

УДК 004.891.3

Ю. В. Козлов

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФРЕЗЕРОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС И ОЦЕНКА ИХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Статья посвящена описанию принципов построения программного комплекса, осуществляющего моделирование процесса фрезерования зубчатых колес, и работы полученной зубчатой передачи в сборе. В статье приводятся результаты исследований по оценке влияния первичных погрешностей зубофрезерной обработки на кинематическую точность обработанного зубчатого колеса.

Профиль зубьев зубчатого колеса образуется путем удаления материала впадины различными режущими инструментами. При этом различают два основных метода формообразования зубьев колес: метод копирования, когда форма режущей кромки фасонного инструмента соответствует форме впадины зуба колеса; метод обката, когда поверхность зуба образуется в результате обработки инструментом, режущие кромки которого представляют собой профиль сопряженной рейки или профиль зуба сопряженного колеса, а во время обработки инструмент с заготовкой образует сопряженную (правильно зацепляющуюся) зубчатую пару.

По методу обката работают червячные фрезы, долбяки, гребенки, шеверы и другие инструменты. Профиль такого инструмента не зависит от числа зубьев нарезаемого колеса, поэтому одной и той же червячной фрезой или гребенкой можно нарезать зубчатые колеса с любым числом зубьев. Точность колеса, получающаяся по методу обката, значительно выше точности зубчатых колес, получаемых по методу копирования, что объясняется прежде всего непрерывностью процесса обката.

Моделирование процесса фрезерования зубчатых колес предполагает решение ряда взаимосвязанных задач, таких как: построение трехмерной модели червячной фрезы; моделирование собственно процесса зубофрезерования; моделирование работы полученной зубчатой передачи. Остановимся на каждом из этих этапов поподробнее.

При построении трехмерной модели

червячной фрезы отсутствует необходимость воссоздания геометрических особенностей режущей части инструмента, так как это приводит к значительному усложнению модели и не оказывает влияния на моделирование процесса зубообразования. Таким образом, моделирование червячной фрезы с прямолинейным профилем в осевом сечении сводится к построению модели архимедова червяка.

В качестве среды для создания трехмерной модели червячной фрезы была использована среда гибридного параметрического моделирования деталей и сборок в трехмерном пространстве SolidWorks. Алгоритм программы для построения винтовой поверхности червяка, работающей в VBA SolidWorks, сводится к последовательному выполнению следующих инструкций:

- выбор плоскости, используемой для построения двумерного эскиза начальной окружности – команда `SelectByID2`;
- построение двумерного эскиза начальной окружности – команда `CreateCircleByRadius2`;
- создание на базе начальной окружности трехмерной архимедовой спирали – команда `InsertHelix`;
- построение исходного контура винтовой поверхности, представляющего собой трапецию со сторонами, равными  $a = H / \cos \alpha$ , и основаниями  $b_в = S - H \cdot \operatorname{tg} \alpha$  и  $b_н = S + H \cdot \operatorname{tg} \alpha$  (где  $S$  – толщина зуба в осевом сечении;  $H$  – высота зуба);

– построение винтовой поверхности червяка выдавливанием трапецеидального исходного контура вдоль трехмерной архимедовой спирали с помощью команды

InsertProtrusionSwept3.

На рис. 1 приводится пример червяка, построенного программой, реализующей приведенный выше алгоритм.

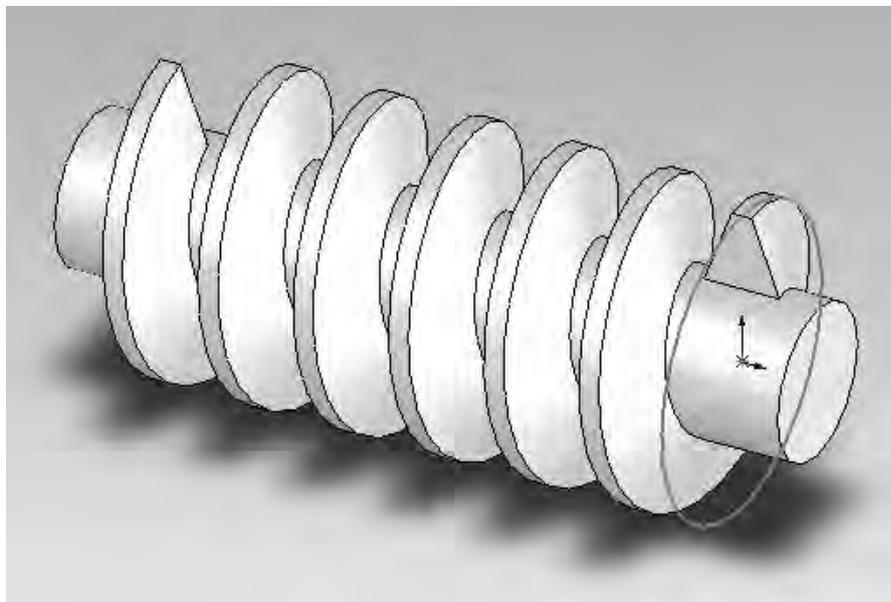


Рис. 1. Пример построения червяка в SolidWorks

Так как нарезание зубчатых колес червячными фрезами производится методом обката, когда во время обработки инструмент с заготовкой образует сопряженную (правильно зацепляющуюся) зубчатую пару, для получения адекватной модели процесса зубофрезерной обработки необходимо соответствующим образом разместить в пространстве импортированную из SolidWorks винтовую поверхность (представляющую собой модель червячной фрезы с прямолинейным профилем в осевом сечении) и цилиндрическую заготовку зубчатого колеса.

Собранная таким образом зубчатая пара (рис. 2) должна приводиться во вращение относительно стационарных осей (ось фрезы и ось заготовки), реализуя движение обката, которое, в свою очередь, является комбинацией главного движения (вращение фрезы относительно собственной оси) и движения деления (вращение заготовки относительно собст-

венной оси). Связь между этими движениями реализуется следующим образом: за один оборот заготовки фреза совершает число оборотов, равное числу зубьев нарезаемого колеса.

Имитация процесса удаления материала впадины зубчатого колеса осуществляется использованием булевой команды Boolean с параметром acSubtraction. Таким образом, моделирование процесса зубонарезания прямозубого цилиндрического колеса червячной фрезой с прямолинейным профилем в осевом сечении сводится к выполнению следующей последовательности действий:

- 1) фреза поворачивается на угол  $\alpha_{\phi} = 2\pi / n$  относительно оси фрезы;
- 2) заготовка поворачивается на угол  $\alpha_z = \alpha_{\phi} / z$  относительно оси заготовки;
- 3) из объекта «заготовка» производится вычитание объекта «фреза» с помощью команды Boolean, как описы-

валось выше.

Такая последовательность операций повторяется  $nz$  раз, причем  $n$  в данном случае характеризует точность модели зубофрезерной обработки. В связи с тем, что в процессе выполнения команды `Vo-`

`lean` с параметром `acSubtraction` происходит удаление вычитаемого объекта, программа, моделирующая процесс зубонарезания, должна осуществлять копирование инструмента перед каждой операцией вычитания.

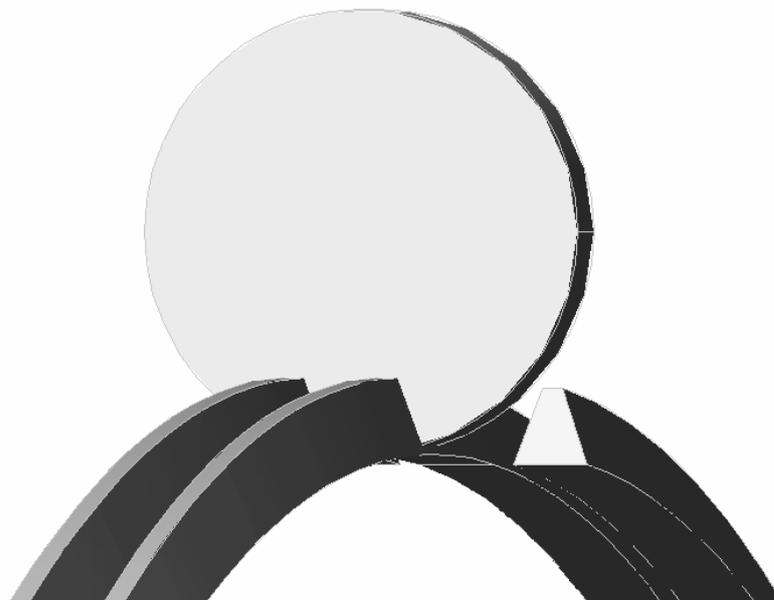


Рис. 2. Зубчатая пара фреза-заготовка

Как показывает практика, архитектура программы, построенной по описанным выше принципам, оказывается неудобной при отладке, анализе возникающих в процессе работы программы ошибок, а также создает определенные неудобства при сохранении промежуточных результатов. Все эти недостатки можно свести к минимуму путем использования параллельной схемы обработки.

Параллельность схемы обработки в данном случае достигается за счет того, что операция вычитания выносится в отдельную подпрограмму, причем поворот инструмента и заготовки на один шаг в основной программе сопровождается повторяющейся  $z$  раз операцией вычитания с поворотом заготовки  $z$  раз на угол  $\alpha = 2\pi/z$  в подпрограмме.

Полученные в результате моделирования зубчатые колеса характеризуются

достаточно высокой точностью представления и достаточно низкой ресурсоемкостью, что позволяет успешно использовать их для последующего анализа кинематической погрешности виртуальных зубчатых передач прямозубого зацепления.

Следующим шагом является создание программного комплекса, моделирующего работу зубчатой передачи в сборе, осуществляющего имитацию зацепления сопряженных колес, запись и анализ кинематической погрешности.

Исследуемая передача состоит из эталонного (изготовленного по исходной программе без внесения в модель обработки дополнительных погрешностей) ведущего колеса, а также из ведомого зубчатого колеса, в модель зубофрезерной обработки которого изначально заложены определенные пер-

вичные погрешности. Созданный таким образом программный комплекс позволяет осуществить анализ влияния первичных погрешностей зубофрезерной обработки (различные смещения осей и перекосы режущего инструмента и заготовки, погрешности цепей деления и обката) на точность получаемых в результате этой обработки колес.

Моделирование зубчатого зацепления состоит в последовательном вращении колес пары относительно их рабочих осей. При этом наличие у ведомого колеса определенных погрешностей изготовле-

ния обуславливает отклонение действительного угла его поворота от расчетного. Работа программы, имитирующей зубчатое зацепление, заключается в определении действительного положения ведомого зубчатого колеса, то есть положения, при котором отсутствует перекрытие рабочих поверхностей зубчатых колес передачи, а величина зазора между ними не выходит за пределы заданной точности.

На рис. 3 представлена собранная в рабочем пространстве AutoCAD твердотельная зубчатая передача.

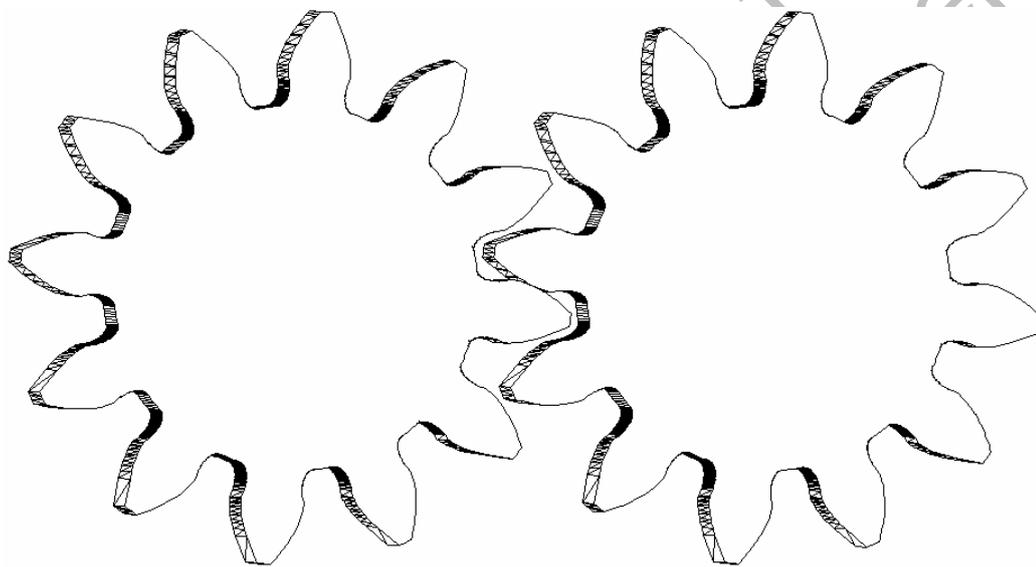


Рис. 3. Пример твердотельной зубчатой передачи в сборе

Входными параметрами для моделирования являются: координаты рабочих осей колес исследуемой передачи; точность  $e$ , характеризующая минимальный допустимый зазор между колесами при определении действительного положения ведомого зубчатого колеса; количество точек, исследуемых за оборот ведущего колеса  $n$ . При этом номинальный шаг угла поворота ведущего зубчатого колеса пары может быть найден по формуле

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{n}. \quad (1)$$

Проверка перекрытия рабочих поверхностей зубчатых колес передачи либо его отсутствие осуществляется командой CheckInterference. При этом алгоритм поиска действительного положения ведомого зубчатого колеса можно разделить на два этапа.

Первый этап состоит в определении такого положения ведомого зубчатого колеса, при котором отсутствует интерференция зубьев колес пары.

На втором этапе происходит последовательное сближение рабочих поверхностей колес передачи до тех пор,

пока величина зазора между ними не окажется в пределах заданной точности.

Программная реализация первого этапа состоит в последовательном повороте ведомого зубчатого колеса относительно его рабочей оси на пошагово изменяющийся угол, величину которого на каждом шаге можно определить по формуле

$$\varphi_m = \frac{(-1)^m \cdot m \cdot \varphi_1}{2}, \quad (2)$$

где  $m$  – шаг первого этапа.

Такие повороты ведомого зубчатого колеса повторяются до тех пор, пока не будет найдено взаимное положение зубьев колес пары, при котором отсутствует интерференция. Значение действительного угла поворота ведомого колеса корректируется на каждом шаге на величину  $\varphi_m$ .

На втором этапе работы программы осуществляется вращение только ведомого колеса, причем числовое значение угла его поворота на каждом шаге уменьшается в два раза, а направление вращения меняется в зависимости от наличия или отсутствия интерференции между зубьями.

Таким способом достигается более быстрая сходимость положения ведомого колеса к требуемому, чем при линейном сближении, что позволяет значительно сократить время работы программы.

Завершающим этапом работы алгоритма является запись действительного угла поворота ведомого колеса в текстовый файл для последующего анализа.

Перед проведением исследования влияния первичных погрешностей зубофрезерной обработки на кинематическую точность колеса была проверена точность разработанной модели. Для этого был произведен обкат передачи, состоящей из двух колес, изготовленных без внесения в их модель первичных погрешностей обработки.

Для сравнения полученный график кинематической погрешности пары эталонных колес представлен построенным в одной системе координат с графиком кинематической погрешности колеса, ось заготовки которого при обработке была смещена на 75 мкм (рис. 4).



Рис. 4. Сравнение графиков кинематической погрешности эталонного колеса (2) и колеса с эксцентриситетом (1)

Как видно из графика, разработанная методика оценки кинематической погрешности обладает достаточной точностью. При этом, как показывают опытные

данные, погрешность системы не превышает 3 мкм.

В рамках данного исследования были рассмотрены такие первичные

погрешности зубофрезерной обработки, как смещение действительного положения оси вращения заготовки при изготовлении зубчатого колеса от номинального, погрешности цепей деления и обката.

Для оценки влияния смещения оси

вращения заготовки на кинематическую точность обрабатываемого колеса в числовое значение координаты  $y$  оси вращения заготовки была внесена поправка на 0,1 мм. На рис. 5 приводится график кинематической погрешности полученного колеса.



Рис. 5. График кинематической погрешности колеса, ось заготовки которого была смещена при обработке

Как видно из графика, кривая кинематической погрешности в данном случае представляет собой синусоиду с амплитудой, практически равной величине начального смещения рабочей оси заготовки при обработке. Серия экспериментов, проведенная для колес, обработанных с внесением различных поправок в числовое значение координаты  $y$  оси вращения заготовки, полностью подтверждает гипотезу о наличии прямой зависимости между амплитудой кинематической погрешности зубчатого колеса и величиной смещения оси вращения заготовки при обработке. График такой зависимости приводится на рис. 6.

Для того чтобы смоделировать наличие в схеме обработки погрешностей цепи деления, угол поворота заготовки при обработке изменялся по сложному закону:

$$\varphi_i = \sin((i \cdot \psi_n)^\alpha) - \cos(((i-1) \cdot \psi_n)^\beta), \quad (3)$$

где  $\psi_n$  – действительный угол поворота инструмента;  $\alpha, \beta$  – произвольные показатели степени.

График кинематической погрешности такого колеса приводится на рис. 7.

Пунктирной линией на графике показан заложенный в модель обработки закон изменения угла поворота заготовки (3). Анализ полученных данных показывает, что закон изменения угла поворота заготовки, который имитирует наличие в схеме обработки погрешностей цепи деления, в полной мере переносится на кинематическую точность изготовленного колеса.

График кинематической погрешности колеса, в схему обработки которого были заложены погрешности цепи обката, представлен на рис. 8. Штрихпунктирной линией на графике показан заложенный в модель обработки закон изменения угла поворота червячной фрезы при обработке.

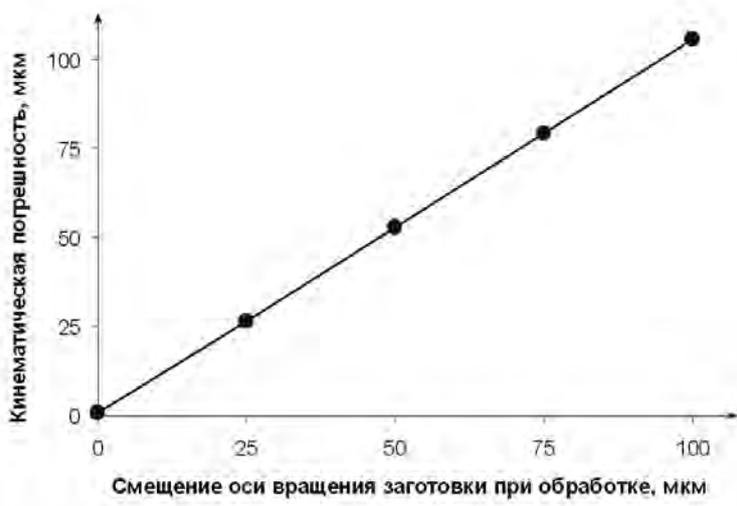


Рис. 6. Влияние смещения оси вращения заготовки при обработке на кинематическую погрешность

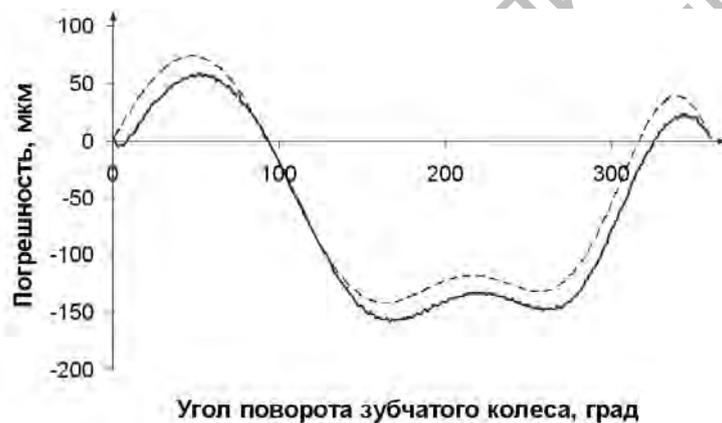


Рис. 7. График кинематической погрешности колеса, в схему обработки которого были заложены погрешности цепи деления

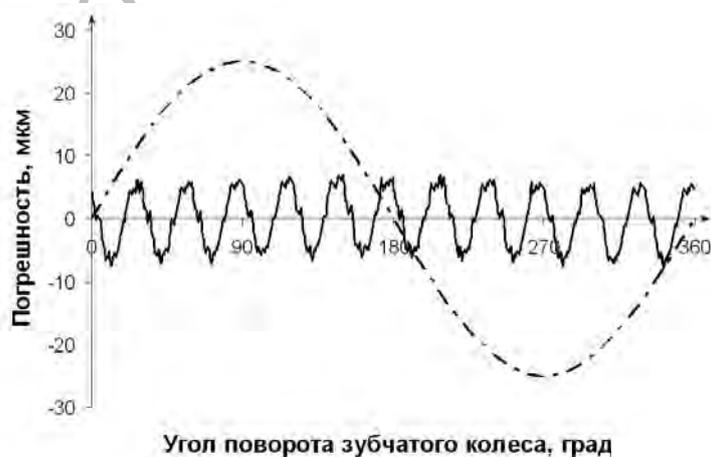


Рис. 8. График кинематической погрешности колеса, в схему обработки которого были заложены погрешности цепи обката

Как видно из графика, кривая кинематической погрешности в данном случае представляет собой синусоиду, период и амплитуда которой в  $z$  раз меньше периода и амплитуды синусоиды, имитирующей погрешность цепи обката.

Таким образом, проведенные исследования позволяют выявить влияние первичных погрешностей зубофрезерной об-

работки на кинематическую точность получаемых зубчатых колес. Полученные данные могут быть использованы для создания системы, осуществляющей прогнозирование характера и величины кинематической погрешности и плавности обрабатываемого колеса на основе учета фактического состояния технологического оборудования.

Белорусско-Российский университет  
Материал поступил 05.01.2008

**Y. V. Kozlov**  
**Gear milling process modeling and**  
**their kinematics errors estimation**

The article is devoted to description of creation principles of a program complex that realizes modeling of gear milling process and operating of the gear transmission. Research results on influence estimation of initial errors of gear milling on kinematics accuracy of the finished gear are given in the article.