

УДК 531.8  
РАСЧЕТ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА  
С УЧЕТОМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

К. С. ЖОЛУДЕВ

Научный руководитель А. В. ЛОКТИОНОВ, д-р техн. наук, проф.

Учреждение образования

«ВИТЕБСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

Витебск, Беларусь

В работе [1] изложен расчет уравнения движения малых колебаний эллиптического маятника с заданной начальной угловой скоростью его движения. Однако исследования выполнены без учета силы тяжести ползуна и шарика. Составим уравнение движения эллиптического маятника, состоящего из ползуна массы  $m_1$ , скользящего без трения по горизонтальной плоскости, и шарика массы  $m_2$ , соединённого с ползуном стержнем длины  $l$ . Стержень может вращаться вокруг оси, связанной с ползуном. Массу стержня при расчете не учитываем. При расчете уравнения движения маятника с заданной начальной угловой скоростью его движения учитывается сила тяжести шарика эллиптического маятника.

Рассматриваемая система имеет две степени свободы. Выберем в качестве обобщённых координат перемещение ползуна по горизонтальной плоскости ( $q_1 = x$ ) и угол поворота стержня вокруг оси связанной с ползуном ( $q_2 = \varphi$ ). Решая уравнения Лагранжа второго рода, получим:  $(m_1 + m_2)\ddot{x} + m_2 l \ddot{\varphi} = 0$ ,  $l\ddot{\varphi} + \ddot{x} + g\varphi = 0$ . Из первого уравнения полученной системы выразим  $\ddot{x} = -\frac{m_2 l}{m_1 + m_2} \ddot{\varphi}$ . Подставив это значение во второе уравнение, имеем:

$$\frac{lm_1}{m_1 + m_2} \ddot{\varphi} + g\varphi = 0, \quad \text{или} \quad \ddot{\varphi} + \frac{g(m_1 + m_2)}{lm_1} \varphi = 0. \quad (1)$$

Общее решение дифференциального уравнения (1) свободных колебаний маятника имеет вид  $\varphi = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt$ , где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные интегрирования. При принятых начальных условиях при  $\varphi = \varphi_0 = 0$ ,  $\dot{\varphi} = \omega = \omega_0$  получим:  $C_1 = 0, C_2 = \frac{\omega_0}{k}$ . Уравнение свободных колебаний маятника принимает вид:  $\varphi = \frac{\omega_0}{k} \sin kt$ , где частота колебаний

$$k = \sqrt{\frac{g(m_1 + m_2)}{lm_1}}.$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Локтионов, А. В. Расчет уравнения движения малых колебаний эллиптического маятника с заданной начальной угловой скоростью его движения / А. В. Локтионов, С. А. Сеньков // Теоретическая и прикладная механика. – Минск, 2011. – № 26. – С. 138–143.

