

УДК 621.81:519.8

К. А. Шалыжин, А. А. Жолобов, канд. техн. наук, проф.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ШЛИЦЕВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЧЕРВЯЧНОЙ ФРЕЗОЙ С УЧЕТОМ ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ЖЕСТКОСТИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Предложена общая методология прогнозирования точности формообразования шлицевой поверхности червячной фрезой, основанная на принципах математического моделирования с учетом изменяющейся жесткости технологической системы, в том числе и формируемого изделия. Установлены зависимости, связывающие режимы резания и входные параметры технологической системы с погрешностями формы, размеров и относительного положения обрабатываемой шлицевой поверхности вала.

При прогнозировании точности формообразования в технологических системах является актуальной задача определения прогибов заготовок под действием сил резания. Особую важность эта задача приобретает при обработке сложных заготовок с фасонными поверхностями, например, при фрезеровании прямобочных шлицев червячной фрезой. В данной технологической системе наряду с относительной сложностью формообразования методом обката существует значительное ослабление заготовки, обусловленное глубинной обработкой шлицевой поверхности.

Возрастающая при этом податливость заготовки приводит к возникновению погрешностей поверхности. Одним из путей их компенсации является назначение рациональных режимов обработки, позволяющих ограничивать погрешности в пределах допусков выдерживаемых размеров. С этой целью необходимо определить зависимости, связывающие прогибы заготовки с режимами обработки. Расчёт величин сил резания производился по методике, представленной в [1].

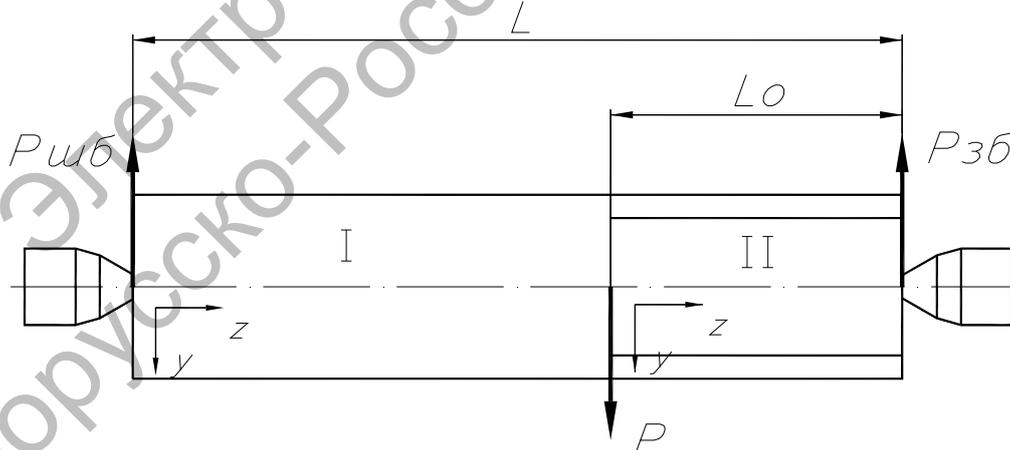


Рис. 1. Схема деформации заготовки

Установка заготовки в шлицефрезерном станке осуществляется в центрах передней и задней бабок. При этом прогиб

заготовки под действием сил резания в точках их приложения определяется как для балки переменного сечения, уста-

новленной на двух опорах. Схема сил, действующих на заготовку, закреплённую в центрах, представлена на рис. 1. Реакции опор определяются из схемы сил по формулам:

$$P_{зб} = \frac{P(L - L_0)}{L}; \quad P_{шб} = \frac{PL_0}{L}, \quad (1)$$

где  $L$  – длина вала;  $L_0$  – длина шлицевого участка вала;  $P$  – составляющая силы резания.

Для определения прогибов обрабатываемый вал разделяется на два участка. Первый участок соответствует необработанной части вала, второй – шлицевый участок. Далее с использованием локальных систем координат участков определяются углы поворота сечений и прогибы в каждой точке по длине вала [2].

На первом участке функция углов поворота сечений имеет вид:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= -\int_0^{z_1} \frac{M_1 dz_1}{EI} + \varphi_{01} = -\int_0^{z_1} \frac{P_{шб} z_1 dz_1}{EI} + \varphi_{01} = \\ &= -\frac{P_{шб} z_1^2}{2EI} + \varphi_{01}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $z_1$  – координата точки по длине вала на первом участке;  $I$  – осевой момент инерции круглого профиля вала;  $E$  – модуль упругости;  $\varphi_{01}$  – угол поворота в начале системы координат первого участка (у шпиндельного узла).

Функция прогибов на первом участке имеет вид [2]:

$$\begin{aligned} v_1 &= \int_0^{z_1} \varphi_1 dz_1 + v_{01} = -\int_0^{z_1} \left( \frac{P_{шб} z_1^2}{2EI} + \varphi_{01} \right) dz_1 + v_{01} = \\ &= -\frac{P_{шб} z_1^3}{6EI} + \varphi_{01} z_1, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $v_{01}$  – прогиб в начале системы координат первого участка (у шпиндельного узла  $v_{01} = 0$ ).

Угол поворота и прогиб в начале второго участка определяются из условия «стыковки» участков [2]:

$$\begin{aligned} \varphi_{02} &= \varphi_1(z_1 = L - L_0) = \\ &= -\frac{P_{шб}(L - L_0)^2}{2EI} + \varphi_{01}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} v_{02} &= v_1(z_1 = L - L_0) = \\ &= -\frac{P_{шб}(L - L_0)^3}{6EI} + \varphi_{01}(L - L_0). \end{aligned} \quad (5)$$

На втором участке функция углов поворота сечений

$$\begin{aligned} \varphi_2 &= -\int_0^{z_2} \frac{M_2 dz_2}{EI_0} + \varphi_{02} = \\ &= -\int_0^{z_1} \frac{P_{зб}(L_0 - z_2) dz_2}{EI_0} + \varphi_{02} = \\ &= -\frac{P_{зб} L_0 z_2}{EI_0} + \frac{P_{зб} z_2^2}{2EI_0} + \varphi_{02} = \\ &= -\frac{P_{зб} L_0 z_2}{EI_0} + \frac{P_{зб} z_2^2}{2EI_0} - \frac{P_{шб}(L - L_0)^2}{2EI} + \varphi_{01}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $z_2$  – координата точки по длине вала на втором участке;  $I_0$  – осевой момент инерции шлицевого профиля вала.

Функция прогибов на втором участке:

$$\begin{aligned} v_2 &= \int_0^{z_2} \varphi_2 dz_2 + v_{02} = \int_0^{z_2} \left( -\frac{P_{зб} L_0 z_2}{EI_0} + \frac{P_{зб} z_2^2}{2EI_0} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{P_{шб}(L - L_0)^2}{2EI} + \varphi_{01} \right) dz_2 + v_{02} = \\ &= -\frac{P_{зб} L_0 z_2^2}{2EI_0} + \frac{P_{зб} z_2^3}{6EI_0} - \frac{P_{шб}(L - L_0)^2 z_2}{2EI} + \\ &\quad + \varphi_{01} z_2 - \frac{P_{шб}(L - L_0)^3}{6EI} + \varphi_{01}(L - L_0). \end{aligned} \quad (7)$$

Прогиб обрабатываемого вала в конце второго участка, у шпиндельной бабки, равен нулю, следовательно,

$$\begin{aligned} v_2(z_2 = L_0) &= 0; \\ \frac{P_{зб} L_0^3}{2EI_0} + \frac{P_{зб} L_0^3}{6EI_0} - \frac{P_{шб}(L - L_0)^2 L_0}{2EI} + \\ &+ \varphi_{01} L_0 - \frac{P_{шб}(L - L_0)^3}{6EI} + \varphi_{01}(L - L_0) = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Из уравнения (8) определяется угол поворота в начале системы координат первого участка:

$$\varphi_{01} = \frac{P_{зб} L_0^3}{3EI_0} + \frac{P_{шб}(L-L_0)^2}{6EI} (L-2L_0). \quad (9)$$

Далее с использованием уравнений (1), (3), (9) определяется прогиб обрабатываемого вала в точке приложения сил резания ( $z_1 = L - L_0$ ):

$$\begin{aligned} v_1 &= -\frac{P_{шб}(L-L_0)^3}{6EI} + \frac{P_{зб} L_0^3}{3EI_0} + \\ &+ \frac{P_{шб}(L-L_0)^2}{6EI} (L-2L_0)(L-L_0) = \\ &= \frac{PL_0^2(L-L_0)^2}{6EI_0 L^2} (\Pi_0 + I_0(L-L_0)). \quad (10) \end{aligned}$$

Деформации обрабатываемой заготовки в плоскостях разложения сил резания определяются из формулы (10):

$$\Delta_{3X} = \frac{P_x \cdot L_0^2 \cdot (L-L_0)^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot I_0 \cdot L^2} (\Pi_0 + I_0(L-L_0)); \quad (11)$$

$$\Delta_{3Y} = \frac{P_y \cdot L_0^2 \cdot (L-L_0)^2}{3 \cdot E \cdot I \cdot I_0 \cdot L^2} (\Pi_0 + I_0(L-L_0)), \quad (12)$$

где  $L$  – длина вала;  $L_0$  – длина шлицевого участка вала;  $I$  – осевой момент инерции круглого профиля вала;  $I_0$  – длина шлицевого участка вала;  $E$  – модуль упругости.

Осевой момент инерции круглого профиля вала рассчитывается по известным формулам исходя из диаметра профиля. В случае фрезерования шлицев на ступенчатом валу осевой момент инерции круглого профиля определяется из расчёта приведенного диаметра ступеней [3]:

$$d_{пр} = \frac{\sum_1^n d_i \cdot I_i}{\sum_1^n I_i}, \quad (13)$$

где  $n$  – число ступеней вала;  $d_i, I_i$  – диаметр и момент инерции  $i$ -го участка вала.

При обзоре исследований моментов инерций периодических профилей [4] установлено, что на данный момент отсутствуют сведения о величинах моментов инерции стандартных прямоблочных шлицевых профилей. Для их расчёта была использована известная методика [2].

Значение осевого момента инерции шлицевого профиля определяется путём суммирования осевых моментов инерции составляющих его отдельных элементарных фигур – треугольников, прямоугольников и сегментов. Простейшим элементом, характеризующим профиль шлицевого сечения, является сектор, ограниченный одним выступом и одной впадиной (рис. 2). Для определения осевых моментов инерции элементарного сектора он раскладывается на элементарные фигуры: равнобедренный треугольник, прямоугольник и сегмент. Для каждой фигуры, условно ориентированной вдоль координатных осей, определяются осевые моменты инерции [2]. Осевые и центробежные моменты инерции элементарного сектора определяются как сумма осевых и центробежных моментов инерции фигур его составляющих.

Угол сектора определяется по формуле

$$\alpha = \frac{2\pi}{z}, \quad (14)$$

где  $z$  – число зубьев шлицевого вала.

Используя методику [1] для каждого номинального размера шлицевого профиля, из ГОСТ 1139-80 был определен осевой момент инерции сечений. Сравнивая рассчитанные значения осевого момента инерции шлицевого профиля со значениями момента инерции профиля, соответствующего круглой заготовке, установлено, что с геометрической точки зрения формирование шлицев ослабляет сечение примерно на 30–40 % для различных шлицевых профилей. Это приводит к различному ха-

рактору прогибов обрабатываемой заготовки на участках до и после обработки.

После установления значений моментов инерции шлицевых профилей было проведено исследование прогибов шлицевых валов при фрезеровании шлицевой поверхности по всей длине вала.

При этом для каждого стандартного шлицевого профиля были выбраны режимы резания, на основании которых рассчитаны величины силовых факторов, действующих на заготовку. Расчёт деформаций заготовки производился по представленным формулам.

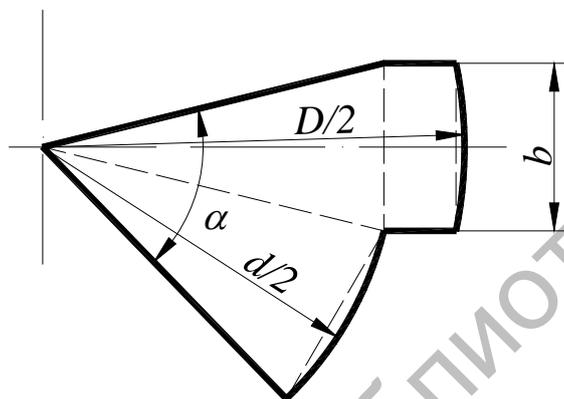


Рис. 2. Элементарный сектор шлицевого профиля

Установлено, что при обработке шлицевой поверхности наименьшие деформации заготовки наблюдаются у профилей с большим числом шлицев. В этом отношении наиболее оптимальными являются шлицевые профили тяжёлой серии с числом шлицев не менее десяти.

Фрезерование шлицев за два рабочих хода позволяет уменьшить деформации заготовки пропорционально разделению припуска между рабочими ходами, а также устранить эксцентриситет максимума кривой прогибов заготовки (рис. 3).

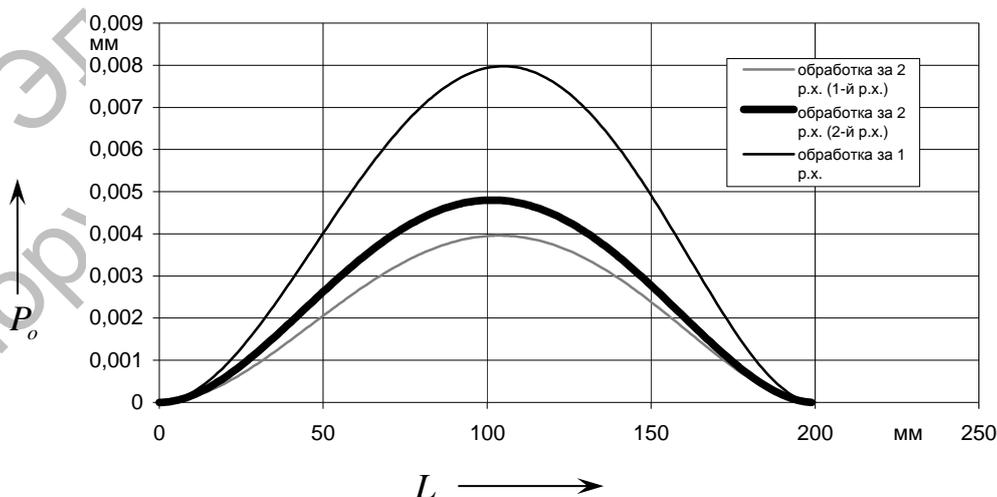


Рис. 3. График прогибов заготовки при шлицефрезеровании за один и два рабочих хода

Применение представленных зависимостей может осуществляться как для определения только прогибов заготовок и деталей, имеющих шлицевую поверхность, так и в комплексе прогнозирования точности шлицефрезерования червячной фрезой наряду с учётом упругих деформаций и смещений остальных элементов технологической системы.

В процессе резания на фрезу действуют силы резания, которые вызывают упругие деформации инструментальной оправки. Направления деформаций определяются из схемы составляющих сил, действующих на фрезу. Величины деформаций зависят от жесткостных и геометрических параметров инструментальной оправки и определяются по формулам:

$$\Delta_{\text{ирФ}} = \frac{P_{\text{рФ}} \cdot L_{\text{и}}^3}{48 \cdot E \cdot I}; \quad (15)$$

$$\Delta_{\text{иО}} = \frac{P_{\text{о}} \cdot L_{\text{и}}^3}{48 \cdot E \cdot I}, \quad (16)$$

где  $P_{\text{рФ}}$  – составляющая силы резания, перпендикулярная оси фрезы, направленная к заготовке;  $P_{\text{о}}$  – окружная составляющая силы резания;  $L_{\text{и}}$  – длина инструментальной оправки;  $I$  – осевой момент инерции профиля круглого сечения оправки, определяемый в зависимости от её диаметра.

Деформации опор инструментальной оправки, условно обозначенных как верхняя и нижняя опоры – соответственно  $\Delta_{\text{вО}}$  и  $\Delta_{\text{нО}}$ , изменяются в соответствии с изменением сил, действующих на фрезу по мере её продвижения к шпинделю станка. Их величину можно определить исходя из величины действительной жёсткости верхней и нижней опор  $j_{\text{вО}}$  и  $j_{\text{нО}}$  соответственно, а также с учётом того, что в общем случае червячная фреза установлена посередине длины  $L_{\text{и}}$  инструментальной оправки. В модели принимается допущение, что жёсткость опор одинакова в направлении действия сил  $P_{\text{о}}$  и  $P_{\text{рФ}}$ :

$$\Delta_{\text{вОрФ}} = P_{\text{рФ}}/2j_{\text{вО}}; \quad (17)$$

$$\Delta_{\text{вОО}} = P_{\text{о}}/2j_{\text{вО}}; \quad (18)$$

$$\Delta_{\text{нОрФ}} = P_{\text{рФ}}/2j_{\text{нО}}; \quad (19)$$

$$\Delta_{\text{нОО}} = P_{\text{о}}/2j_{\text{нО}}. \quad (20)$$

Деформации шпиндельного узла  $\Delta_{\text{ш}}$  и задней бабки  $\Delta_{\text{б}}$  изменяются также с изменением силы резания по мере продвижения фрезы к шпинделю станка. Их величину можно определить исходя из величины действительной жёсткости шпиндельного узла  $j_{\text{ш}}$  и задней бабки  $j_{\text{б}}$  соответственно, а также с учётом расстояния  $L_0$  от торца заготовки до рассматриваемой точки. Значения этих деформаций рассчитываются, с учётом допущения, что их жёсткость одинакова в направлении осей  $Y$  и  $X$  при обработке заготовки в центрах, получим:

$$\Delta_{\text{шY}} = (P_Y \cdot L_0)/(j_{\text{ш}} \cdot L); \quad (21)$$

$$\Delta_{\text{шX}} = (P_X \cdot L_0)/(j_{\text{ш}} \cdot L); \quad (22)$$

$$\Delta_{\text{бY}} = (P_Y \cdot (L - L_0))/(j_{\text{б}} \cdot L); \quad (23)$$

$$\Delta_{\text{бX}} = (P_X \cdot (L - L_0))/(j_{\text{б}} \cdot L), \quad (24)$$

где  $j_{\text{ш}}$  – жёсткость шпиндельного узла;  $j_{\text{б}}$  – жёсткость задней бабки.

В результате совместного действия деформаций шпиндельного узла и задней бабки суммарная величина деформаций на длине  $L_0$  может быть определена по формулам:

$$\Delta_{\text{шбY}} = \Delta_{\text{бY}} + (\Delta_{\text{шY}} - \Delta_{\text{бY}})L_0/L; \quad (25)$$

$$\Delta_{\text{шбX}} = \Delta_{\text{бX}} + (\Delta_{\text{шX}} - \Delta_{\text{бX}})L_0/L. \quad (26)$$

Наличие смещения центровочных отверстий заготовки приводит к дополнительному смещению её оси относительно оси центров станка. Эти факторы не зависят от силы резания и в данной модели учтены как полярный радиус, связывающий оси центров станка и точки шлицевой поверхности:

$$R_3^D = \sqrt{R_3^2 - (\Delta_{CM} \cdot \sin(\varphi + \varpi_1))^2} + \Delta_{CM} \cdot \cos(\varphi + \varpi_1), \quad (27)$$

где  $\Delta_{CM}$  – суммарная величина смещения в рассматриваемой точке, расположенной на длине  $L_0$ ;  $\varpi_1$  – угол между горизонталью и прямой, проведённой из центра заготовки через центровое отверстие.

Суммарная величина смещения  $\Delta_{CM}$  определяется как геометрическая сумма смещений центровых отверстий правого и левого торцов заготовки на длине  $L_0$  [5]:

$$\Delta_{CM} = \sqrt{\Delta_{СМП}^2 + \Delta_{СМЛ}^2 \pm 2\Delta_{СМП} \times \Delta_{СМЛ} \cdot \cos(180 - \varphi_{ЦЦ})}, \quad (28)$$

где  $\Delta_{СМП}$ ,  $\Delta_{СМЛ}$  – величины смещения центровых отверстий правого и левого торца заготовки на длине  $L_0$  соответственно [5]:

$$\Delta_{СМП} = \Delta_{СП} \cdot (1 - L_0/L); \quad (29)$$

$$\Delta_{СМЛ} = \Delta_{СЛ} \cdot (L_0/L), \quad (30)$$

где  $\Delta_{СП}$ ,  $\Delta_{СЛ}$  – величины смещения центровых отверстий правого и левого торца заготовки соответственно;  $\varphi_{ЦЦ}$  – угол между прямыми линиями, проведенными от оси заготовки через центровые отверстия.

Погрешность формы заготовки учитывается с помощью расчёта полярного радиуса точек её поверхностей:

$$R_3 = \sqrt{((R_3 - \Delta_K \cdot L_0/L_3) \cos \varphi)^2 + ((R_3 - \Delta_O - \Delta_K \cdot L_0/L_3) \sin \varphi)^2}, \quad (31)$$

где  $R_3$  – исходный радиус заготовки;  $\Delta_K$  – величина конусности поверхности заготовки;  $\varphi$  – полярная координата точки, расположенной на поверхности заготовки;  $\Delta_O$  – величина овальности заготовки.

На основе вышеизложенных мате-

матических зависимостей и способов учёта погрешностей технологической системы была разработана программа прогнозирования точности шлицефрезерования, позволяющая после ввода исходных данных произвести расчёт действительного полярного радиуса каждой точки шлицевой поверхности, а также с использованием рассчитанных данных определить величины её погрешностей и влияние каждого рассмотренного параметра технологической системы на точность шлицевой поверхности.

С помощью представленной модели и составленном на её основе программы было произведено моделирование предполагаемых погрешностей шлицевого вала при следующих условиях: параметры шлицевого профиля по ГОСТ 1139-80 – число шлицев  $z = 6$ , ширина шлица  $b = 5$  мм, наружный диаметр  $D = 25$  мм, внутренний диаметр  $d = 21$  мм; параметры заготовок образцов – длина  $L = 200$  мм; данные по инструменту по ГОСТ 15067-80 – длина инструментальной оправки 380 мм, диаметр инструментальной оправки 22 мм; данные по паспорту станка – смещение центров инструментальной оправки –  $\pm 22$  мкм, жёсткость шпиндельного узла 30000 кН/м, задней бабки 20000 кН/м. Переменными параметрами являлись нормативные значения режимов резания со следующими интервалами их изменения: подача  $S = 0,5-2$  мм/об, скорость резания  $V = 15-30$  м/мин, глубина резания  $t = 0,8$  и 2 мм для обработки за два и один рабочий ход соответственно.

По результатам расчёта построены и экспериментально проверены графики погрешностей профиля продольного сечения внутренней поверхности в трех точках по длине заготовки – у шпиндельной и задней бабки, в её середине (рис. 4–6).

Сплошными линиями на рисунках выполнены графики экспериментальных моделей, штриховыми линиями – соответствующие графики прогнозирования.

Как видно из графиков, уменьшение погрешностей профиля продольного сечения в указанных условиях происходит при увеличении скорости главного движения и уменьшении продольной подачи червячной фрезы.

Сравнивая графики экспериментальных и теоретических исследований, можно отметить относительную их бли-

зость, однако экспериментальная зависимость погрешности профиля продольного сечения в трёх точках исследуемого образца принимает несколько большие значения, что связано с неучтённой, возможно более низкой жёсткостью инструментальной системы шлифрезерного станка, использованного в ходе эксперимента.

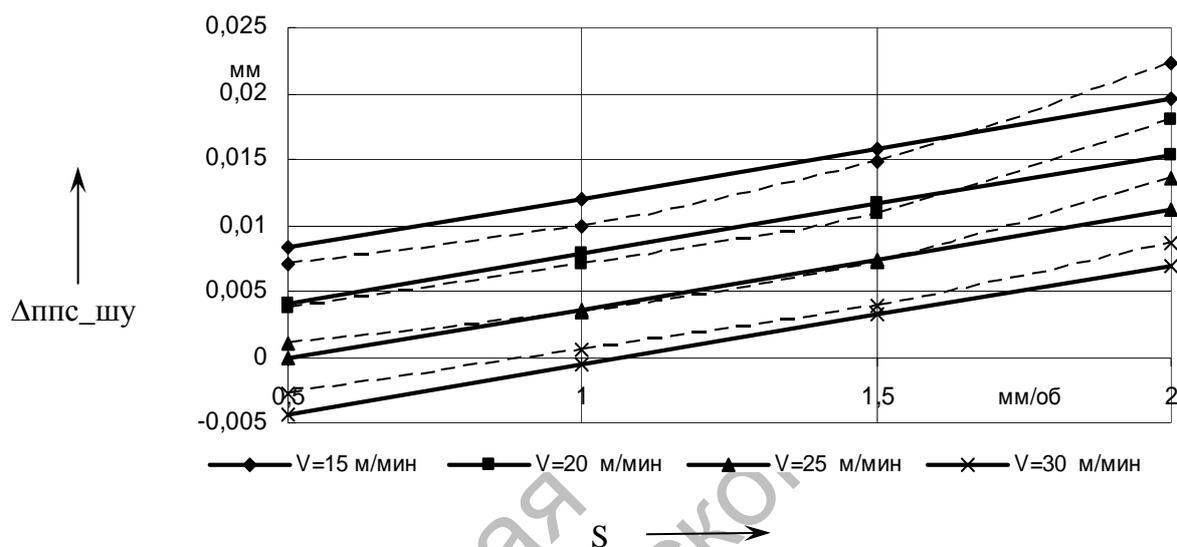


Рис. 4. Экспериментальный и теоретический график погрешности профиля продольного сечения образца у шпиндельной бабки

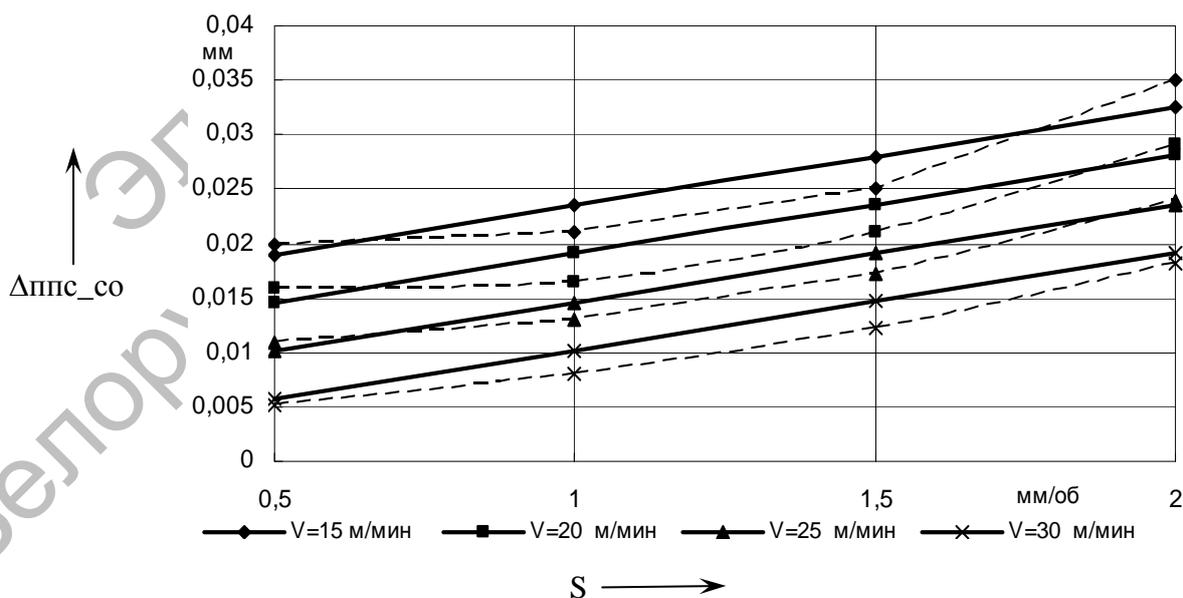


Рис. 5. Экспериментальный и теоретический график погрешности профиля продольного сечения в середине образца

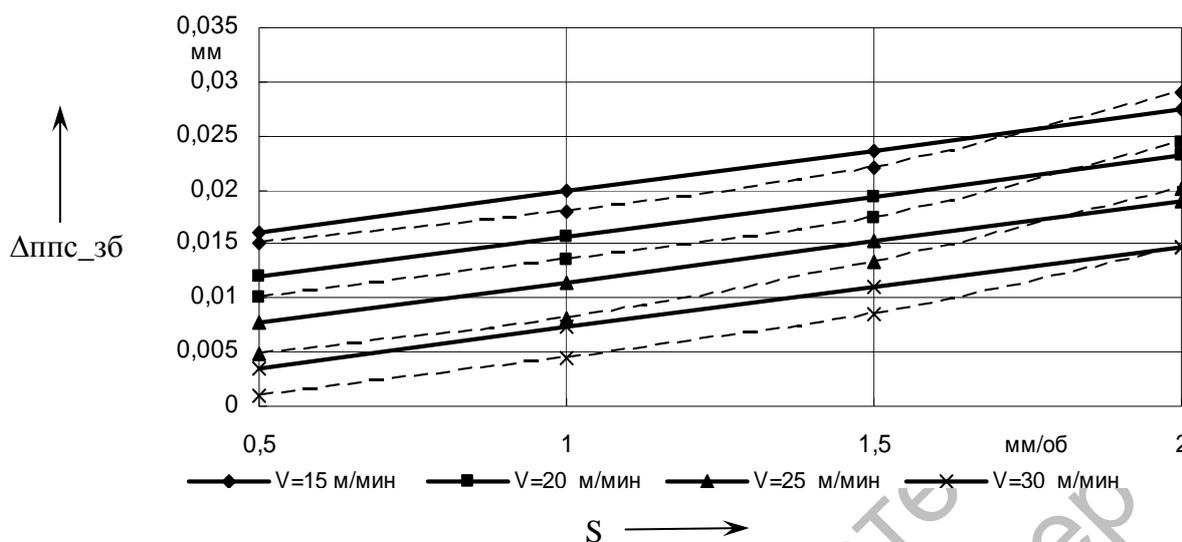


Рис. 6. Экспериментальный и теоретический график погрешности профиля продольного сечения образца у задней бабки

Применение методики прогнозирования погрешностей обработки шлицевой поверхности червячной фрезой позволяет установить требуемые по условиям точности, производительности, энергосбережения режимы резания с учётом исходного состояния основных элементов технологической системы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шальжин, К. А. Прогнозирование погрешностей шлицевого вала на основе моделирования и анализа деформаций в технологической системе / К. А. Шальжин, А. А. Жолобов // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии* :

материалы междунар. науч.-техн. конф. – Могилев, 2007. – С. 102–103.

2. Феодосьев, В. И. Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев. – М. : Наука, 1979. – 486 с.

3. Лизогуб, В. А. Влияние проектных параметров узлов токарного станка и режима резания на точность обработки / В. А. Лизогуб // *СТИН*. – 2007. – № 3. – С. 8–10.

4. Трофимов, Б. Ф. Расчет моментов инерции сечения шлицевых валов с эвольвентным профилем зубьев / Б. Ф. Трофимов // *Вестн. машиностроения*. – 2004. – № 8. – С. 23–25

5. Жолобов, А. А. Прогнозирование и обеспечение качества технологических систем на этапах их проектирования и изготовления : монография / А. А. Жолобов. – Могилёв : Белорус.-Рос. ун-т, 2005. – 304 с.

Белорусско-Российский университет  
Материал поступил 15.06.2009

**К. А. Shalyzhyn, A. A. Zholobov**  
**Forecasting of accuracy of shaping of the splined surface by the hob taking into account changing rigidity of the technological system**

It is offered the general methodology of forecasting of accuracy of shaping of the splined surface by the hob, based on principles of mathematical modelling taking into account changing rigidity of the technological system, including the forming product. The dependences connecting modes of cutting and entrance parameters of technological system with errors of the form, sizes and relative position of the processing splined surface of the shaft are established.