

УДК 531.312.1

РАСЧЕТ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РОБОТА В СФЕРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

И. А. ВЕКША

Научный руководитель А. В. ЛОКТИОНОВ, д-р техн. наук, проф.
Витебский государственный технологический университет
Витебск, Беларусь

Вертикальная колонна 1, несущая руку робота-манипулятора (рис. 1), поворачиваться на угол φ . Рука со схватом поворачивается на угол θ и выдвигается на расстояние r . Момент инерции вертикальной колонны относительно оси вращения J_1 ; звенья 2 и 3 считаем тонкими однородными стержнями длиной l_2 и l_3 , массой m_2 и m_3 ; масса переносимого груза m . К вертикальной оси вращения приложен момент M_φ ; к оси поворота второго звена – момент M_θ и движущая сила, создаваемая приводом в поступательной паре, F_{23} . Составим дифференциальные уравнения движения механизма.

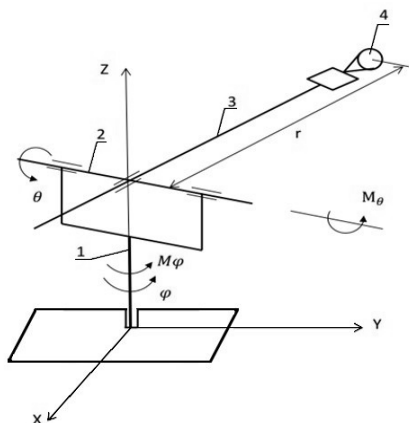


Рис. 1. Схема робота, работающего в сферической системе координат

Кинетическую энергию механизма определим из выражения

$$T = \frac{1}{2} \left[J_1 + \frac{m_2 l_2^2}{12} + \frac{m_3}{3} (r^2 + r l_3 + l_3^2) + m r^2 \cos^2 \theta \right] \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \left[\frac{m_3}{3} (r^2 + r l_3 + l_3^2) + m r^2 \right] \dot{\theta}^2 + \frac{m_3 + m}{2} \dot{r}^2.$$

Для определения дифференциальных уравнений движения механизма применим уравнения Лагранжа II-го рода. Сообщая механизму последовательно независимые обобщенные возможные перемещения $\delta\varphi, \delta\theta, \delta r$, определим обобщенные силы:

$$Q_\varphi = M_\varphi, \quad Q_\theta = M_\theta - (m_3 + m) r g \cos \theta;$$

$$Q_r = F_{23} - (m_3 + m) g \sin \theta.$$

Полученные дифференциальные уравнения движения механизма робота-манипулятора будут иметь вид:

$$\frac{d}{dt} \left[J_1 + \frac{m_2 l_2^2}{12} + \frac{m_3}{3} (r^2 + r l_3 + l_3^2) + m r^2 \cos^2 \theta \right] \dot{\varphi}^2 = M_\varphi;$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{m_3}{3} (r^2 + r l_3 + l_3^2) + m r^2 \right] \dot{\theta} + m r^2 \dot{\varphi}^2 \sin \theta \cos \theta = M_\theta - (m_3 + m) r g \cos \theta;$$

$$(m_3 - m) \ddot{r} - \frac{m_3}{6} (2r + l_3) (\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta}^2) - m r (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \cos^2 \theta) = F_{23} - (m_3 + m) g \sin \theta.$$