

УДК 621.937

**М. Г. Киселев, д-р техн. наук, проф., А. В. Дроздов, канд. техн. наук,
А. А. Новиков, канд. техн. наук, Д. А. Степаненко, канд. техн. наук**

РАСЧЕТ СИЛ ТРЕНИЯ В ТОРЦЕВОЙ ФРИКЦИОННОЙ ПЕРЕДАЧЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УЛЬТРАЗВУКА

Приведены результаты теоретических исследований по влиянию ультразвуковых колебаний различной интенсивности на степень снижения сил трения в указанной фрикционной передаче и на изменение ее передаточного отношения. Установлено, что при виброударном режиме работы колебательной системы величина сил трения, действующих во фрикционной передаче «вращающийся деформирующий инструмент – заготовка распиловочного диска», всегда оказывается меньше их значения, соответствующего обычным условиям ее работы.

Распиловочный диск – это режущий инструмент, предназначенный для механического распиливания монокристаллов алмаза. Он изготавливается из оловянисто-фосфористой бронзы марки БрОФ 6,5–0,15, его диаметр составляет 76 мм, а толщина находится в пределах 0,04...0,09 мм и определяется размером распиливаемого кристалла алмаза.

Важнейшим этапом изготовления распиловочных дисков, определяющим уровень эксплуатационных показателей получаемых инструментов, является шаржирование боковых поверхностей заготовок зернами алмазных микропорошков, т. е. формирование на них алмазосодержащего (режущего) слоя.

Эффективным способом повышения качества шаржирования распиловочных дисков является применение ультразвука с использованием акустических колебательных систем разомкнутого типа, обеспечивающих виброударный режим взаимодействия деформирующего инструмента с обрабатываемой поверхностью заготовки [1]. В ранее примененных технологических схемах двухстороннего шаржирования боковых поверхностей распиловочных дисков с ультразвуком использовались синхронно вращающиеся деформирующие инструменты, которые в виброударном режиме взаимодействовали с поверхностью заготовки, которой от отдельного привода сообщалось вращательное движение с фиксированной скоро-

стью. Поэтому, если по тем или иным причинам изменялась интенсивность виброударного взаимодействия указанных элементов при постоянной частоте вращения заготовки, то это сопровождалось отклонением режимов шаржирования от оптимальных и, как следствие, снижением качества шаржирования распиловочных дисков.

С целью повышения стабильности выполнения этой операции и качества шаржирования авторы [2] предложили использовать технологическую схему (рис. 1), в которой вращательное движение заготовки 1 обеспечивается не от отдельного привода с фиксированной частотой вращения, а за счет действия фрикционной передачи, образованной синхронно вращающимися инструментами 2 и обрабатываемой поверхностью заготовки. Такая схема позволяет путем изменения интенсивности виброударного режима их взаимодействия управлять передаточным отношением указанной фрикционной пары, обеспечив тем самым реализацию условия саморегулирования часты вращения заготовки (ее круговой подачи) как с частотой вращения инструментов, так и с силовыми и временными параметрами их виброударного взаимодействия, т. е. с режимами шаржирования.

Как известно [3], торцевая фрикционная передача представляет собой разновидность фрикционных передач, звенья

которой имеют форму тел вращения с параллельными осями, контактирующих по своим торцевым поверхностям, перпендикулярным осям вращения. Поэтому предложенная технологическая схема шаржирования полностью соответствует этому виду фрикционных передач, в которой ведущим звеном является вращающийся ультразвуковой преобразователь с деформирующим

инструментом, а ведомым звеном – заготовка распиловочного диска. Передаточное отношение такой фрикционной передачи определяется расстоянием между осями вращения ее звеньев, радиусом контактной поверхности ведущего звена, а также величиной сил трения сцепления, действующих в зоне фрикционного контакта.

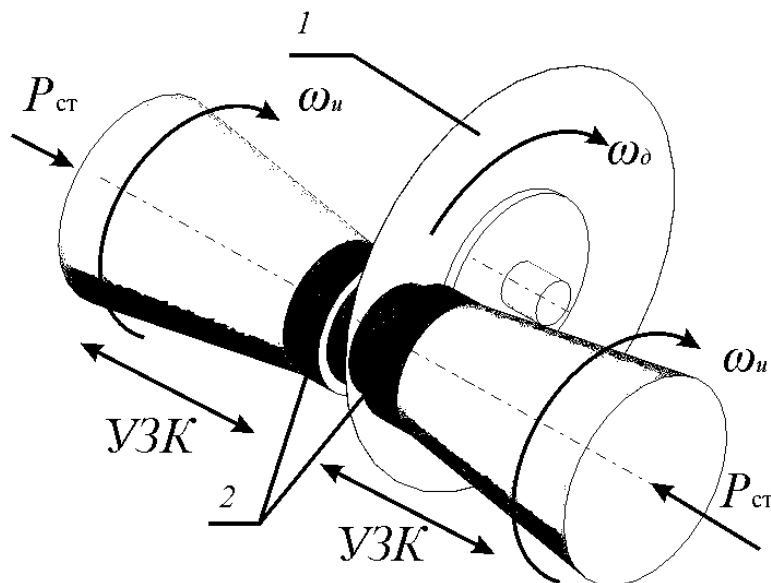


Рис. 1. Технологическая схема шаржирования с фрикционной передачей

При ультразвуковом воздействии, обеспечивающем виброударный режим работы фрикционной передачи, взаимодействие ее звеньев приобретает дискретный характер, при котором сила трения действует только некоторую часть времени обработки, а в оставшуюся часть ее значение равно нулю. Это, в сравнении с обычными условиями работы фрикционной передачи, приводит к снижению средней величины силы трения, действующей в зоне скользящего контакта и, как следствие, к изменению ее передаточного отношения.

Вместе с тем на сегодня отсутствуют систематизированные данные, включая результаты теоретических исследований, позволяющие производить количественную оценку степени влияния ультразвуковых колебаний различной интенсивности

на степень снижения сил трения в указанной фрикционной передаче и на изменение ее передаточного отношения.

Последнее обстоятельство определило цель данной работы, которая заключалась в получении аналитических зависимостей, позволяющих рассчитать степень снижения сил трения в исследуемой фрикционной передаче и ее передаточное отношение в зависимости от акустических и технологических режимов работы.

На рис. 2 приведена схема, положенная в основу расчета сил трения в исследуемой передаче. Пусть ω_1 и ω_2 – соответственно угловые скорости вращения заготовки диска и деформирующего инструмента, R_1 – радиус диска, R_2 – радиус торца инструмента.

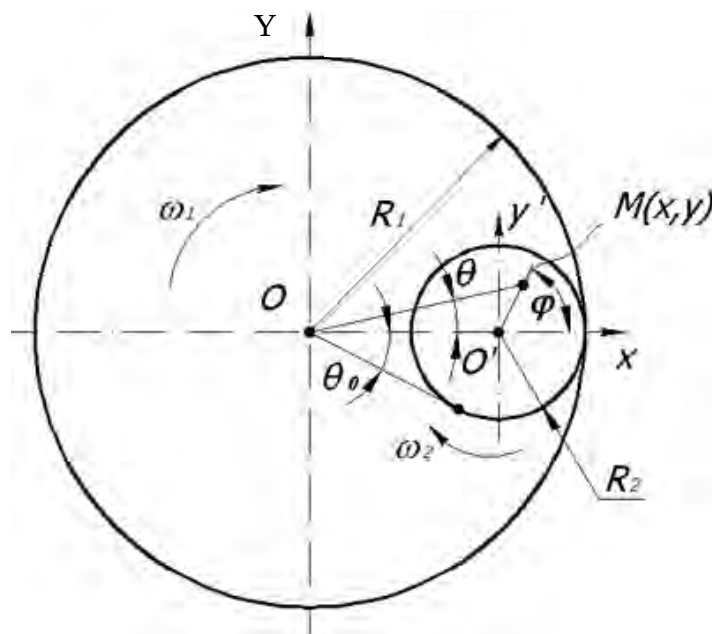


Рис. 2. Расчетная схема для математического описания сил трения

При полном контакте торца инструмента с поверхностью диска можно, не ограничивая общности, считать, что $R_1 - R_2 = R$, где R – расстояние между осями вращения диска и инструмента.

Направим ось абсцисс прямоугольной системы координат вдоль радиуса диска таким образом, чтобы она проходила через центр торца инструмента, а начало координат совместим с его центром (точка O). Скорость скольжения точки $M(x, y)$ на поверхности диска относительно торца инструмента определяется выражением

$$\bar{V}_{\text{ск}} = \bar{V}_1 - \bar{V}_2, \quad (1)$$

где $\bar{V}_1$ – линейная скорость вращения точки $M(x, y)$ поверхности диска; $\bar{V}_2$ – линейная скорость вращения точки $M'(x, y)$ торца инструмента, соответствующей точке $M(x, y)$ на поверхности диска.

Выражения для скоростей $\bar{V}_1$ и $\bar{V}_2$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= -\omega_1 \cdot y \cdot \bar{e}_x + \omega_1 (x + R) \bar{e}_y; \\ \bar{V}_2 &= -\omega_2 \cdot y \cdot \bar{e}_x + \omega_2 \cdot x \cdot \bar{e}_y, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\bar{e}_x$ и $\bar{e}_y$ – орты прямоугольной системы координат $x'Oy'$, получаемой параллельным переносом системы $x'Oy'$ в точку O .

Согласно формуле (2) получим следующее выражение для скорости скольжения:

$$\begin{aligned} \bar{V}_{\text{ск}} &= -(\omega_1 - \omega_2) \cdot y \cdot \bar{e}_x + \\ &+ ((\omega_1 - \omega_2) \cdot x + \omega_1 \cdot R) \bar{e}_y. \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно закону Кулона–Амонтона сила трения, действующая на малый элемент $dx dy$ поверхности диска, определяется выражением

$$dF_{\text{тр}}(x, y, t) = -f \cdot p(t) \cdot \frac{\bar{V}_{\text{ск}}}{V_{\text{ск}}} dx \cdot dy, \quad (4)$$

где f – коэффициент трения скольжения инструмента по поверхности диска; $p(t)$ – функция, описывающая зависимость давления на торце инструмента (распределение давления по поверхности торца принимается равномерным) от времени.

Суммарная сила трения, действующая на диск, определяется выражением

$$\bar{F}_{\text{тр}} = -f \cdot p(t) \iint_S \frac{\bar{V}_{\text{ск}}}{V_{\text{ск}}} dx \cdot dy, \quad (5)$$

где S – область интегрирования, которая задается неравенством $x^2 + y^2 \leq R_2^2$.

Окончательный результат может быть представлен в виде

$$(F_{\text{тр}})_x = 0;$$

$$(F_{\text{тр}})_y = -2f \cdot p(t) \cdot R_2^2 \cdot f(\gamma), \quad (6)$$

где $f(\gamma)$ – функция, зависящая от конструктивных и наладочных параметров исследуемой фрикционной передачи.

$$\gamma = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon^2}; \quad \varepsilon = \frac{(\omega_1 - \omega_2)R_2}{\omega_1(R_1 - R_2)}.$$

Рассмотрим два случая взаимодействия звеньев торцевой фрикционной передачи: в традиционных условиях ее работы и при дополнительном ультразвуковом воздействии.

В первом случае сила прижима инструмента к поверхности заготовки постоянна, а следовательно, постоянна величина давления в зоне их контакта:

$$p = \frac{P_{\text{ст}}}{\pi \cdot R_2^2} = \text{const}.$$

Тогда с учетом (6) среднее значение абсолютной величины силы трения за время, равное периоду T ультразвуковых колебаний, будет равно:

$$\begin{aligned} |(F_{\text{тр}})_y|_{\text{ст}} &= \frac{1}{T} \int_0^T 2f \cdot p(t) \cdot R_2^2 \cdot f(\gamma) dt = \\ &= \frac{2fP_{\text{ст}}}{\pi} f(\gamma). \end{aligned} \quad (7)$$

Соответственно, импульс силы трения за время T определится как

$$I_{\text{Фтр.ст}} = \frac{2fP_{\text{ст}}}{\pi} \cdot T \cdot f(\gamma). \quad (8)$$

Последняя формула верна также для случая ультразвукового воздействия, при котором взаимодействие звеньев фрикционной пары происходит в замкнутом ре-

жиме (виброударный режим отсутствует), поскольку среднее значение давления за время T определится как

$$p_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt = \frac{P_{\text{ст}}}{\pi \cdot R_2^2}. \quad (9)$$

Тогда величина импульса силы трения за период ультразвуковых колебаний $I_{\text{Фтр.ак}}$ будет равна его значению при традиционных условиях работы фрикционной пары:

$$I_{\text{Фтр.ак}} = I_{\text{Фтр.ст}} = \frac{2fP_{\text{ст}}}{\pi} \cdot T \cdot f(\gamma). \quad (10)$$

Следовательно, такой режим ультразвукового воздействия не оказывает влияния на значения сил трения, возникающих при традиционных условиях работы фрикционной пары, а соответственно, и на ее передаточное отношение. Другими словами, управляющее влияние ультразвука на условия работы торцевой фрикционной передачи при безотрывном режиме взаимодействия ее звеньев отсутствует. Поэтому такой режим ультразвукового воздействия для решения задач совершенствования процесса шаржирования не приемлем.

Проанализируем случай, когда за счет ультразвукового возбуждения взаимодействие звеньев фрикционной пары протекает в виброударном режиме. Как было показано в [1], он характеризуется периодическим дискретным взаимодействием инструмента с поверхностью диска. В результате сила трения между ними действует только за время контакта поверхности (t_k) а в оставшуюся часть периода колебаний ($T - t_k$) ее значение равно нулю. Следовательно, средняя величина силы трения, действующая за период колебаний, будет определяться, с одной стороны, ее значением за время контактного взаимодействия поверхностей, а с другой – продолжительностью фазы их отрыва ($T - t_k$).

Исходя из этого, среднее значение силы трения за период ультразвуковых

колебаний можно с достаточной для инженерных расчетов точностью определить по следующей зависимости:

$$(F_{\text{тр}})_{\text{у.ак}} = F_{\text{тр}}(t_k) \cdot \frac{t_k}{T} f(\gamma), \quad (11)$$

где $F_{\text{тр}}(t_k)$ – величина силы трения, действующая за время контакта поверхностей, которая определяется как

$$F_{\text{тр}}(t_k) = 2f \cdot p_{\text{ак}}(t_k) f(\gamma), \quad (12)$$

где $p_{\text{ак}}(t_k)$ – величина давления на взаимодействующих поверхностях за время их контакта.

Полагая $p_{\text{ак}}(t_k) = \frac{2f \cdot P_{\text{ак}}(t_k)}{\pi \cdot R_2^2}$, получим

$$F_{\text{тр}}(t_k) = \frac{2f \cdot P_{\text{ак}}(t_k)}{\pi \cdot R_2^2} f(\gamma), \quad (13)$$

где $P_{\text{ак}}(t_k)$ – усилие взаимодействия поверхностей за время их контакта (импульс силы).

Для вычисления импульса силы $P_{\text{ак}}(t_k)$ за время контакта поверхностей t_k воспользуемся зависимостью, полученной в [3]:

$$I_{\text{р.ак.}}(t_k) = \frac{8P_{\text{ст}}^2 \cdot \pi}{A_0 \cdot \omega_{\text{ак}} \cdot c} \cdot C \cdot D, \quad (14)$$

где c – жесткость концентратора ультразвукового преобразователя; A_0 – амплитуда колебательных смещений; $\omega_{\text{ак}}$ – круговая частота ультразвуковых колебаний.

$$C = \frac{1 + \sqrt{1 + 4(\alpha + \beta)}}{2(1 + \alpha/\beta)}; \quad D = 1 + \frac{\beta}{c}.$$

Значения безразмерных коэффициентов α и β определяются следующим образом:

$$\alpha = \frac{m \cdot v_1^2 \cdot c}{4P_{\text{ст}}}; \quad \beta = \frac{A_0 \cdot m \cdot \omega_{\text{ак}} \cdot v_1 \cdot c}{\pi \cdot P_{\text{ст}}^2},$$

где m – масса инструмента; v_1 – скорость движения ультразвукового преобразова-

теля в момент соударения.

Учитывая, что отношение $\frac{P_{\text{ст}}}{c}$ равно

величине предварительного натяга $\chi_{\text{ст}}$, а также благодаря ранее установленной зависимости скоростного натяга выражение (14) представим в виде

$$I_{\text{р.ак.}} = \frac{8P_{\text{ст}} \cdot \chi_{\text{ст}} \cdot e^{k \cdot v} \cdot \pi}{A_0 \cdot \omega_{\text{ак}}} \cdot C \cdot D, \quad (15)$$

где e – основание натурального логарифма; k – коэффициент, зависящий от контактных условий в зоне обработки и определяемый экспериментально; v – скорость относительного скольжения деформирующего инструмента по обрабатываемой поверхности.

Коэффициенты C и D могут принимать значения от единицы и выше. Они будут равны единице, если $v_1 = 0$, т. е. в безотрывном режиме взаимодействия поверхностей, когда $A_0 = 2\chi_{\text{ст}} \cdot e^{kv}$. Тогда выражение (15) примет вид:

$$I_{\text{р.ак.}} = \frac{2P_{\text{ст}} \cdot \pi}{\omega_{\text{ак}}} = P_{\text{ст}} \cdot T. \quad (16)$$

Из (16) следует, что в безотрывном режиме взаимодействия колебательная система является линейной, при этом величина импульса силы за период колебаний соответствует условию статического нагружения. Если $A_0 > 2\chi_{\text{ст}} \cdot e^{kv}$, то взаимодействие поверхностей протекает в виброударном режиме, а система становится нелинейной, что обусловлено нелинейным изменением коэффициентов C и D .

Подставляя (16) в (6), получим выражение для определения импульса силы трения, действующего за время контакта поверхностей:

$$I_{\text{Ф.ак.}}(t_k) = \frac{16f \cdot P_{\text{ст}} \cdot \chi_{\text{ст}} \cdot e^{k \cdot v}}{A_0 \cdot \omega_{\text{ак}}} \cdot C \cdot D \cdot f(\gamma). \quad (17)$$

Внося $F_{\text{тр}}(t_k)$ в формулу (11), получим зависимость для вычисления среднего значения импульса силы трения за период колебаний T :

$$I_{F_{P.AK}} = \frac{16 f \cdot P_{CT} \cdot x_{CT} \cdot e^{k \cdot v}}{A_0 \cdot \omega_{AK}} \cdot \frac{t_k}{T} \cdot C \cdot D \cdot f(\gamma). (18)$$

Для количественной оценки степени влияния ультразвука на снижение сил трения в рассматриваемой фрикционной передаче воспользуемся значением коэффициента эффективности, определяемым из соотношения

$$\eta_F = \left(1 - \frac{I_{F_{P.AK}}}{I_{F_{TP.CT}}} \right) \cdot 100 \% , \quad (19)$$

где $I_{F_{P.AK}}$ и $I_{F_{TP.CT}}$ – средние значения импульса силы трения за период ультразвуковых колебаний при виброударном режиме взаимодействия звеньев фрикционной пары и при обычных условиях ее работы соответственно.

Подставляя в него выражения для вычисления $I_{F_{P.AK}}$ и $I_{F_{TP.CT}}$, после преобразования получим

$$\eta_F = \left(1 - \frac{4 x_{CT} \cdot e^{k \cdot v}}{A_0} \cdot \frac{t_k}{T} \cdot C \cdot D \right) \cdot 100 \% . (20)$$

Учитывая, что $T = \frac{2\pi}{\omega_{AK}}$, то окончательно имеем:

$$\eta_F = \left(1 - \frac{2 x_{CT} \cdot e^{k \cdot v} \cdot \omega_{AK} \cdot t_k}{\pi \cdot A_0} \cdot C \cdot D \right) \cdot 100 \% . (21)$$

Последнее выражение позволяет произвести количественную оценку степени влияния ультразвука на снижение сил трения в рассматриваемой фрикционной паре при виброударном режиме взаимодействия ее звеньев, т. е. когда $A_0 > 2 x_{CT} \cdot e^{k \cdot v}$, $t_k \neq 0$, C и D больше 1.

Из анализа (21) видно, что по мере увеличения неравенства $A_0 > 2 x_{CT} \cdot e^{k \cdot v}$ либо за счет повышения амплитуды колебаний, либо снижения статической нагрузки и скорости скольжения, что равносильно возрастанию интенсивности виброударного режима взаимодействия звеньев фрикционной пары, степень снижения в ней сил трения под действием ультразву-

ка повышается. Если изменение одного или одновременно нескольких из указанных параметров приводит к тому, что $A_0 = 2 x_{CT} \cdot e^{k \cdot v}$, то в колебательной системе устанавливается безотрывный режим взаимодействия ее звеньев, а эффект снижения сил трения под действием ультразвука пропадает.

Совершенно очевидно, что снижение сил трения во фрикционной передаче за счет ультразвукового воздействия влечет за собой изменение динамики вращательного движения ведомого звена (заготовки диска), а соответственно, и передаточного отношения данной пары.

На основе вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

1. Разработана математическая модель, позволяющая исследовать силы трения, действующие в торцевой фрикционной передаче «вращающийся деформирующий инструмент – заготовка распиловочного диска», с использованием которой получены аналитические выражения для расчета величины сил трения, возникающих в этой передаче как при обычных условиях ее работы, так и при ультразвуковом воздействии.

2. Показано, что при виброударном режиме работы колебательной системы, благодаря высокочастотному дискретному взаимодействию инструмента (ведущего звена) с обрабатываемой поверхностью диска (ведомого звена), величина сил трения, действующих в данной фрикционной передаче, всегда оказывается меньше их значения, соответствующего обычным условиям ее работы.

3. Получено выражение, позволяющее рассчитать степень снижения сил трения в торцевой фрикционной передаче в зависимости от технологических (статическая нагрузка, скорость скольжения) и акустических (амплитуда и частота ультразвуковых колебаний) параметров ее работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Киселев, М. Г.** Ультразвук в поверхностной обработке материалов / М. Г. Киселев, В. Т. Минченя, В. А. Ибрагимов ; под ред. М. Г. Киселева. – Минск : Тесей, 2001. – 344 с.

2. **Пат. 2101 РБ, МКИ⁷ В 28 D 1/00.** Устройство для шаржирования боковых поверхностей распиловочного диска / М. Г. Киселев, А. А. Но-

виков, Д. А. Степаненко ; заявитель БНТУ. – № и 20040648 ; заявл. 30.12.04 ; опубл. 30.09.05, Бюл. № 3. – 10 с.

3. **Андрienко, Л. А.** Детали машин / Л. А. Андрienко, Б. А. Байков, И. К. Ганулич ; под ред. О. А. Ряховского. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 520 с.

Белорусский национальный технический университет
Материал поступил 07.07.2008

**M. G. Kiselev, A. V. Drozdov,
A. A. Novikov, D. A. Stepanenko**
**Calculation of frictional forces in the face
frictional transmission under the exposition
of ultrasound**

Results of theoretical studies of the influence of ultrasonic vibrations of various intensities on the degree of frictional forces reduction in the above mentioned frictional transmission and alteration of its transmission ratio are given in the article. It is shown that under vibro-impact operation mode of the vibrating system value of frictional forces acting in the frictional transmission «rotating deforming tool – workpiece of sawing disc» is always smaller than their value corresponding to the normal mode of its operation.