# УДК 621

В. П. Тарасик, д-р техн. наук, проф., О. В. Пузанова, канд. техн. наук, В. И. Курстак

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРИВОДОВ ВЕДУЩИХ КОЛЕС МОБИЛЬНЫХ МАШИН

Изложена методика моделирования и представлена математическая модель трансмиссии автомобиля с межколесным дифференциалом. Приведены графики результатов моделирования процессов трогания автомобиля с места с буксованием ведущих колес и движения по гармоническим неровностям, возбуждающим резонансные колебания в трансмиссии.

На самоходных колесных машинах (автомобилях, тракторах, строительнодорожной и сельскохозяйственной технике) применяют дифференциальные приводы ведущих колес. Различают межколесные и межосевые дифференциалы. Межколесный дифференциал обеспечивает привод колес одного ведущего моста машины, а межосевой предназначен для дифференциального распределения энергии двигателя между двумя (или более) ведущими мостами.

На рис. 1, а приведена кинематическая схема простого конического дифференциала, наиболее часто применяемого в межколесном приводе, а на рис. 1, в – схема его установки в ведущем мосту колесной машины [1].



Рис. 1. Кинематические схемы межколесного (а) и межосевого (б) дифференциалов, схема ведущего моста автомобиля (в), динамическая модель дифференциала (г)

Основные звенья дифференциала – два центральных зубчатых колеса 1 и 2 и

водило 3. Посредством этих звеньев дифференциал взаимодействует с дру-

Транспорт

гими механизмами трансмиссии. Кроме того, в состав дифференциала входят сателлиты 4, осуществляющие внутреннее взаимодействие его основных звеньев. Энергия двигателя передается на дифференциал посредством пары конических зубчатых колес 7 и 8 главной передачи, а затем через полуоси 5 и 6 – на ведущие колеса машины *а* и *b*.

Конический дифференциал распределяет подводимый к нему вращающий момент примерно поровну на левое и правое колеса (или же между двумя ведущими мостами). Поэтому его называют симметричным дифференциалом. При необходимости неравномерного распределения вращающих моментов в приводе ведущих мостов (например, для трехосного автомобиля) применяют несимметричный дифференциал, выполняемый по кинематической схеме, приведенной на рис. 1, б. Ведущим звеном как межколесного, так и межосевого дифференциала принимают водило, центральные зубчатые колеса – ведомые звенья.

Кинематические свойства дифференциала описываются уравнением

$$\omega_a - \omega_b K - \omega_h (1 - K) = 0, \qquad (1)$$

где  $\omega_a$ ,  $\omega_b$  – угловые скорости центральных зубчатых колес;  $\omega_h$  – угловая скорость водила; K – кинематический параметр дифференциала.

Параметр *K* определяет отношение между угловыми скоростями  $\omega_a$  и  $\omega_b$ при остановленном водиле  $K = \omega_a / \omega_b$ при  $\omega_h = 0$ .

У конического дифференциала оба центральных зубчатых колеса одинаковы, поэтому K = -1, а уравнение его кинематики

$$\omega_h = \frac{\omega_a + \omega_b}{2} \,. \tag{2}$$

Уравнение кинематики несимметричного дифференциала

$$\omega_h = \frac{\omega_a}{1 - K} - \frac{K\omega_b}{1 - K}.$$
 (3)

Обычно несимметричный межосевой дифференциал выполняют с K = -2. Тогда на один из ведущих мостов передается одна треть от момента на водиле  $M_h$ , а на другие мосты – две трети.

Устанавливаемые уравнениями (2) и (3) соотношения между  $\omega_a, \omega_b, \omega_h$ отображаются на динамической модели трансформаторными элементами ТЭ<sub>а</sub> и ТЭ<sub>b</sub>. Динамическая модель дифференциала представлена на рис. 1, г. Сосредоточенные массы с моментами инерции  $J_a, J_b$  отображают инерционные свойства колес машины, а масса с моментом инерции J<sub>h</sub> – приведенную массу механизма дифференциала и главной передачи. Упругий и диссипативный элементы с параметрами с и и учитывают физические свойства полуосей привода ведущих колес машины. Передаточные числа трансформаторных элементов ТЭ<sub>а</sub> и ТЭ<sub>b</sub> определяют на основе уравнений (2) и (3). Для симметричного дифференциала получаем

$$u_a = u_b = 0.5$$
, (4)

а для несимметричного -

$$u_a = 1/(1-K); \quad u_b = -K/(1-K).$$
 (5)

На рис. 2, а приведена динамическая модель трансмиссии автомобиля с дифференциальным приводом ведущих колес, а на рис. 2, б – орграф. Моделирование осуществлялось на основе структурно-матричного метода [2].

Сосредоточенные массы  $J_1$  и  $J_2$ отображают инерционные свойства двигателя и коробки передач, масса  $J_3$  соответствует массе  $J_h$ , а массы  $J_4$  и  $J_5$  – массам  $J_a$  и  $J_b$  (см. рис. 1, г). Параметры сосредоточенных масс  $J_6$  и  $J_7$ эквивалентны моментам инерции беговых дорожек ведущих колес автомобиля, а масса  $J_8$  отображает инерционные свойства поступательно движущейся массы автомобиля и его ведомых колес.



Рис. 2. Динамическая модель трансмиссии автомобиля с дифференциальным приводом ведущих колес (а) и орграф (б)

Упругий элемент  $c_1$  учитывает жесткость валов коробки передач и карданной передачи,  $c_2$  – суммарную жесткость обеих полуосей,  $c_3$  и  $c_4$  – упругие свойства шин ведущих колес при их окружной деформации. Трансформаторные элементы отображают преобразование параметров потока энергии двигателя механизмами трансмиссии при ее передаче ведущим колесам:  $T\Im_{21}$  – коробкой передач;  $T\Im_{31}$  – главной передачей;  $T\Im_{42}$  и  $T\Im_{52}$  – механизмом дифференциала. Фрикционный элемент  $\Phi\Im_1$  соответствует сцеплению трансмиссии автомобиля, а  $\Phi\Im_2$  и  $\Phi\Im_3$  отображают сцепление ведущих колес с дорогой. Внешние воздействия:  $M_{\rm B1}$  – вращающий момент двигателя;  $M_{\rm B2}, M_{\rm B3}$  – моменты сопротивления качению ведущих колес; M<sub>в4</sub> – приведенный момент сопротивления движению машины, обусловленный продольным уклоном дороги, воздушной средой и потерями на качение ведомых колес автомобиля. Влияние неровностей микропрофиля дороги отображается ис- $\omega_{\rm B1}^*, \omega_{\rm B2}^*$ точниками типа потока  $(M_{B1}^*, M_{B2}^*)$  – окружные реакции дороги на колеса).

Фрикционный элемент ФЭ1 связан с двумя сосредоточенными массами J<sub>1</sub> и J<sub>2</sub> динамической модели и может изменять взаимодействие элементов  $c_1$ ,  $T\Theta_{21}$ и источника внешнего воздействия M<sub>в1</sub> с этими массами. В зависимости от состояния ФЭ<sub>1</sub> (режим скольжения или замкнутое состояние) каждый из этих элементов имеет два возможных варианта взаимодействия с массами J<sub>1</sub> и J<sub>2</sub>, причем эти массы после замыкания ФЭ1 объединяются в одну массу, и динамическая система теряет одну степень свободы. Следовательно, ветви орграфа, отображающие эти элементы, являются виртуальными и поэтому на орграфе помечены звездочкой [2].

Фрикционные элементы ФЭ<sub>2</sub> и ФЭ3 (сцепления колес с дорогой), в отличие от  $\Phi \mathfrak{I}_1$ , связаны с тремя массами J<sub>6</sub>, J<sub>7</sub>, J<sub>8</sub> и могут изменять их взаимодействие с элементами  $c_3, c_4$  и с источником внешнего воздействия M<sub>в4</sub>. Количество вариантов взаимодействия элементов в этом случае возрастает, так как увеличивается число комбинаций состояний фрикционов ФЭ<sub>2</sub> и ФЭ<sub>3</sub>. Так, упругий элемент с<sub>3</sub> постоянно воздействует на массу  $J_7$ , в замкнутом состоянии  $\Phi \Im_2$ он воздействует также на массу  $J_8$ , а при замыкании обоих фрикционных элементов ФЭ<sub>2</sub> и ФЭ<sub>3</sub> воздействие упругого элемента с<sub>3</sub> передается одновременно на массы  $J_8$  и  $J_6$ . Аналогичен характер взаимодействия упругого элемента  $c_4$  с элементами динамической модели. Воздействие  $M_{\rm B4}$  при скольжении сцеплений  $\Phi \Theta_2$  и  $\Phi \Theta_3$  воспринимается только массой  $J_8$ , а при их замыкании передается также на массы  $J_7$  и  $J_6$ .

Для отображения двойственного характера взаимодействия упругих и фрикционных элементов с сосредоточенными массами в рассматриваемом случае приняты два варианта обозначений виртуальных ветвей орграфа – с помощью одной или двух звездочек. Ветви элементов, имеющих два варианта взаимодействия с *i*-й сосредоточенной массой, помечены одной звездочкой, а при трех вариантах – двумя звездочками [2].

Аналогичные обозначения использованы для инциденторов в матрице инциденций A (табл. 1) и матрице трансформаторных элементов ТЭ (табл. 2). Подматрицы упругих  $A_y$  и диссипативных  $A_d$  элементов одинаковы, поэтому в матрицах A и ТЭ приведены лишь подматрицы  $A_y$ .

В матрице ТЭ отображена виртуальная связь упругого элемента  $c_1$  с сосредоточенной массой  $J_1$ , осуществляемая через трансформаторный элемент ТЭ<sub>21</sub> в замкнутом состоянии сцепления  $\Phi$ Э<sub>1</sub>.

Составим уравнения математической модели исследуемого объекта на основе структурно-матричного метода. Топологические уравнения сформируем по строкам матрицы *A*, а компонентные – по столбцам, принимая во внимание информацию о трансформаторных элементах, содержащуюся в матрице ТЭ. Формирование топологических уравнений осуществляется с учетом как постоянных, так и виртуальных ветвей орграфа, а при формировании компонентных уравнений используют только постоянные ветви.

34

	Ветвь													
Узел		М <sub>в1</sub>	М <sub>в2</sub>	М <sub>в3</sub>	$M_{\rm B4}$	$M_{B1}^*$	M <sup>*</sup> <sub>B2</sub>	$M_{\rm dl}$	$M_{\rm dp2}$	M <sub>¢3</sub>	$c_1$	<i>c</i> <sub>2</sub>	<i>c</i> <sub>3</sub>	c <sub>4</sub>
1		1	0	0	0	0	0	-1*	0	0	-1*	0	0	0
2		1*	0	0	0	0	0	1*	0	0	-1	0	0	0
3		0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0	0
4		0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	-1	0
5		0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1
6		0	0	0	-1*	0	0	0	1*	* -1*	0	0	1**	* 1
7		0	0	0	-1*	0	0	0	-1*	1**	0	0	1	1**
8		0	0	0	-1	0	0	0	1*	1*	0	0	1*	1*
1*		0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	1	0
2*		0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	1
Подматрицы						$A_{\rm B}$						F	y	
Табл. 2. Матрица ТЭ														

## Табл. 1. Матрица инциденций

## Табл. 2. Матрица ТЭ

Vaer						
5 301		$c_1$	<i>c</i> <sub>2</sub>	$c_3$	$c_4$	
1		1*	0	0	0	
2		1	0	0	0	
3		1	0	0	0	
4		0	1	0	0	
5		0	1	0	0	
6		0	0	0	0	
7		0	0	0	0	
8		0	0	0	0	
1*		0	0	0	0	
2*		0	0	0	0	

Если в і-й строке матрицы А отсутствуют инциденторы виртуальных ветвей, тогда топологическое уравнение движения сосредоточенной массы J<sub>i</sub> составляют на основе принципа Даламбера. В рассматриваемом примере это относится к массам *J*<sub>3</sub>, *J*<sub>4</sub>, *J*<sub>5</sub> (см. табл. 1).

При наличии в *i*-й строке матрицы инциденторов виртуальных ветвей, A отображающих два возможных варианта их взаимодействия с массой J<sub>i</sub>, используется алгоритм формирования топологического уравнения, изложенный в [2]. Строка матрицы в этом случае содержит инциденторы виртуальных ветвей, отмеченные одной звездочкой. Наряду с виртуальными ветвями в этой строке могут быть также инциденторы постоянных ветвей. В табл. 1 это первая и вторая строки.

Рассмотрим алгоритм формирования топологических уравнений в случае, если в динамической модели технической системы одновременно два фрикционных элемента связывают между собой три сосредоточенные массы в различных комбинациях. Тогда в матрице A будут три строки, содержащие инциденторы этих фрикционных элементов (табл. 1, строки 6, 7 и 8). Виртуальные ветви фрикционных, упругих и диссипативных элементов при этом имеют трехвариантное взаимодействие с сосредоточенными массами  $J_6, J_7, J_8$ . Такая особенность динамической модели возникает при наличии в трансмиссии дифференциала.

Из динамической модели (см. рис. 2, а) видно, что сцепление  $\Phi \Im_2$  непосредственно связывает между собой массы  $J_7$  и  $J_8$ , что отображается в соответствующих им строках матрицы A инциденторами (-1<sup>\*</sup>) и 1<sup>\*</sup>. Одновременно эти же массы объединяются с массой  $J_6$  посредством сцепления  $\Phi \Im_3$  при его замыкании, что отражено в матрице A инцидентором 1<sup>\*\*</sup> в шестой строке. Аналогично составлен столбец матрицы A, соответствующий ветви орграфа  $M_{\phi3}$  (сцепление  $\Phi \Im_3$ ).

Рассмотрим алгоритм формирования топологического уравнения сосредоточенной массы  $J_6$ . На движение этой массы оказывают влияние потенциалы ветвей  $M_{\rm B4}, M_{\rm d2}, M_{\rm d3}, c_3, c_4$ , причем первые четыре ветви виртуальные, а ветвь упругого элемента с<sub>4</sub> постоянная, что отражено соответствующими обозначениями инциденторов в матрице A. При этом масса  $J_6$ непосредственно связана с массой  $J_8$  сцеплением ФЭ<sub>3</sub> (инцидентор 1<sup>\*</sup> в восьмой строке), а через второе сцепление  $\Phi \Theta_2 - c$ массой  $J_7$  (инцидентор 1<sup>\*\*</sup> в седьмой строке). Следовательно, воздействие потенциала  $M_{\phi 3}$  на движение массы  $J_6$  зависит от состояния сцепления ФЭ3, определяемого дискретными функциями замыкания L<sub>3</sub> и размыкания Р<sub>3</sub>, а воздействие потенциала

 $M_{\phi 2}$  – от состояния обоих сцеплений  $\Phi \Im_2$  и  $\Phi \Im_3$ , что учитывается функциями  $L_2$  и  $L_3$ . Поэтому при составлении топологического уравнения движения массы  $J_6$  потенциал  $M_{\phi 3}$  необходимо умножить на  $(1-L_3)$  и на функцию sign $(\omega_6 - \omega_8)$ , а потенциал  $M_{\phi 2}$  – на  $(1-L_2)L_3$  и на sign $(\omega_7 - \omega_8)$ .

Влияние воздействия внешней среды  $M_{\rm B4}$  на массу  $J_6$  зависит от состояния  $M_{\rm d3}$ , но не связано с состоянием сцепления  $M_{\rm d2}$ , что учитывается в матрице A инцидентором (-1<sup>\*</sup>) (т. е. инцидентором с одной звездочкой). Следовательно, функцию  $M_{\rm B4}$  в топологическом уравнении необходимо умножить на  $L_3P_3$ . Одновременное использование дискретных функций  $L_3$  и  $P_3$ позволяет учесть замыкание и размыкание  $\Phi \Theta_3$ , т. е. включение функции  $M_{\rm B4}$ в топологическое уравнение или ее исключение.

Упругий  $c_3$  и диссипативный  $\mu_3$ элементы оказывают влияние на движение массы  $J_6$  только при обоих замкнутых сцеплениях  $M_{\phi 2}$  и  $M_{\phi 3}$ , что отражается двумя звездочками в инциденторах этих элементов. Поэтому в топологическом уравнении потенциалы  $M_{y3}$  и  $M_{д3}$  необходимо умножить на  $L_2P_2L_3P_3$ .

При замыканиях сцеплений  $\Phi \Theta_2$ и  $\Phi \Theta_3$  масса  $J_6$  объединяется в различных комбинациях с массами  $J_7$  и  $J_8$ , что отображается количеством звездочек у инциденторов ветвей  $M_{\phi 2}$ и  $M_{\phi 3}$ . Для объединения масс  $J_6$  и  $J_8$ достаточно замкнуть сцепление  $\Phi \Theta_3$ , поэтому массу  $J_8$  в топологическом уравнении необходимо умножить на  $L_3$ . Объединение трех масс  $J_6, J_7, J_8$ требует замыкания обоих сцеплений  $\Phi \Im_2$ и  $\Phi \Im_3$ , т. е. дополнительно к замкнутому сцеплению  $\Phi \Im_3$  необходимо замкнуть сцепление  $\Phi \Im_2$ . Поэтому инцидентор ветви  $M_{\Phi 2}$  обозначен двумя звездочками, а  $J_7$  необходимо умножить на  $L_2L_3$ .

Алгоритм формирования топологического уравнения движения массы  $J_7$ аналогичен.

В восьмой строке матрицы A (см. табл. 1) инциденторы всех виртуальных ветвей обозначены одной звездочкой. Следовательно, каждая из этих ветвей имеет только два варианта взаимодействия с сосредоточенной массой  $J_8$ .

Приведенное описание алгоритма формирования топологического уравнения при трехвариантном взаимодействии виртуальных ветвей с *i*-й сосредоточенной массой отражает определенность и однозначность его структуры, что обеспечивает полную формализацию процесса составления топологического уравнения и позволяет использовать этот алгоритм для создания компьютерной программы автоматизированного построения математической модели технической системы с дифференциальным распределением потока энергии между потребителями.

С учетом изложенной методики сформируем топологические уравнения моделируемой системы:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_{i}}{dt} &= \frac{M_{s1} - M_{\phi 1} \operatorname{sign}(\omega_{i} - \omega_{2})(1 - L_{1}) - (M_{s1} + M_{s1})L_{1}P_{1}/(u_{21}\eta_{21})}{J_{1} + J_{2}L_{1}}; \\ \frac{d\omega_{2}}{dt} &= \frac{M_{s1}L_{1}P_{1} + M_{\phi 1} \operatorname{sign}(\omega_{i} - \omega_{2})(1 - L_{2}) - (M_{y1} + M_{s1})/(u_{21}\eta_{21})}{J_{1}L_{1} + J_{2}}; \\ \frac{d\omega_{3}}{dt} &= \frac{(M_{y1} + M_{s1})u_{31}\eta_{31} - (M_{y2} + M_{s2})}{J_{3}}; \\ \frac{d\omega_{4}}{dt} &= \frac{-M_{s2} + (M_{y2} + M_{s2})u_{42}\eta_{42} - (M_{y3} + M_{s3})}{J_{4}}; \\ \frac{d\omega_{5}}{dt} &= \frac{-M_{s3} + (M_{y2} + M_{s2})u_{53}\eta_{52} - (M_{y4} + M_{s4})}{J_{4}}; \\ \frac{d\omega_{6}}{dt} &= \frac{-M_{s3} + (M_{y2} + M_{s2})u_{53}\eta_{52} - (M_{y4} + M_{s4})}{J_{4}}; \\ \frac{d\omega_{6}}{dt} &= \left[-M_{s4}L_{3}P_{3} + M_{\phi 2}\operatorname{sign}(\omega_{7} - \omega_{8})(1 - L_{2})L_{3} - M_{\phi 3}\operatorname{sign}(\omega_{6} - \omega_{8})(1 - L_{3}) + (M_{y3} + M_{s3})L_{2}P_{2}L_{3}P_{3} + (M_{y4} + M_{s4})\right]/(J_{6} + J_{7}L_{2}L_{3} + J_{8}L_{3}); \\ \frac{d\omega_{7}}{dt} &= \left[-M_{s4}L_{2}P_{2} - M_{\phi 2}\operatorname{sign}(\omega_{7} - \omega_{8})(1 - L_{2}) + M_{\phi 3}\operatorname{sign}(\omega_{6} - \omega_{8})(1 - L_{3})L_{2} + (M_{y3} + M_{s3}) + (M_{y4} + M_{s4})L_{2}P_{2}L_{3}P_{3}\right]/(J_{6}L_{2}L_{3} + J_{7} + J_{8}L_{2}); \\ \frac{d\omega_{8}}{dt} &= \left[-M_{s4} - M_{\phi 2}\operatorname{sign}(\omega_{7} - \omega_{8})(1 - L_{2}) + M_{\phi 3}\operatorname{sign}(\omega_{6} - \omega_{8})(1 - L_{3}) + (M_{y3} + M_{s3})L_{2}P_{2} + (M_{y4} + M_{s4})L_{3}P_{3}\right]/(J_{6}L_{3} + J_{7}L_{2} + J_{8}). \\ \end{array}\right]$$

Нетрудно убедиться, что при  $L_1 = 1$ и  $P_1 = 1$  выражения для вычисления производных  $d\omega_1/dt$  и  $d\omega_2/dt$  одинаковы, следовательно, сосредоточенные массы

Транспорт

 $J_1$  и  $J_2$  при замыкании фрикциона  $\Phi \Im_1$  будут вращаться с одинаковыми угловыми скоростями. Аналогично при замыкании  $\Phi \Im_2$  получим  $d\omega_7/dt = d\omega_8/dt$ , при замыкании  $\Phi \Im_3 - d\omega_6/dt = d\omega_8/dt$ , а при замкнутых состояниях  $\Phi \Im_2$  и  $\Phi \Im_3 - d\omega_6/dt = d\omega_7/dt = d\omega_8/dt$ .

Компонентные уравнения упругих и диссипативных элементов формируют по столбцам матрицы *A* с учетом матрицы ТЭ. При формировании этих уравнений учитывают только инциденторы постоянных ветвей, взаимодействие которых с сосредоточенными массами отображено инциденторами без звездочек.

Компонентные уравнения упругих элементов моделируемой системы:

$$dM_{y1}/dt = c_1(\omega_2/u_{21} - \omega_3 u_{31});$$
  

$$dM_{y2}/dt = c_2(\omega_3 - \omega_4 u_{42} - \omega_5 u_{52});$$
  

$$dM_{y3}/dt = c_3(\omega_4 - \omega_7 - \omega_{B1}^*);$$
  

$$dM_{y4}/dt = c_4(\omega_5 - \omega_6 - \omega_{B2}^*).$$

Компонентные уравнения диссипативных элементов аналогичны уравнениям (7), только в левых частях уравнений вместо  $dM_{yj}/dt$  будут потенциалы  $M_{dj}$ , а в правых вместо  $c_j$  – параметры диссипативных элементов  $\mu_j$ .

Уравнения (6) и (7) сводят в единую систему дифференциальных уравнений. Для их решения задают начальные условия  $\omega_{i0}, i = \overline{1, n}, M_{yj0}, j = \overline{1, N}, функции мо-$ ментов трения сцеплений  $M_{\phi q}, q = \overline{1, Q}$  и функции внешних воздействий  $M_{Bl}, l = \overline{1, L}, \omega_{B1}^*, \omega_{B2}^*$  [1, 2]. Дискретные функции замыкания  $L_1$  и размыкания  $P_1$  сцепления  $\Phi \mathcal{P}_1$  (см. рис. 2, а) вычисляются по формулам:

$$L_{1} = \begin{vmatrix} 1 & \operatorname{прu} |\omega_{1} - \omega_{2}| \leq \Delta \omega_{1}; \\ 0 & \operatorname{пpu} |\omega_{1} - \omega_{2}| > \Delta \omega_{1}; \end{vmatrix}$$
(8)

$$P_{1} = 0,5[1 + \operatorname{sign}(M_{\phi 1} - \frac{|M_{y1} + M_{\pi 1}|}{u_{21}\eta_{21}} + J_{2}\dot{\omega}_{2}|)], \qquad (9)$$

где  $\Delta \omega_1$  – допустимая разность между  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , определяющая условие замыкания сцепления (принимают в пределах 1...2 % от  $\omega_1$ );  $u_{21}$ ,  $\eta_{21}$  – передаточное число и КПД ТЭ<sub>21</sub>.

При  $L_1 = 1$  и  $P_1 = 1$  сцепление замкнуто, а при  $L_1 = 0$  или  $P_1 = 0$  – разомкнуто (буксует). Аналогично составляются выражения для функций  $L_2$ ,  $P_2$ ,  $L_3$ ,  $P_3$ .

Полученная математическая модель была использована для исследования и анализа динамических процессов в трансмиссии грузового автомобиля с колесной формулой 4×2 и полной массой 14 950 кг. Значения параметров динамической модели трансмиссии приведены в [2, с. 132].

Моделировали процесс трогания автомобиля с места на первой передаче на подъеме с уклоном h = 0,05 при коэффициенте сопротивления качению f = 0,02 и движении автомобиля по дороге с гармоническими неровностями.

На рис. З приведены графики, полученные при моделировании процесса трогания в условиях, когда левое и правое колеса находятся на поверхности дороги с твердым покрытием и имеют одинаковые коэффициенты сцепления  $\phi_{xn} = \phi_{xn} = 0,8$ , а на рис. 4 – при условии, что правое колесо находится на обочине и коэффициент сцепления  $\phi_{xn} = 0,5$ . Трогание осуществлялось путем резкого включения сцепления. Время нарастания момента трения  $M_{\phi1}$  принимали 0,7 с (рис. 3, б и 4, б).

Из рис. 3, а видно, что в первом случае колеса не проскальзывают относительно дороги, угловые скорости обоих колес ω<sub>6</sub> и ω<sub>7</sub> одинаковы и совпадают с угловой скоростью ω<sub>8</sub>, отображающей скорость автомобиля. Во втором случае (см. рис. 4, а) в конце процесса включения сцепления, когда  $\omega_1 = \omega_2$ , правое колесо проскальзывает и его угловая скорость  $\omega_7$  значительно возрастает по сравнению с угловой скоростью левого колеса ω<sub>6</sub>. Это отражается на протекании графиков момента двигателя M<sub>в1</sub> (см. рис. 3, б и 4, б), моментов на карданном валу  $M_{y1}$ , на полуосях  $M_{y2}$  и шинах колес *M*<sub>v3</sub> и *M*<sub>v4</sub> (см. рис. 3, в и 4, в).

При отсутствии пробуксовки колес после замыкания сцепления наблюдаются

значительные колебания угловой скорости вала двигателя  $\omega_1$  и его момента  $M_{\rm B1}$ и возникают большие амплитуды моментов *M<sub>vi</sub>*. Пробуксовка колес приводит к существенному уменьшению динамических нагрузок в трансмиссии (в 1,4 раза) и более спокойному протеканию процесса работы двигателя. Но при этом частота колебаний всех моментов *М*<sub>vi</sub> возрастает. При пробуксовке колеса работа трения сцепления  $W_{\phi 1}$  снижается в 1,2 раза (см. рис. 3, г и 4, г), а максимальное значение мощности трения  $P_{\phi 1}$ остается практически одинаковым. При этом мощность  $P_{\phi 2}$  и работа трения  $W_{\phi 2}$ проскальзывающего колеса достигают довольно высоких значений.



Рис. 3. Графики переходного процесса при трогании автомобиля с места без буксования ведущих колес: а – угловые скорости масс; б – моменты двигателя  $M_{e1}$  и сцепления  $M_{\phi1}$ ; в – моменты сцепления колес  $M_{\phi2}$ ,  $M_{\phi3}$  и упругих элементов трансмиссии и шин; г – мощность  $P_{\phi1}$  и работа буксования  $W_{\phi1}$  сцепления (значения  $\omega_6$ ,  $\omega_7$ ,  $\omega_8$  увеличены в 10 раз)



Рис. 4. Графики переходного процесса при трогании автомобиля с места и буксовании правого ведущего колеса (обозначения соответствуют рис. 3)

При движении автомобиля по гармоническому микропрофилю моделировали резонансные режимы колебаний. Амплитуда гармоники принята равной 0,02 м, а длина волны – 2,78 м. При движении со скоростью 10 км/ч частота воздействия составляет 1 Гц. На рис. 5 приведены графики полученных результатов. Графики на рис. 5, а, в, д получены при совпадении фаз гармоник неровностей под обоими колесами, а на рис. 5, б, г, е – при отставании по фазе гармоники воздействия на левое колесо на 0,5 $\pi$  рад.

Из рис. 5, д и е видно, что на резонансном режиме возникают очень большие амплитуды колебаний моментов в упругих элементах трансмиссии и шин  $M_{yi}$ , значительно превышающие средние их значения. Амплитуды колебаний вращающего момента двигателя  $M_{\rm B1}$  также весьма значительны (см. рис. 5, в и г), так как в данном случае двигатель работает на регуляторной характеристике и поэтому имеет повышенную чувствительность к колебаниям угловой скорости коленчатого вала.

На рис. 5, а и б представлены графики колебаний угловых скоростей ступиц колес  $\omega_4$  и  $\omega_5$  и угловой скорости  $\omega_8$ массы, отображающей массу автомобиля. Отметим интересный факт – амплитуды колебаний угловой скорости левого колеса  $\omega_5$ , движущегося по отстающей гармонике, меньше, чем правого. Если гармоники микропрофиля будут в противофазе, то колебания двигателя и коробки передач не возбуждаются. Эти явления обусловлены влиянием межколесного дифференциала.

Проведенные исследования показывают, что учет дифференциального привода ведущих колес дает возможность выявления физических свойств мобильной машины, оказывающих влияние на формирование динамических процессов при неустановившихся режимах движения в сложных дорожных условиях. Предложенная методика моделирования дифференциальных приводов может быть использована для оценки влияния различных возмущающих воздействий дороги и буксования ведущих колес на динамические нагрузки в трансмиссии, на параметры режимов работы двигателя и сцепления.



Рис. 5. Графики резонансных колебаний, возникающих в трансмиссии автомобиля при проезде по гармоническим неровностям

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Тарасик, В. П.** Теория движения автомобиля : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – СПб. : БХВ-Петербург, 2006. – 478 с. 2. Тарасик В. П. Математическое моделирование технических систем : учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск: Дизайн ПРО, 2004. – 640 с.

Транспорт

Белорусско-Российский университет Материал поступил 16.03.2009

и сложи области и Спокоми области и сложи ос