УДК 378+519.6

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

М. Г. КОНЦЕВОЙ, А. А. САМОСАДОВ
Научный руководитель Л. В. ПЛЕТНЕВ, д-р физ.-мат. наук, доц.
БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Слово детерминант происходит от латинского determino – ограничивать, определять. Термин впервые встречается у Гаусса в 1801 г. В современном значении этот термин ввел Коши в 1815 г. Идея детерминанта восходит к Лейбницу, который пришел к нему при решении систем линейных уравнений. Рукопись Лейбница относится к 1678 г, письмо к Лопиталю с сообщением о методе – к 1693 г. Переписка с Лопиталем была опубликована в 1850 г. В 1750 г. детерминанты были вновь изобретены Крамером. Французский математик Вандермонд опубликовал первое исследование, посвященное определителям в 1772 г. Первые полные изложения теории принадлежат Бине и Коши. Следующий этап составили 30 работ Якоби (1827–1841 гг.). Исследование различных случаев, возникающих при решении систем, было проведено Кронекером и излагались на лекциях с 1864г., а опубликованы в 1903 г. Только в «Лекциях» Вейерштрасса 1886–1887 гг. и опубликованных в 1903 г. появилось свойство о том, что определитель меняет знак при перестановке двух строк, и некоторые другие свойства [1,2].

С уменьшением количества времени, отводимого на изучение математики и смежных дисциплин, а так же уменьшением количества лет обучения в университете, встает задача об интенсификации процесса обучения. Для этого необходимо ставить сложные, комплексные задачи и не только из чистой математики, но и вычислительной математики.

В качестве одной из таких задач была предложена задача о вычислении определителя третьего порядка [3]. Это одна из простейших задач математического анализа. Для усложнения этой простой задачи была поставлена следующая задача, связанная с комбинаторикой. Студентам было предложено найти общее количество различных определителей третьего порядка, составленных из элементов, которые были цифрами. Элементы определителя могли быть все разными или все одинаковые.

С помощью комбинаторики, подсчитывается число всех различных возможных определителей – $N = 9^9 = 387420489$. Затем была поставлена следующая задача: сколько определителей из всего количества определителей равны нулю. Аналитически такую задачу решить невозможно. Решить эту задачу было предложено с помощью компьютерного эксперимента. Данная задача была решена с помощью составленной программы на языке C++. Таких определителей оказалось 5902335 или 1,5235 %.

В процессе анализа полученных результатов возникли следующие вопросы: какова величина максимального и минимального определителей, какова их доля, сколько положительных и сколько отрицательных. Эти задачи были решены с помощью усовершенствованного компьютерного эксперимента. Величины максимальных определителей оказались равными 1216, а величины минимальных определителей -1216. Таких определителей оказалось по 3:

$$\begin{vmatrix} 1 & 9 & 9 \\ 9 & 1 & 9 \\ 9 & 9 & 1 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 9 & 1 & 9 \\ 9 & 9 & 1 \\ 1 & 9 & 9 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 9 & 9 & 1 \\ 1 & 9 & 9 \\ 9 & 1 & 9 \end{vmatrix}$$

Минимальные определители получаются из этих определителей с помощью элементарных преобразований. Положительных и отрицательных определителей оказалось равное количество – по 190759077. Дополнительный визуальный анализ полученных данных показал симметрию полученного распределения.

Анализ полученных результатов показал, что существуют не все определители, особенно в областях близких к максимальным значениям. Отсутствуют сотни определителей, хотя первоначально предполагалось, что они заполняют все значения на [-1216;1216]. Кроме того, частоты определителей не монотонно возрастают до максимального значения (S = 0), а затем уменьшаются, но имеют хаотический характер, хотя соответствующие тенденции наблюдаются. Визуализация частотных данных приведена на рис. 1.

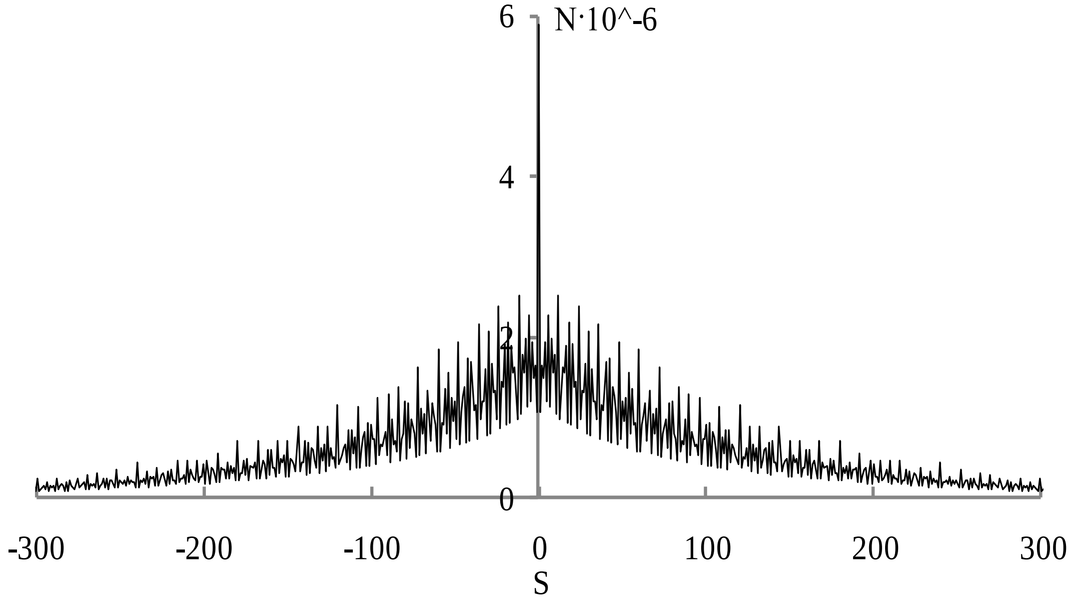

Рис. 1. Полигон частот

Для получения количественных характеристик был построен нормированный статистический ряд распределения [4]. Для этого был привлечен один из разделов математической статистики, связанный с обработкой полученных экспериментальных данных. Результат обработки приведен на рис. 2.

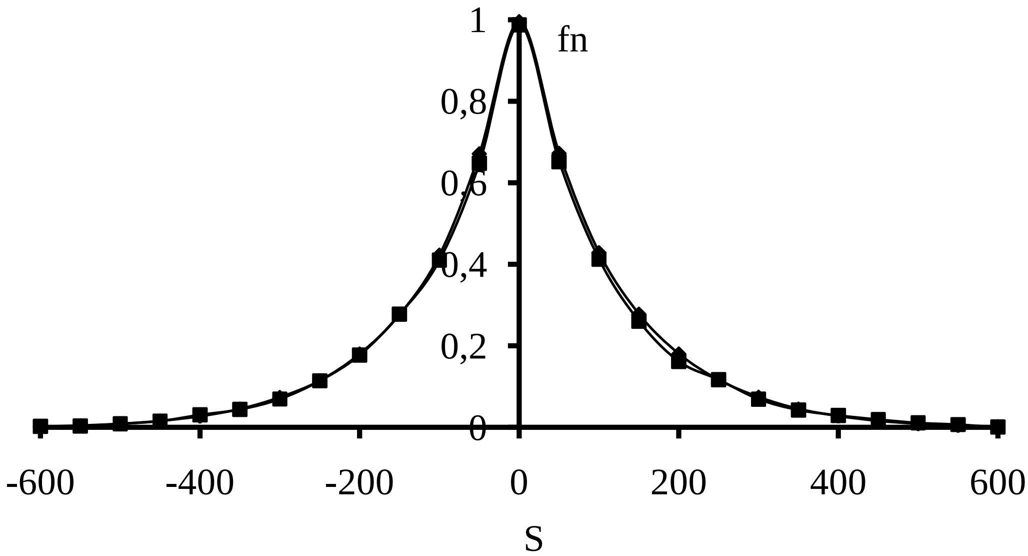

Рис. 2. Нормированные гистограммы частот: ♦ – полное распределение; ■ – распределение, построенное на основе Монте-Карло для числа розыгрышей $N = 100000$

Была проведена обработка полученных данных по классическим формулам математической статистики. Для теоретического распределения были получены следующие значения: среднее арифметическое $\overline{S} = 0$, среднее квадратическое отклонение равно $\sigma_в = 147{,}573$, асимметрия $A_s = 0$ и эксцесс $E_k = 0{,}\ 266060$. С помощью метода Монте-Карло было получено практически такое же распределение, как и для точного распределения.

Полученные результаты позволили установить новые закономерности в определителях третьего порядка и могут быть использованы для исследования определителей более высокого порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Александрова, Н. В.** Математические термины / Н. В. Александрова. – М. : Высш. шк., 1978. – 190 с.

2. **Блох, Э. Л.** Основы линейной алгебры и некоторые ее приложения / Э. Л. Блох, Л. И. Лопшинский, В. Я. Турин. – М. : Высш. шк., 1971. – 256 с.

3. **Даан-Дальмедико**. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики / Даан-Дальмедико, Ж. Пейффер. – М. : Мир, 1986. – 431с.

4. **Гмурман, В. Е.** Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гурман. – М. : Высш. шк., 1977. – 480 с.