 75–90; 16, с. 17–27; 20, с. 178–186].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных источниках литературы.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 Провести полный факторный эксперимент.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое полный факторный эксперимент?
- 2 Расскажите последовательность проведения полнофакторного эксперимента.
- 3 В чем отличие полнофакторного эксперимента от однофакторного?
- 4 Как определяется число опытов при полнофакторном эксперименте?
- 5 Как определяются коэффициенты регрессии в ПФЭ?

4 Практическая работа № 4. Методика получения зависимости степенного вида

Цель работы: приобрести навыки расчёта коэффициентов уравнения регрессии степенного вида и сделать проверку его на адекватность.

При проведении эксперимента и установлении математической зависимости, часто используются зависимости степенного вида.

Подробное описание математических методов обработки экспериментальных данных с получением зависимостей степенного вида приводится в [16, с. 28–33].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных источниках литературы.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 Провести расчеты для получения зависимостей степенного вида.

Контрольные вопросы

- 1 Что такое зависимости степенного вида?
- 2 Каким образом уравнения степенного вида преобразуются в линейную модель?
- 3 Как происходит проверка модели на адекватность?

5 Практическая работа № 5. Методика исследований получения параметра оптимизации в виде полинома второй степени

Цель работы: ознакомиться с методикой исследований получения параметра оптимизации в виде полинома второй степени.

Планирование второго порядка используют на практике в тех случаях, когда линейного приближения недостаточно для математического описания результатов исследований с нужной точностью. В итоге возникает необходимость в построении модели в виде полинома второй степени.

Подробное описание методики исследований получения параметра оптимизации в виде полинома второй степени приводится в [16, с. 33–36].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных источниках литературы.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 Провести необходимые расчеты.

Контрольные вопросы

- 1 Как происходит оптимизация моделей?
- 2 Расскажите методику исследований получения параметра оптимизации.
- 3 Что такое полином второй степени?

6 Практическая работа № 6. Оценка точности обработки по методу Гаусса, Симпсона и равной вероятности

Цель работы: выполнить оценку точности обработки результатов экспериментальных исследований по методу Гаусса, Симпсона и равной вероятности.

Метод Гаусса включает в себя прямой (приведение расширенной матрицы к ступенчатому виду, т. е. получение нулей под главной диагональю) и обратный (получение нулей над главной диагональю расширенной матрицы) ходы. Прямой ход называется методом Гаусса, обратный – методом Гаусса – Жордана, который отличается от первого только последовательностью исключения переменных.

Метод Гаусса идеально подходит для решения систем, содержащих больше трех линейных уравнений, и для решения систем уравнений, которые не являются квадратными (чего не скажешь про метод Крамера и матричный метод). То есть метод Гаусса – наиболее универсальный метод для нахождения решения любой системы линейных уравнений. Он работает в случае, когда система имеет бесконечно много решений или несовместна.

Суть метода Симпсона заключается в приближении подынтегральной функции на отрезке $[a, b]$ интерполяционным многочленом второй степени $p_2(x)$, т. е. приближение графика функции на отрезке параболой. Для интерполирования подынтегральной функции используются три точки.

Подробное описание методов Гаусса, Симпсона и равной вероятности приводится в [2, с. 102–106; 16, с. 36–40].

Порядок выполнения практической работы

- 1 Изучить материал в приведенных источниках литературы.
- 2 Кратко законспектировать основную теорию по теме работы.
- 3 Провести необходимые расчеты.

Контрольные вопросы

- 1 Как происходит оценка точности экспериментальных исследований?
- 2 Расскажите про метод Гаусса.
- 3 Расскажите про метод Симпсона.

Список литературы

- 1 **Грачев, Ю. П.** Математические методы планирования эксперимента / Ю. П. Грачев, Ю. М. Плаксин. – Москва: ДеЛипринт, 2005. – 296 с.
- 2 **Горохов, В. А.** Основы экспериментальных исследований и методика их проведения: учебное пособие / В. А. Горохов. – Минск: Новое знание; Москва : ИНФРА-М, 2016. – 655 с.
- 3 **Рыжков, И. Б.** Основы научных исследований и изобретательства : учебное пособие / И. Б. Рыжков. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург; Москва ; Краснодар : Лань, 2013. – 224 с.
- 4 **Обработка экспериментальных данных на ЭВМ: учебник [Электронный ресурс] / О. С. Логунова [и др.].** – Москва: ИНФРА-М, 2019. – 326 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/1025509>. – Дата доступа: 30.03.2020.
- 5 **Карманов, Ф. И.** Статистические методы обработки экспериментальных данных с использованием пакета MathCad: учебное пособие [Электронный ресурс] / Ф. И. Карманов, В. А. Острейковский. – Москва: КУРС; ИНФРА-М, 2015. – 208 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/508241>. – Дата доступа: 30.03.2020.
- 6 **Гребенникова, И. В.** Методы математической обработки экспериментальных данных: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / И. В. Гребенникова. – 2-е изд., стер. – Москва: Флинта; Урал. ун-т, 2017. – 124 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/947245>. – Дата доступа: 30.03.2020.
- 7 **Карманов, Ф. И.** Статистические методы обработки экспериментальных данных с использованием пакета MathCad : учебное пособие / Ф. И. Карманов, В. А. Острейковский. – Москва : КУРС; ИНФРА-М, 2018. – 208 с.
- 8 **Юдин, Ю. В.** Организация и математическое планирование эксперимента: учебное пособие / Ю. В. Юдин, М. В. Майсурадзе, Ф. В. Водолазский. – Екатеринбург: Урал. ун-т, 2018. – 124 с.
- 9 **Афанасьева, Н. Ю.** Вычислительные и экспериментальные методы научного эксперимента: учебное пособие / Н. Ю. Афанасьева. – Москва : КНОРУС, 2017. – 336 с.
- 10 **Барботько, А. И.** Статистические алгоритмы обработки результатов экспериментальных исследований в машиностроении : учебное пособие / А. И. Барботько. – Старый Оскол : ТНТ, 2017. – 404 с.
- 11 **Блохин, А. В.** Теория эксперимента: курс лекций в 2 ч. [Электронный ресурс] / А. В. Блохин. – Минск: БГУ, 2003. – Ч. 1. – Режим доступа: <http://anubis.bsu.by/publications/elresources/Chemistry/blohin1.pdf>. – Дата доступа: 30.03.2020.
- 12 **Блохин, А. В.** Теория эксперимента: курс лекций в 2 ч. [Электронный ресурс] / А. В. Блохин. – Минск: БГУ, 2003. – Ч. 2. – Режим доступа: <http://anubis.bsu.by/publications/elresources/Chemistry/blohin2.pdf>. – Дата доступа: 30.03.2020.

13 **Попов, А. А.** Оптимальное планирование эксперимента в задачах структурной и параметрической идентификации моделей многофакторных систем: монография [Электронный ресурс] / А. А. Попов. – Новосибирск: НГТУ, 2013. – 296 с. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436033. – Дата доступа: 30.03.2020.

14 **Блягоз, З. У.** Теория вероятностей и математическая статистика. Курс лекций: учебное пособие [Электронный ресурс] / З. У. Блягоз. – Москва : Лань, 2018. – 224 с. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/103061>. – Дата доступа: 30.03.2020.

15 **Тарасик, В. П.** Математическое моделирование технологических систем : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск : Новое знание, 2013. – 584 с.

16 Методы экспериментальных исследований : методические рекомендации к практическим занятиям для студентов направления подготовки 15.03.06 «Мехатроника и робототехника» дневной формы обучения / Сост. Г. Ф. Шатуров, Д. Г. Шатуров. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2019. – 43 с.

17 **Леонов, А. Н.** Основы научных исследований в примерах и задачах: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / А. Н. Леонов, М. М. Дечко, В. Б. Ловкие; под ред. А. Н. Леонова. – Минск: БГАТУ, 2013. – 136 с. – Режим доступа: <https://rep.bsatu.by/bitstream/doc/537/1/Leonov-A-N-Osnovy-nauchnyh-issledovaniy-v-primerah-i-zadachah.pdf>. – Дата доступа: 30.03.2020.

18 **ГОСТ 24026–80.** Исследовательские испытания. Планирование эксперимента. Термины и определения. – Минск : Госстандарт, 1981. – 24 с.

19 **Адлер, Ю. П.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – Москва : Наука, 1976. – 280 с.

20 Методы планирования и обработки результатов инженерного эксперимента: учебное пособие [Электронный ресурс] / Н. А. Спириин [и др.]; под общ. ред. Н. А. Спирина. – Екатеринбург: УИНЦ, 2015. – 290 с. – Режим доступа: http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/39965/1/978-5-9904848-4-9_2015.pdf. – Дата доступа: 30.03.2020.

21 **ГОСТ 15895–77 (СТ СЭВ 547–84).** Статистические методы управления качеством продукции. Термины и определения. – Минск : Госстандарт, 1988. – 46 с.

22 **ГОСТ 16504–81.** Система государственных испытаний продукции. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения. – Минск : Госстандарт, 1981. – 23 с.

23 Инструкция о порядке оформления квалификационной научной работы (диссертации) на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук, автореферата и публикаций по теме диссертации [Электронный ресурс] : постановление Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь от 28 февр. 2014 г. № 3. – Режим доступа: <https://vak.gov.by/On-Approval-of-Instruction>. – Дата доступа: 30.06.2020.

24 **Новицкий, П. В.** Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1991. – 354 с.

- 25 **Тюрин, Ю. Н.** Статистический анализ данных на компьютере / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров. – Москва: ИНФРА-М, 1998. – 528 с.
- 26 **Гмурман, В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. – Москва: Высшая школа, 2006. – 479 с.
- 27 **Гнеденко, Б. В.** Курс теории вероятностей / Б. В. Гнеденко. – Москва: Наука, 1988. – 448 с.
- 28 **Венцель, Е. С.** Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е. С. Венцель, Л. А. Овчаров. – Москва: Наука, 1988. – 480 с.
- 29 **Венцель, Е. С.** Теория вероятностей / Е. С. Венцель. – Москва: Высшая школа, 1998. – 576 с.
- 30 **Бендат, Дж.** Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат, А. Пирсол. – Москва: Мир, 1989. – 540 с.
- 31 **Гайдышев, И.** Анализ и обработка данных: специальный справочник / И. Гайдышев. – Санкт-Петербург: Питер, 2001. – 752 с.
- 32 **Чекотовкий, Э. В.** Графический анализ статистических данных в Microsoft Excel 2000 / Э. В. Чекотовкий. – Москва; Санкт-Петербург; Киев: Диалектика, 2002. – 462 с.
- 33 **Бородин, А. Н.** Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики : учебник для вузов / А. Н. Бородин. – 3-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2002. – 356 с.
- 34 **Сидняев, Н. И.** Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных: учебное пособие / Н. И. Сидняев. – Москва: Юрайт, 2015. – 496 с.