

УДК 681.3: 634.04
 О РАСЧЁТЕ БЕСШАРНИРНЫХ АРОК НА ДЕЙСТВИЕ РАДИАЛЬНО-
 НАПРАВЛЕННЫХ РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЁННЫХ НАГРУЗОК

О.С. СЕМЕНЮК
 Научный руководитель В.И. ИГНАТЮК, канд. техн. наук, доц.
 Учреждение образования
 «БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
 УНИВЕРСИТЕТ»
 Брест, Беларусь

В практике проектирования находят применение длинные цилиндрические оболочки, выполненные из лёгких материалов, расчётные схемы которых могут быть приведены к аркам. Для таких оболочек особую роль играет ветровая нагрузка, действующая в радиальных направлениях [1].

Рассмотрим задачу определения усилий в бесшарнирных арках постоянной жёсткости кругового очертания при статическом действии радиально-направленных равномерно распределённых нагрузок (рис. 1). Для решения задачи используется метод сил с переносом неизвестных в упругий центр (рис. 2). При определении перемещений наряду с изгибающим моментом учитываются поперечные и продольные силы. Учитывая, что рассматриваются круговые арки, используется полярная система координат (рис. 2).

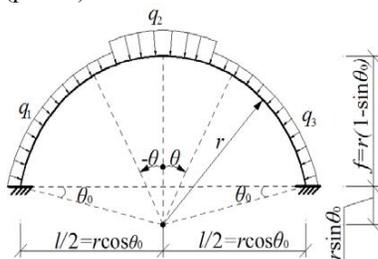


Рис. 1. Расчётная схема

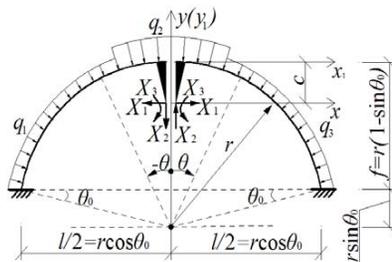


Рис. 2. Основная система метода сил

Зависимость между декартовой (x, y) и полярной (r, θ) системами координат здесь имеет вид: $x = r \sin \theta$; $y = c + y_1 = c - r(1 - \cos \theta)$, где: $y_1 = -r(1 - \cos \theta)$; c – расстояние от верхней средней точки до упругого центра.

Грузовые перемещения найдём по формулам Мора [2]. Например:

$$\Delta_{2p} = \frac{r^4}{EI} \sum_{i=1}^{n_q^H} q_i \left\{ -(\cos \theta_i^K - \cos \theta_i^H) - \frac{1}{2} \cos \theta_i^H (\sin^2 \theta_i^K - \sin^2 \theta_i^H) - \frac{1}{2} \sin \theta_i^H [(\theta_i^K - \theta_i^H) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2}(\sin 2\theta_i^K - \sin 2\theta_i^H) \Big] \Big\} + \frac{r^4}{EI} \sum_{i=1}^{n_g^H} q_i \left\{ \frac{1}{2}(\sin \theta_i^K - \sin \theta_i^H) \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 - \theta_i^K \right) - \frac{1}{2}(\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta_i^K) \right] + \right. \\
& + \frac{1}{2}(\cos \theta_i^K - \cos \theta_i^H)(\cos^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_i^K) \Big\} + \frac{r^4}{EI} \sum_{j=1}^{n_g^H} q_j \left\{ -(\cos \theta_j^K - \cos \theta_j^H) - \frac{1}{2} \cos \theta_j^K (\sin^2 \theta_j^K - \sin^2 \theta_j^H) - \right. \\
& - \frac{1}{2} \sin \theta_j^K \left[(\theta_j^K - \theta_j^H) - \frac{1}{2}(\sin 2\theta_j^K - \sin 2\theta_j^H) \right] \Big\} + \frac{r^4}{EI} \sum_{j=1}^{n_g^H} q_j \left\{ \frac{1}{2}(\sin \theta_j^K - \sin \theta_j^H) \left[\frac{1}{2}(\sin 2\theta_j^H + \sin 2\theta_0) - \right. \right. \\
& - \left. \left. (\theta_j^H + \frac{\pi}{2} - \theta_0) \right] - \frac{1}{2}(\cos \theta_j^K - \cos \theta_j^H)(\sin^2 \theta_j^H - \cos^2 \theta_0) \right\} + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{i=1}^{n_g^H} q_i \left\{ (\sin \theta_i^K - \sin \theta_i^H) - \right. \\
& - \frac{1}{2} \sin \theta_i^H (\sin^2 \theta_i^K - \sin^2 \theta_i^H) - \frac{1}{2} \cos \theta_i^H \left[(\theta_i^K - \theta_i^H) + \frac{1}{2}(\sin 2\theta_i^K - \sin 2\theta_i^H) \right] \Big\} + \\
& + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{i=1}^{n_g^H} q_i \left\{ \frac{1}{2}(\sin \theta_i^K - \sin \theta_i^H)(\cos^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_i^K) + \frac{1}{2}(\cos \theta_i^K - \cos \theta_i^H) \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 - \theta_i^K \right) + \right. \right. \\
& + \left. \left. \frac{1}{2}(\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta_i^K) \right] \right\} + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{j=1}^{n_g^H} q_j \left\{ \frac{1}{2} \sin \theta_j^K (\sin^2 \theta_j^K - \sin^2 \theta_j^H) - (\sin \theta_j^K - \sin \theta_j^H) + \right. \\
& + \frac{1}{2} \cos \theta_j^K \left[(\theta_j^K - \theta_j^H) + \frac{1}{2}(\sin 2\theta_j^K - \sin 2\theta_j^H) \right] \Big\} + \eta \frac{r^2}{GA} \sum_{j=1}^{n_g^H} q_j \left\{ \frac{1}{2}(\sin \theta_j^K - \right. \\
& - \left. \sin \theta_j^H)(\sin^2 \theta_j^H - \cos^2 \theta_0) + \frac{1}{2}(\cos \theta_j^K - \cos \theta_j^H) \left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta_j^H - \theta_0 \right) + \frac{1}{2}(\sin 2\theta_j^H + \right. \right. \\
& + \left. \left. \sin 2\theta_0) \right] \right\} + \frac{r^2}{EA} \sum_{i=1}^{n_g^H} q_i \left[\frac{1}{2} \sin \theta_i^H (\sin^2 \theta_i^K - \sin^2 \theta_i^H) - \frac{1}{2} \cos \theta_i^H (\theta_i^K - \theta_i^H) + \right. \\
& + \left. \frac{1}{4} \cos \theta_i^H (\sin 2\theta_i^K - \sin 2\theta_i^H) \right] + \frac{r^2}{EA} \sum_{i=1}^{n_g^H} q_i \left\{ \frac{1}{2}(\sin \theta_i^K - \sin \theta_i^H)(\cos^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_i^K) - \right. \\
& - \frac{1}{2}(\cos \theta_i^K - \cos \theta_i^H) \left[\left(\frac{\pi}{2} - \theta_0 - \theta_i^K \right) - \frac{1}{2}(\sin 2\theta_0 - \sin 2\theta_i^K) \right] \Big\} - \frac{r^2}{EA} \sum_{j=1}^{n_g^H} q_j \left[\frac{1}{2} \sin \theta_j^K (\sin^2 \theta_j^K - \right. \\
& - \left. \sin^2 \theta_j^H) - \frac{1}{2} \cos \theta_j^K (\theta_j^K - \theta_j^H) + \frac{1}{4} \cos \theta_j^K (\sin 2\theta_j^K - \sin 2\theta_j^H) \right] - \frac{r^2}{EA} \sum_{j=1}^{n_g^H} q_j \left\{ \frac{1}{2}(\sin \theta_j^K - \right. \\
& - \left. \sin \theta_j^H)(\sin^2 \theta_j^H - \cos^2 \theta_0) - \frac{1}{2}(\cos \theta_j^K - \cos \theta_j^H) \left[\left(\frac{\pi}{2} + \theta_j^H - \theta_0 \right) - \frac{1}{2}(\sin 2\theta_j^H + \sin 2\theta_0) \right] \right\}
\end{aligned}$$

На основе полученных зависимостей составлена MathCad-программа, с использованием которой выполнены расчёты конкретных арок. Расчёт арок также был выполнен методом конечных элементов в программе SCAD. Сравнение результатов расчёта показало их хорошее совпадение, что подтверждает эффективность разработанной методики, полученной в замкнутом виде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нагрузки и воздействия: СНиП 2.01.07–85 / Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. – 48 с.
2. **Борисевич, А. А.** Строительная механика: учебное пособие / А. А. Борисевич, Е. М. Сидорович, В. И. Игнатюк. – Минск: БНТУ, 2009. – 756 с.