

СОБСТВЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТРЁХСЛОЙНОГО СТЕРЖНЯ  
НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПАСТЕРНАКА

Д. В. ЛЕОНЕНКО

Научный руководитель Э.И. СТАРОВОЙТОВ, д-р физ.-мат. наук, проф.

Учреждение образования

«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»

Гомель, Беларусь

Для изотропных несущих слоёв приняты гипотезы Бернулли, в жёстком заполнителе справедливы точные соотношения теории упругости с линейной аппроксимацией перемещений его точек от поперечной координаты  $z$ . Материалы несущих слоёв несжимаемы в поперечном направлении, в заполнителе учитывается обжатие. Деформации малы.

Система координат  $x, y, z$  связывается со срединной плоскостью заполнителя. На нижнюю поверхность второго несущего слоя действует реакция упругого основания  $q_r(x, t)$ . Через  $w_k(x, t)$  и  $u_k(x, t)$  обозначены прогибы и продольные перемещения срединных поверхностей несущих слоёв.

Уравнения движения трёхслойного стержня следуют из принципа Лагранжа с учетом работы сил инерции:

$$\delta A - \delta W = \delta A_I, \quad (1)$$

где  $\delta A$  – вариация работы внешних сил;  $\delta W$  – вариация работы внутренних сил упругости;  $\delta A_I$  – вариация работы сил инерции.

В рамках модели Пастернака реакция основания равна

$$q_r = \kappa_0 w_2 - t_f \Delta w. \quad (2)$$

Подставив значения вариаций в (1) с учетом (2), получена система дифференциальных уравнений, описывающая собственные колебания системы стержень-основание:

В качестве граничных принимаются условия свободного опирания стержня по торцам на неподвижные в пространстве жёсткие опоры.

$$w_k = u_{k,x} = w_{k,xx} = 0 \quad (k = 1, 2). \quad (3)$$

Начальные условия движения будут ( $t = 0$ )

$$\begin{aligned} u_k(x, 0) &= u_{k0}(x); \quad \dot{u}_k(x, 0) = \dot{u}_{k0}(x); \\ w_k(x, 0) &= w_{k0}(x); \quad \dot{w}_k(x, 0) = \dot{w}_{k0}(x) \quad (k = 1, 2). \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, рассмотрена постановка начально-краевой задачи (1–4) о собственных колебаниях трехслойного стержня на упругом основании Пастернака. Получены аналитические и численные решения для стержней со сжимаемым заполнителем.