

УДК 621.833.001.24

ТЕОРИЯ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ ДВУХВЕНЦОВЫХ ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ

Н. И. РОГАЧЕВСКИЙ

*Государственное учреждение высшего профессионального
образования «Белорусско-Российский университет»,
г. Могилев*

Введение

Для привода рабочих органов многих машин и технологического оборудования используют червячные передачи, отличающиеся от других механических передач высокой нагрузочной способностью, широким интервалом передаточных чисел в одной ступени, плавностью и бесшумностью работы, возможностью самоторможения. Работают эти передачи на относительном скольжении рабочих поверхностей витков червяка и зубьев колеса, что является причиной их недостатков (рис. 1).

В передаче с обычным цилиндрическим червяком и колесом подавляющее большинство контактных линий на указанных поверхностях имеет неблагоприятное направление относительно вектора скорости скольжения (рис. 1), что приводит к невыполнению условия обеспечения гарантированного жидкостного трения в контакте витков червяка с зубьями колеса. Это обуславливает относительно большое значение коэффициента трения в передаче, приводит к уменьшению КПД. Трение заставляет повышать исходные усилия для компенсации энергетических потерь, и в связи с этим приходится упрочнять и утяжелять червячные передачи. Касательные усилия на рабочих поверхностях, обусловленные трением, оказывают непосредственное влияние на нагруженность и прочность поверхностных слоев витков червяка и зубьев червячного колеса.

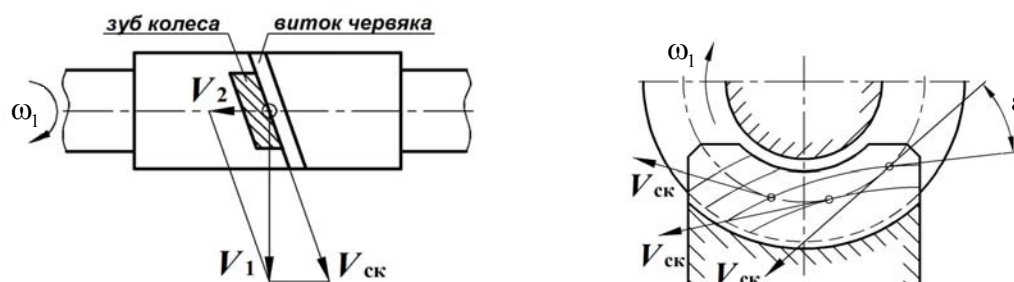


Рис. 1. Скорости в червячном зацеплении и положение контактных линий относительно вектора скорости скольжения $V_{ск}$ на зубе колеса (V_1 и V_2 – окружные скорости червяка и червячного колеса)

Низкий КПД червячной передачи свидетельствует о превращении значительной части (до 20–40 %) передаваемой энергии в теплоту. Вызванное этим повышение температуры ухудшает защитные свойства масляного слоя в контакте, увеличивает износ, опасность заедания и выхода передачи из строя [1]. Для предотвращения этого применяют оребренные корпуса червячных редукторов и их обдув, дорогие цветные антифрикционные металлы для изготовления венцов колес, дорогие противозадирные масла, что наряду с потерями энергии также неэффективно. Следовательно,

невыполнение условия обеспечения гарантированного жидкостного трения в контакте витков червяка с зубьями колеса снижает эксплуатационные качества червячных передач и их нагрузочную способность.

Анализ источников

В зацеплениях звеньев традиционных червячных передач подавляющее большинство контактных линий расположено так, что среднее (по длине контактной линии) значение угла ε между касательной к контактной линии и вектором $V_{\text{ск}}$ относительной скорости скольжения мало (рис. 1), что нарушает условие перехода к жидкостному трению. Только у контактных линий, кратковременно находящихся в зоне входа в зацепление и выхода из него, значение этого угла достигает $40\text{--}50^\circ$ [1], [2]. Поэтому, чем больше зона расположения контактных линий с относительно большими значениями угла ε , тем ближе условия работы передачи к режиму жидкостного трения и, следовательно – к более высоким значениям КПД.

Одним из путей, приводящим к увеличению значения угла ε , является модификация традиционных червячных зацеплений. Известна червячная передача с вырезанной средней зоной зубчатого венца [2]. При этом проточка в средней части зубьев колеса шириной, составляющей около трети ширины венца колеса, и с глубиной, превышающей высоту витка червяка, удаляет зону неблагоприятных углов ε , где скольжение происходит вдоль контактных линий. Такое конструктивное решение способствует улучшению эксплуатационных параметров червячной передачи. Однако это улучшение несущественно, так как выполнение проточки значительно сокращает длину контактных линий и уменьшает контактную и изгибную прочность зубьев червячного колеса [3].

В другой модифицированной червячной передаче колесо выполнено полувенцовым, его наибольший диаметр составляет $1,8\text{--}2,0$ межосевого расстояния передачи [4]. Такое увеличение наибольшего диаметра червячного колеса приводит к тому, что в работу включается участок с благоприятным углом ε , близким к 90° . Это способствует переходу от граничного трения рабочих поверхностей витков червяка и зубьев колеса к жидкостному за счет затягиваемого смазочного материала в клиновом зазор между этими поверхностями [3].

С целью расширения участка с углом ε между контактными линиями и вектором скорости скольжения, близким к 90° , нами создана червячная передача [5], в которой размер наибольшего диаметра колеса выходит за пределы межосевого расстояния a_w . Последнее стало возможным благодаря уменьшению рабочей длины червяка b_1 (рис. 2). Передача содержит цилиндрический червяк и два полувенцовых червячных колеса, оси которых отстоят друг от друга на межосевом расстоянии a_w , при этом колеса с обеих сторон обхватывают червяк на углу δ_2 . Полувенцовые червячные колеса размещены симметрично червяку и смещены в окружном направлении друг относительно друга на половину углового шага зубьев. Образующими боковых поверхностей зубьев червячного колеса и витка червяка являются прямые линии, которые при работе передачи совпадают на начальном цилиндре колеса, образуя линию контакта зуба и витка, перпендикулярную вектору скорости их скольжения, что является идеальным для образования жидкостного трения и приводит к повышению КПД передачи. При зацеплении других частей зуба с витком червяка расположение линии контакта незначительно отличается от 90° к вектору скорости скольжения и оказывает незначительное влияние на снижение КПД [5].

Из-за выполнения колеса двухвенцовым в одновременной работе находится большое число зубьев, в результате чего повысилась наряду с КПД нагрузочная спо-

способность передачи. Последнее позволяет выполнить колесо цельным из чугуна вместо составного с дорогостоящим зубчатым венцом из бронзы. Ресурс этой передачи обусловлен усталостной выносливостью червяка, каждый виток которого одновременно зацепляется с двумя венцами червячного колеса.

С целью повышения долговечности нами также разработана двухпоточная червячная передача, в которой оба торца диска червячного колеса снабжены зубчатыми венцами, сопряженными с соответствующими червяками, кинематически связанными зубчатой передачей, имеющими одинаковый шаг, но противоположное направление витков. При этом зубчатые венцы колеса, червяки, углы обхвата червяков зубчатыми венцами колеса симметричны относительно главной плоскости передачи [6].

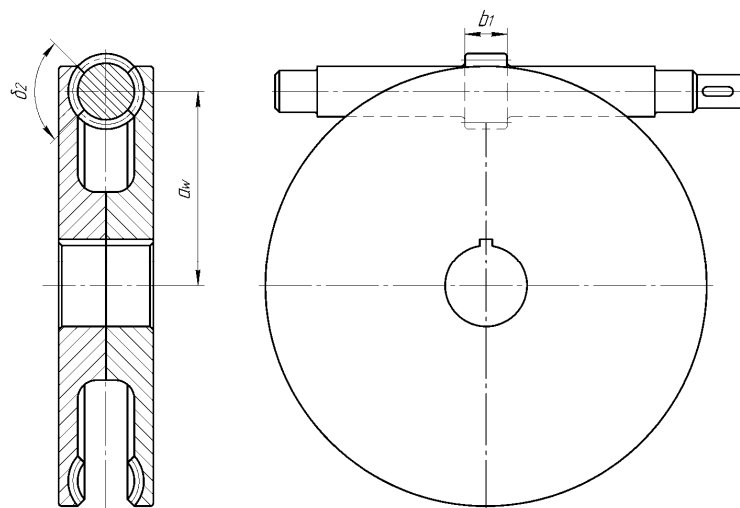


Рис. 2. Передача с двухвенцовым червячным колесом

Редуктор на основе такой передачи может иметь как один входной вал (червяк, кинематически связанный со вторым червяком, как показано на рис. 3), так и два вала (червяки без кинематической связи, приводимые в движение отдельными двигателями). Передача содержит два червяка – правый 1 и левый 2, червячное колесо 3 с двумя зубчатыми венцами – правым 4 и левым 5. Вращение червяков синхронизируется посредством зубчатой передачи 6 с передаточным отношением, равным 1.

Методика расчета геометрических параметров двухвенцовых червячных передач приведена в [7]. Параметры ведущего звена (червяка всех видов – эвольвентного, архимедова, конволютного) следует выбирать и вычислять по формулам ГОСТ 19036–94, ГОСТ 2144–93, ГОСТ 19650–74, за исключением $b_1 \leq 2\pi m$, где m – осевой модуль червяка. Только один параметр ведомого звена (червячного колеса) – делительный диаметр d_2 – определяем по ГОСТ 19650–74, остальные – по зависимостям, полученным исходя из наибольших величин угла обхвата δ_2 червяка колесом и ширины венца b_2 , а также из условий незаострения вершин и торцов зубьев.

По указанной методике нами спроектирована и изготовлена на РУП «Могилев-лифтмаш» опытная двухвенцовая червячная передача для привода фрез культиватора. Передача по габаритам вписывается в существующие корпуса редукторов культиваторов, выпускаемых заводом. Она имеет следующие параметры: передаточное отношение – 20; число заходов червяка – 4; число зубьев каждого венца колеса – 80; $m = 1,5$ мм; $a_w = 59,5$ мм. Фотография зацепления звеньев передачи представлена на рис. 4. Сравнительные испытания редукторов культиваторов на основе традиционной и двухвенцовой червячных передач показали преимущества последней как по

КПД, так и по нагрузочной способности. При частоте вращения червяка 1400 мин^{-1} и изменении крутящего момента на нем в пределах 5–10 Нм КПД модернизированного редуктора составил 68,2–74,6 % [8], в то же время значения КПД традиционного редуктора не доходили до 50 %. Однако дальнейшее повышение КПД редукторов на базе двухвенцовых червячных передач сдерживается отсутствием научно обоснованного проектирования таких передач, которое основывается на теории зацепления их звеньев. Последняя до настоящего времени не была разработана.

Цель работы – создание теории зацепления звеньев двухвенцовых червячных передач.

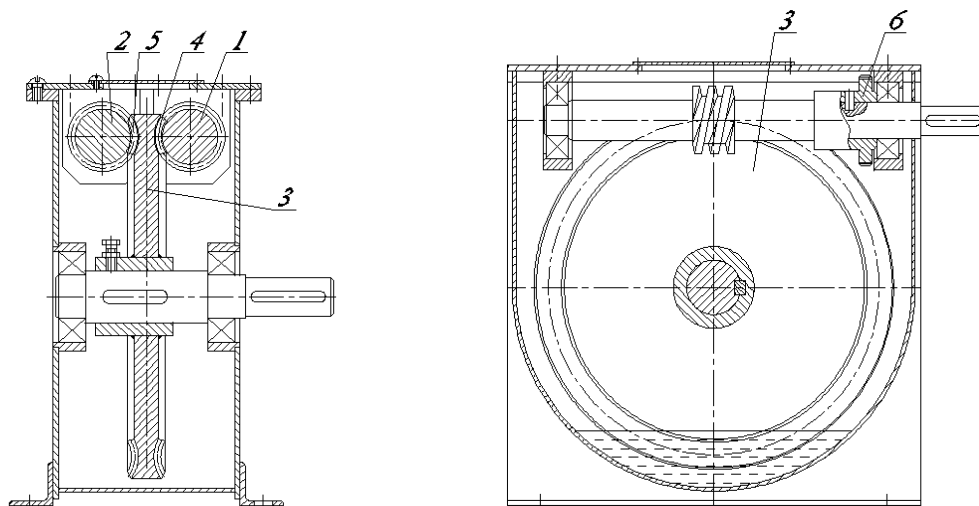


Рис. 3. Редуктор на основе двухвенцовой червячной передачи

Методы исследования

Аналитические зависимости, характеризующие двухвенцовое червячное зацепление, получены точными методами геометрии, кинематики и математического анализа.



Рис. 4. Зацепление звеньев двухвенцовой червячной передачи культиватора

Основная часть

Изложенная ниже теория зацепления звеньев двухвенцовых червячных передач построена на положении, равносильном закону зацепления, что сопряженные поверхности есть огибаемая и огибающая в относительном движении звеньев. При этом для определения огибаемой поверхности и ее характеристик использован общий аналитический метод в той форме, в которой он был разработан Н. И. Колчиным и применен им для исследования червячного зацепления с произвольным углом

между осями и аналитического обоснования способа нарезания цилиндрических зубчатых колес по методу Пфаутера [9], [10].

Схема относительного расположения звеньев двухвенцово́й червячной передачи представлена на рис. 5, на котором обозначены: x_1, y_1, z_1 – система координат, связанная с червяком; x_2, y_2, z_2 – система координат, скрепленная с полувенцом червячного колеса; x, y, z – неподвижная система координат; x', y', z' – вспомогательная неподвижная координатная система, сдвинутая относительно системы x, y, z вдоль оси y на межосевое расстояние a_w ; φ_1 и φ_2 – углы поворота червяка и червячного колеса, соотношение которых является передаточным отношением $i = \varphi_2 / \varphi_1$.

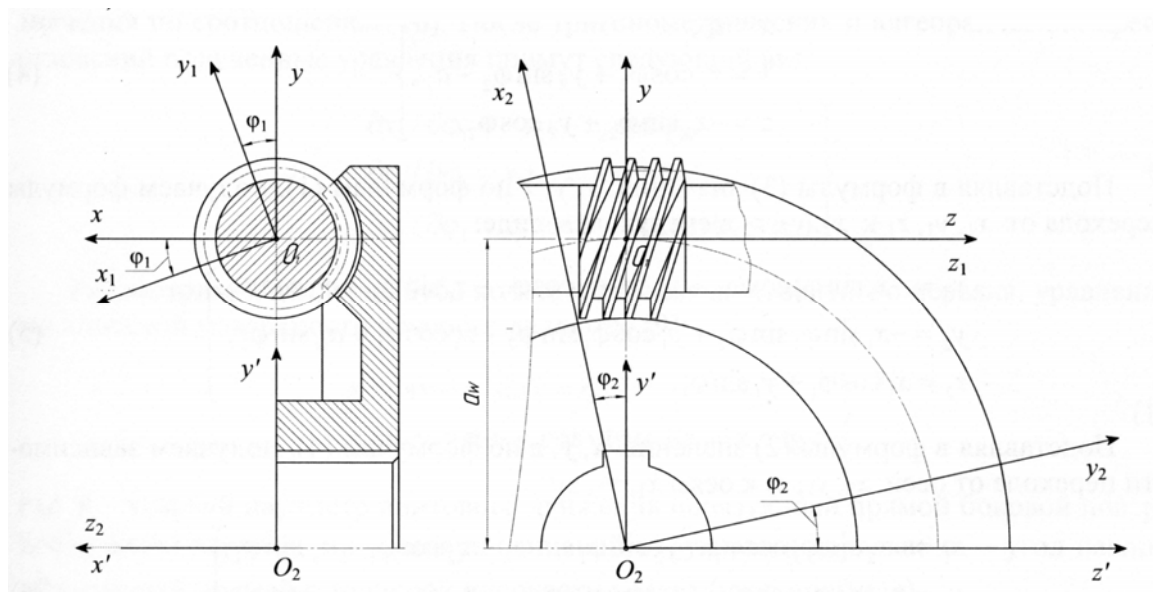


Рис. 5. Схема зацепления червяка с зубьями венца колеса двухвенцово́й червячной передачи

Система координат x_1, y_1, z_1 отличается от x, y, z поворотом на угол φ_1 , поэтому соотношения между координатами x, y, z и x_1, y_1, z_1 имеют вид [9], [11]: при переходе от x_1, y_1, z_1 к x, y, z

$$\left. \begin{aligned} x &= x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \sin \varphi_1, \\ y &= -x_1 \sin \varphi_1 + y_1 \cos \varphi_1, \\ z &= z_1; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

при переходе от x, y, z к x_1, y_1, z_1

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= x \cos \varphi_1 - y \sin \varphi_1, \\ y_1 &= x \sin \varphi_1 + y \cos \varphi_1, \\ z_1 &= z. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Система осей x_2, y_2, z_2 отличается от x_1, y_1, z_1 переносом начала координат на межосевое расстояние a_w и поворотом на угол φ_2 вокруг оси z_2 . Для получения формул преобразования, учитывающих эти относительные перемещения указанных систем координат, и введена вспомогательная система x', y', z' . Производя переход от системы координат x, y, z к x_2, y_2, z_2 в два этапа: сперва – перенос

начала координат на межосевое расстояние a_w , затем – поворот на угол φ_2 , получаем формулы для перехода от координат x, y, z к x_2, y_2, z_2 :

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= y \cos \varphi_2 - z \sin \varphi_2 + a_w \cos \varphi_2, \\ y_2 &= y \sin \varphi_2 + z \cos \varphi_2 + a_w \sin \varphi_2, \\ z_2 &= x. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Аналогично для перехода от системы x_2, y_2, z_2 к x, y, z имеем:

$$\left. \begin{aligned} x &= z_2, \\ y &= x_2 \cos \varphi_2 + y_2 \sin \varphi_2 - a_w, \\ z &= -x_2 \sin \varphi_2 + y_2 \cos \varphi_2. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Подставляя в формулы (3) значения x, y, z по формулам (1), получаем формулы перехода от x_1, y_1, z_1 к x_2, y_2, z_2 в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= -x_1 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + y_1 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - z_1 \sin \varphi_2 + a_w \cos \varphi_2, \\ y_2 &= -x_1 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + y_1 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + z_1 \cos \varphi_1 + a_w \sin \varphi_2, \\ z_2 &= x_1 \cos \varphi_1 + y_1 \sin \varphi_1. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Подставляя в формулы (2) значения x, y, z по формулам (4), получаем зависимости перехода от осей x_2, y_2, z_2 к осям x_1, y_1, z_1 :

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -x_2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - y_2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + z_2 \cos \varphi_1 + a_w \sin \varphi_1, \\ y_1 &= x_2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + y_2 \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + z_2 \sin \varphi_1 - a_w \cos \varphi_1, \\ z_1 &= -x_2 \sin \varphi_2 + y_2 \cos \varphi_2. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Вспомогательными формулами для исследования зацепления являются частные производные $\partial x_1 / \partial \varphi_1, \partial y_1 / \partial \varphi_1, \partial z_1 / \partial \varphi_1$, рассматривая в них координаты x_1, y_1, z_1 в функции от x_2, y_2, z_2 по формулам преобразования (6), и частные производные $\partial x_2 / \partial \varphi_1, \partial y_2 / \partial \varphi_1, \partial z_2 / \partial \varphi_1$, рассматривая в них x_2, y_2, z_2 как функции от x_1, y_1, z_1 по формулам преобразования (5). Геометрический смысл этих производных следующий. Производные $\partial x_1 / \partial \varphi_1, \partial y_1 / \partial \varphi_1, \partial z_1 / \partial \varphi_1$ после умножения их на $d\varphi_1$ представляют проекции на оси x_1, y_1, z_1 элементарного вектора перемещения точки, лежащей на поверхности зубцов колеса, при повороте червяка на угол $d\varphi_1$. Производные $\partial x_2 / \partial \varphi_1, \partial y_2 / \partial \varphi_1, \partial z_2 / \partial \varphi_1$ после умножения их на $d\varphi_1$ представляют проекции на оси x_2, y_2, z_2 элементарного вектора перемещения точки, лежащей на поверхности зубцов червячного колеса, при повороте червяка на угол $d\varphi_1$.

Дифференцируя уравнения (6), получим:

$$\left. \begin{aligned} \partial x_1 / \partial \varphi_1 &= -x_2 (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - i \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) - y_2 (\cos \varphi_1 \sin \varphi_1 + i \sin \varphi_1 \cos \varphi_2) - \\ &\quad - z_2 \sin \varphi_1 + a_w \cos \varphi_1, \\ \partial y_1 / \partial \varphi_1 &= -x_2 (\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + i \cos \varphi_1 \sin \varphi_2) - y_2 (\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - i \cos \varphi_1 \cos \varphi_2) + \\ &\quad + z_2 \cos \varphi_1 + a_w \sin \varphi_1, \\ \partial z_1 / \partial \varphi_1 &= -i(x_2 \cos \varphi_2 + y_2 \sin \varphi_2), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где i – передаточное отношение: $i = \partial \varphi_2 / \partial \varphi_1$.

Подставим в уравнения (7) вместо x_2, y_2, z_2 их значения через x_1, y_1, z_1 по формулам (5). После многочисленных тригонометрических и алгебраических преобразований уравнения (7) примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \partial x_1 / \partial \varphi_1 &= -y_1 - z_1 i \sin \varphi_1, \\ \partial y_1 / \partial \varphi_1 &= x_1 + z_1 i \cos \varphi_1, \\ \partial z_1 / \partial \varphi_1 &= i(x_1 \sin \varphi_1 - y_1 \cos \varphi_1 - a_w). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Аналогично дифференцируем формулы (5), затем подставляем вместо x_1, y_1, z_1 их значения по соотношениям (6). После тригонометрических и алгебраических преобразований полученные уравнения примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \partial x_2 / \partial \varphi_1 &= -y_2 i - z_2 \cos \varphi_2, \\ \partial y_2 / \partial \varphi_1 &= x_2 i - z_2 \sin \varphi_2, \\ \partial z_2 / \partial \varphi_1 &= x_2 \cos \varphi_2 + y_2 \sin \varphi_2 - a_w. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Рассмотрим зацепление зуба колеса с витком эвольвентного червяка, уравнениями винтовой поверхности которого являются [9]:

$$\left. \begin{aligned} x_1 \cos v - y_1 \sin v &= r_{b1}, \\ x_1 \sin v \operatorname{tg} \alpha + y_1 \cos v \operatorname{tg} \alpha + z_1 &= r_{b1} v \operatorname{tg} \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где v – угловой параметр винтового движения образующей прямой боковой поверхности витка червяка; r_{b1} – радиус основной окружности червяка; α – угол наклона образующей прямой к торцовой плоскости колеса (угол профиля).

Уравнения (10) математически описывают эвольвентную винтовую поверхность правого направления, для левой поверхности в эти уравнения вместо α необходимо подставить $-\alpha$.

Червячное зацепление характеризуют уравнения контактных линий на червяке, поверхности зацепления червяка, поперечных и продольных линий зацепления, контактных линий на поверхности зацепления, боковой поверхности зуба червячного колеса и контактных линий на этой поверхности. Получим эти уравнения.

Чтобы получить уравнения контактных линий на червяке, необходимо к основным уравнениям (10) поверхности витка червяка добавить зависимость, полученную дифференцированием по φ_1 соотношений (10). После дифференцирования находим в каждой из двух полученных зависимостей $\partial v / \partial \varphi_1$, а затем приравниваем их правые части, после преобразований получаем:

$$\frac{\partial x_1}{\partial \varphi_1} \sin v \operatorname{tg} \alpha + \frac{\partial y_1}{\partial \varphi_1} \cos v \operatorname{tg} \alpha + \frac{\partial z_1}{\partial \varphi_1} = 0. \quad (11)$$

Подставляя в это уравнение значения производных $\partial x_1 / \partial \varphi_1, \partial y_1 / \partial \varphi_1, \partial z_1 / \partial \varphi_1$ из соотношений (8), после многочисленных преобразований получаем искомую добавочную к уравнениям (10) зависимость, математически описывающую контуры контактных линий на червяке:

$$x_1 \sin \varphi_1 - y_1 \cos \varphi_1 + z_1 \cos(\varphi_1 + v) \operatorname{tg} \alpha = a_w. \quad (12)$$

Подставляя в уравнения (10) и (12) вместо x_1, y_1, z_1 выражения из формул преобразования (2), после тригонометрических и алгебраических преобразований получим уравнения поверхности зацепления эвольвентного червяка:

$$\left. \begin{aligned} x \cos(\varphi_1 + \nu) - y \sin(\varphi_1 + \nu) &= r_{b1}, \\ x \sin(\varphi_1 + \nu) + y \cos(\varphi_1 + \nu) + z / \operatorname{tg} \alpha &= r_{b1} \nu, \\ -y + z \cos(\varphi_1 + \nu) \operatorname{tg} \alpha &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Линии на поверхности зацепления, отвечающие постоянным значениям φ_1 , но различным ν , будут контактными линиями на поверхности зацепления. Уравнения (13) могут служить для вычисления координат сечений поверхности зацепления плоскостями $z = \text{const}$, т. е. поперечных линий зацепления, задаваясь произвольными значениями суммы $(\varphi_1 + \nu)$.

Для получения линий зацепления в виде сечений поверхности зацепления плоскостями $x = \text{const}$ (продольные линии зацепления) нужно первое и последнее из уравнений (13) решить относительно y и z :

$$\left. \begin{aligned} y &= (x \cos(\varphi_1 + \nu) - r_{b1}) / \sin(\varphi_1 + \nu), \\ z &= y / (\cos(\varphi_1 + \nu) \operatorname{tg} \alpha) = 2(x \cos(\varphi_1 + \nu) - r_{b1}) / \sin(2(\varphi_1 + \nu)) / \operatorname{tg} \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Для получения координат контактных линий на поверхности зацепления нужно все три уравнения (13) решить относительно z, y, x . Эти решения получаются в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} z &= \frac{r_{b1} \sin(\sin(\varphi_1 + \nu) - \cos(\varphi_1 + \nu))}{\cos(\varphi_1 + \nu)(\operatorname{tg} \alpha + 1 / \operatorname{tg} \alpha)}, \\ y &= z \cos(\varphi_1 + \nu) \operatorname{tg} \alpha, \\ x &= (r_{b1} + y \sin(\varphi_1 + \nu)) / \cos(\varphi_1 + \nu). \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Подставляя эти значения z, y, x в уравнения (3) перехода от осей x, y, z к осям x_2, y_2, z_2 , получим уравнения поверхности зубцов колеса, причем точки этой поверхности, отвечающие одному и тому же значению параметров φ_1 и φ_2 , но разным ν , будут представлять собой контактные линии на поверхности зубцов колеса.

Заключение

Полученные уравнения поверхности зацепления червяка, поперечных и продольных линий зацепления, контактных линий на поверхности зацепления, боковой поверхности зуба червячного колеса и контактных линий на этой поверхности будут использованы для научно обоснованного задания геометрических параметров двухвенцовых червячных передач.

Литература

1. Левитан, Ю. В. Червячные редукторы : справочник / Ю. В. Левитан, В. П. Обморнов, В. И. Васильев. – Л. : Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1985. – 168 с.
2. Решетов, Д. Н. Детали машин / Д. Н. Решетов. – М. : Машиностроение, 1989. – 496 с.

3. Егоров, И. М. Цилиндро-тороидная червячная передача / И. М. Егоров // Зубчатые передачи – 99 : тез. докл. междунар. науч.-практ. конф. по проблеме обеспечения надежности и качества зубчатых передач. – Санкт-Петербург, 1999. – С. 22–23.
4. Червячная цилиндрическая передача : пат. 2136987 Рос. Федерация, МПК⁶ F16H1/16 / И. М. Егоров, Б. Ш. Иофик. – № 99103702/28 ; заявл. 03.03.99 ; опубл. 10.09.99.
5. Червячная передача : пат. 7773U Респ. Беларусь, МПК F 16H 1/00 / В. И. Сотников, Н. Г. Чернов, М. Э. Подымако, Н. И. Рогачевский, М. Ф. Пашкевич ; заявитель РУП завод «Могилевлифтмаш». – № u20110389 ; заявл. 18.05.11 ; опубл. 30.12.11 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2011. – № 6 (83). – С. 247.
6. Червячная передача : пат. 8694U Респ. Беларусь, МПК F 16H 1/00 / С. Н. Рогачевский, М. Ф. Пашкевич, Н. И. Рогачевский ; заявитель Белорус.-Рос. ун-т. – № u20120366 ; заявл. 02.04.12 ; опубл. 30.10.12 // Афіцыйны бюл. / Нац. цэнтр інтэлектуал. уласнасці. – 2012. – № 5(88). – С. 224.
7. Рогачевский, Н. И. Геометрия двухвенцовых червячных передач / Н. И. Рогачевский, М. Э. Подымако, С. Н. Рогачевский // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы междунар. науч.-техн. конф. – Могилев, 2014. – С. 83–84.
8. Капитонов, А. В. 3D моделирование и экспериментальные исследования усовершенствованной червячной передачи / А. В. Капитонов, Е. Н. Антонова, Д. Н. Калеев // Роль вуза в региональном развитии бизнеса: инновации в образовании как залог успешного развития реального сектора экономики : материалы междунар. науч.-практ. конф. – Рославль, 2013. – С. 51–57.
9. Колчин, Н. И. Червячное зацепление с произвольным углом между осями / Н. И. Колчин // Зубчатые зацепления. – М. : Машгиз, 1947. – С. 6–47.
10. Колчин, Н. И. Аналитическое обоснование способа нарезания цилиндрических зубчатых колес по методу Пфаутера / Н. И. Колчин // Зубчатые зацепления. – М. : Машгиз, 1947. – С. 48–50.
11. Гусак, А. А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : справ. пособие по решению задач / А. А. Гусак. – Минск : ТетраСистемс, 2001. – 288 с.

Получено 30.09.2014 г.