УДК 624.159.14

С. Д. Семенюк, Р. В. Кумашов
(ГУВПО Белорусско-Российский университет, г. Могилев)

РАСЧЕТ ПЛИТ ПОКРЫТИЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ НА ЭКСПЛУАТАЦИОННЫЕ НАГРУЗКИ СПОСОБОМ Б. Н. ЖЕМОЧКИНА

Введение

Рассматривается влияние эксплуатационных нагрузок на распределение изгибающих и крутящих моментов на примере железобетонных плит автомобильных дорог серии Б3.503.1-1, предназначенных для временных (2ПП30.18-30) и постоянных дорог (1ПП30.18-30), предварительно напряженных плит (ПДН) серии Б3.503.1-91, а также плит испытательного полигона РУПП «БелАЗ» (ППН-1..4; ПДТ-1) [2, 3].

Для плит временных дорог (2ПП30.18-30) рассматривается 16 вариантов загружения; для плит постоянных дорог (1ПП30.18-30) и предварительно напряженных (ПДН) – 12 вариантов загружения; для плит ППН-1..4 – 2 варианта загружения; для плит ПДТ-1 – 8 вариантов загружения.

Плиты рассчитаны как конструкции на упругом основании. Модуль деформации основания плиты временных дорог (2ПП30.18-30) принят

$E_0 = 25\,МПа$, коэффициент Пуассона основания $\nu_0 = 0.3$. Эквивалентный модуль деформации основания плит постоянных дорог вычислен (1ПП30.18-30) как для многослойных оснований и составляет $E_0 = 356.481\,МПа$, коэффициент Пуассона основания $\nu_0 = 0.3$. Модуль деформации основания под предварительно напряженные плиты (ПДН) принят $E_0 = 100\,МПа$. Модуль деформации основания плит испытательного полигона РУПП «БелАЗ» при расчете принят $E_0 = 180\,МПа$, коэффициент Пуассона основания $\nu_0 = 0.3$.

Статическая составляющая динамической нагрузки на плиты временных (2ПП30.18-30) и постоянных (1ПП30.18-30) дорог, а также на плиты ПДН от расчетного автомобиля составляет $Q_{др} = 195\,кН$ на колесо задней оси и $Q_{др} = 106.6\,кН$ на колесо передней оси. Диаметр отпечатка колеса составляет $D = 0.41\,м$. Статическая нагрузка от расчетной гусеничной техники на плиты временных дорог составляет $q_p = 140\,кПа$. Ширина гусеницы принята $t = 600\,мм$. Плиты ПДН и ПДТ рассчитаны под нагрузку от карьерного самосвала грузоподъемностью 500 тонн. Нагрузка на полотно дороги в статике от одной оси самосвала 370 тонн, давление на поверхность дороги в статике 0.7 МПа.

Теория статического расчёта плиты на упругом основании. Расчёт выполняется способом Б.Н. Жемочкина и методом Ритца. Данный подход позволяет рассчитывать плиты на произвольном упругом линейно деформируемом основании, имеющим любую форму в плане и загруженные произвольной нормальной к срединной плоскости плиты внешней нагрузкой [1].

Плиты разбиваются на прямоугольные участки Б.Н. Жемочкина (рис. 1). В середине каждого участка прикладывается единичная сосредоточенная сила.

Для расчёта при определении коэффициентов канонических уравнений способа Б.Н. Жемочкина задаёмся функцией прогибов прямоугольной плиты с защёмленной в начале координат нормалью в виде особого решения и совокупности частных решений Клебша:

$$W(x,y) = W_0(x,y) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n W_n(x,y)$$

$$W_0(x,y) = \frac{Pb^2}{16\pi D}\left\{\left[\left(\frac{x}{b}-\frac{t}{b}\right)^2+\left(\frac{y}{b}-\frac{z}{b}\right)^2\right]\cdot ln\left[\left(\frac{x}{b}-\frac{t}{b}\right)^2+\left(\frac{y}{b}-\frac{z}{b}\right)^2\right]+2\left(\frac{xt}{b^2}-\frac{yz}{b^2}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left[1+ln\left(\frac{t^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}\right)\right]-\left(\frac{t^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}\right)ln\left(\frac{t^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}\right)-\left(\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)ln\left(\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)\right\}$$

$$W_1(x,y) = \frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{b^2}, \quad W_2(x,y) = \frac{2xy}{b^2},$$

$$W_3(x,y) = \frac{x}{b}\left(\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}\right), \quad W_4(x,y) = \frac{y}{b}\left(\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}\right),\ldots,$$

где $W_0(x,y)$ – особое решение; $W_n(x,y)$ – частное решение Клебша, априори удовлетворяющее уравнениями равновесия плиты с защемлённой нормалью под действием сосредоточенной силы и кинематическим граничным условиям в защемлении; t, z – координаты точки приложения сосредоточенной силы; A_n – неопределённые коэффициенты; b – некоторый линейный размер плиты.

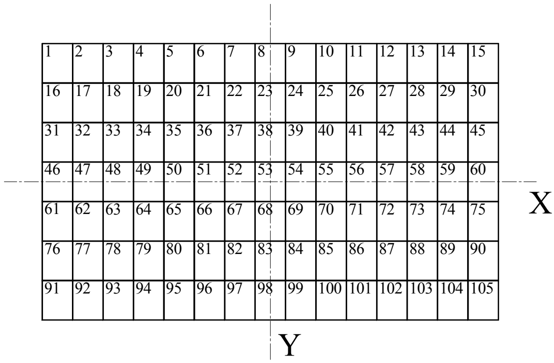

Рис. 1. Пример разбивки плиты на участки Б. Н. Жемочкина

Свободные члены системы линейных алгебраических уравнений 8-го порядка при учёте двух групп частных решений Клебша имеют вид:

$$\frac{D}{b^2}S_{22}^{A}=\frac{t^2}{b^2}-\frac{z^2}{b^2}+\frac{\gamma}{2\pi b^2}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\frac{(ty-xz)\left[ty+x(z-2y)\right]}{\left(x^2+y^2\right)\left[(t-x)^2+(z-y)^2\right]}dxdy;$$

$$\frac{D}{b^2}S_{31}^{A}=\frac{t}{b}\left(\frac{t^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}\right)-$$
$$-\frac{\gamma}{2\pi b^3}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\frac{x\left[(t-x)^2+(z-y)^2\right](\gamma-4)ln\dfrac{x^2+y^2}{(t-x)^2+(z-y)^2}-(y-z)(ty-xz)}{(t-x)^2+(z-y)^2}dxdy;$$

$$\frac{D}{b^2}S_{31}^{B}=\frac{z}{b}\left(\frac{t^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}\right)+$$
$$+\frac{\gamma}{2\pi b^3}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\frac{y\left[(t-x)^2+(z-y)^2\right](\gamma-4)ln\dfrac{x^2+y^2}{(t-x)^2+(z-y)^2}-(t-x)(ty-xz)}{(t-x)^2+(z-y)^2}dxdy;$$

$$\frac{D}{b^2}S_{33}^A=\frac{t}{b}\left(\frac{t^2}{b^2}-3\frac{z^2}{b^2}\right)+$$

$$+\frac{3\gamma}{2\pi b^2}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\frac{(ty-xz)\left[2txy+y^2(y-z)+x^2(z-3y)\right]}{\left(x^2+y^2\right)\left[(t-x)^2+(z-y)^2\right]}dxdy;$$

$$\frac{D}{b^2}S_{33}^B=\frac{t}{b}\left(3\frac{t^2}{b^2}-\frac{z^2}{b^2}\right)-$$

$$-\frac{3\gamma}{2\pi b^2}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\frac{(xz-ty)\left[2xyz-tx^2+x^3+ty^2-3xy^2\right]}{\left(x^2+y^2\right)\left[(t-x)^2+(z-y)^2\right]}dxdy;$$

$$\frac{D}{b^2}S_{42}^A=\frac{t^4}{b^4}-\frac{z^4}{b^4}+$$

$$+\frac{3\gamma}{4\pi b^4}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\frac{\left(x^2+y^2\right)\left[(t-x)^2+(z-y)^2\right](\gamma-4)ln\frac{x^2+y^2}{(t-x)^2+(z-y)^2}+2\gamma(ty-xz)(ty+x(z-2y))}{(t-x)^2+(z-y)^2}dxdy;$$

$$\frac{D}{b^2}S_{42}^B=\frac{2tz}{b^2}\left(\frac{t^2}{b^2}+\frac{z^2}{b^2}\right)+$$

$$+\frac{3\gamma}{2\pi b^4}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b}\frac{xy\left[(t-x)^2+(z-y)^2\right](\gamma-4)ln\frac{x^2+y^2}{(t-x)^2+(z-y)^2}-\gamma(ty-xz)((t-x)x+y(y-z))}{(t-x)^2+(z-y)^2}dxdy;$$

$$\gamma=2\left(1-\nu_p\right).$$

Результаты для коэффициентов A_{ik} и B_{ik} после решения системы уравнений 8-го порядка имеют вид:

$$A_{22}=S_{22}^A\frac{b}{16a\gamma}-\frac{5b\left(a^2+b^2\right)\left(a^2S_{22}^A+b^2S_{22}^A-b^2S_{42}^A\right)}{16\left(-36a^5+40a^3b^2-36ab^4+5a^5\gamma-10a^3b^2\gamma+5ab^4\gamma\right)}$$

$$B_{22}=S_{22}^B\frac{b}{16a\gamma}+\frac{5b\left(a^2+b^2\right)\left(a^2S_{22}^B+b^2S_{22}^B-b^2S_{42}^B\right)}{64\left(20a^3b^2+a^5\gamma-5a^3b^2\gamma+5ab^4\gamma\right)}$$

$$A_{31}=\frac{3\left(3a^2b^3S_{31}^A+3b^5S_{31}^A-a^2b^2S_{33}^B+b^5S_{33}^A\right)}{32a\left(a^2+2b^2\right)\left(16a^2-3a^2\gamma+b^2\gamma\right)}$$

$$B_{31}=-\frac{3a^2bS_{31}^B-3b^3S_{31}^B+2a^2bS_{33}^B-b^3S_{33}^B}{256a\left(4a^2+4b^2-b^2\gamma\right)}$$

$$A_{33}=-\frac{b^3\left(S_{31}^A-S_{33}^A\right)}{32\left(a^3\gamma+2ab^2\gamma\right)}$$

$$B_{33}=-\frac{b\left(3a^2\gamma S_{31}^B-3b^2S_{31}^B-32b^2S_{33}^B-2a^2\gamma S_{33}^B+6b^2\gamma S_{33}^B\right)}{384a\left(4a^2\gamma+4b^2\gamma-b^2\gamma^2\right)}$$

$$A_{42}=\frac{5b^3\left(a^2S_{22}^A+b^2S_{22}^A-b^2S_{42}^A\right)}{16\left(-36a^5+40a^3b^2-36ab^4+5a^5\gamma-10a^3b^2\gamma+5ab^4\gamma\right)}$$

$$B_{42}=-\frac{5b^3\left(a^2S_{22}^B+b^2S_{22}^B-b^2S_{42}^B\right)}{64\left(20a^3b^2+a^5\gamma-5a^3b^2\gamma+ab^4\gamma\right)}$$

Таким образом, прогибы плиты с защемлённой нормалью при учете восьми частных решений Клебша определяются по формуле:

$$W(x,y)=W_0(x,y)+A_{22}\left(\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{b^2}\right)+2B_{22}\frac{xy}{b^2}+A_{31}\frac{x}{b}\left(\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)+B_{31}\frac{y}{b}\left(\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)+$$
$$+A_{33}\frac{x}{b}\left(\frac{x^2}{b^2}-3\frac{y^2}{b^2}\right)+B_{33}\frac{y}{b}\left(3\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{b^2}\right)+A_{42}\left(\frac{x^4}{b^4}-\frac{y^4}{b^4}\right)+2B_{42}\frac{xy}{b^2}\left(\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)$$

При определении коэффициентов канонических уравнений способа Б.Н. Жемочкина для расчета прямоугольной плиты на произвольном упругом основании можно написать:

$$\delta_{ik}=\frac{(P=1)\left(1-\nu_0^2\right)}{\pi E_0 b}\left(F_{ik}^0+F_{ik}^1\right)+\frac{(P=1)b^2}{D}\left[A_{22}\left(\frac{x^2}{b^2}-\frac{y^2}{b^2}\right)+2B_{22}\frac{xy}{b^2}+\ldots\right]$$

где F_{ik}^0 – безразмерная функция для определения перемещений точки i на поверхности упругого полупространства от действия единичной силы, равномерно распределённой по прямоугольному участку k поверхности полупространства; F_{ik}^1 – корректирует F_{ik}^0 применительно к рассматриваемой модели упругого основания.

В результате решения системы канонических уравнений способа Б.Н. Жемочкина получим реактивные усилия, по которым определим реактивное давление под плитой и осадки основания.

$$\begin{cases}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\sum\limits_{k=1}^{n}\delta_{ik}R_k+\varphi_{0x}y_i+\varphi_{0y}x_i+u_0+\Delta_{ip}=0\right);\\ -\sum\limits_{k=1}^{n}R_k y_k+M_{px}=0;\\ -\sum\limits_{k=1}^{n}R_k x_k+M_{py}=0;\\ -\sum\limits_{k=1}^{n}R_k+Q=0,\end{cases}$$

где u_0, φ_{0x}, φ_{0y} – линейное и угловые перемещения введённого защемления на плите; Q, M_{px}, M_{py} – равнодействующая внешних сил, действующих на плиту, и ее моменты относительно координатных осей; R_k – реактивные усилия.

После решения системы канонических уравнений по найденным значениям реактивных усилий R_k находятся реактивное давление под плитой и осадка. Далее по известным значениям осадок точек плиты легко определить изгибающие и крутящие моменты, а также поперечные силы в сечениях плиты.

Результаты расчёта. Результаты статического расчёта рассматриваемых плит приведены в табл. 1.

Таблица 1

Максимальные внутренние усилия, возникающие в плитах

	M_x, кНм/м	M_y, кНм/м	M_{xy}, кНм/м	Q_x, кН/м	Q_y, кН/м
1ПП30.18-30	16,905	17,211	35,127	35,127	23,899
	–13,325	–20,392	–23,235	–23,235	–24,457
2ПП30-18-30	19,912	18,278	47,473	632,440	29,495
	–15,150	–25,455	–31,374	–637,657	–35,654
ПДН	52,384	42,362	12,475	60,556	72,078
	–57,271	–55,210	–14,765	–51,260	–72,078
ППН-1	6,437	0,000	0,381	5,664	14,609
	–4,366	–7,538	–0,381	–6,036	–14,609
ППН-2	7,256	0,000	0,429	6,384	16,465
	–4,924	–8,496	–0,429	–6,805	–16,465
ППН-3	9,359	0,000	0,554	8,232	21,229
	–6,361	–10,954	–0,554	–8,781	–21,229
ППН-4	4,204	0,000	0,229	3,659	13,072
	–2,628	–4,551	–0,233	–3,603	–12,888
ПДТ-1	6201,787	2651,137	850,412	1657,385	1631,606
	–5895,720	–2819,315	–846,988	–3089,559	–1991,997

Выводы

Проведенные исследования показывают, что при эксплуатации железобетонные плиты временных и постоянных дорог испытывают не только изгибающие моменты и поперечные силы в двух ортогональных направлениях, но и крутящие моменты. При этом избежать совместного воздействия крутящего и изгибающего моментов невозможно, так как переданные нагрузки на плиту от колес автомобиля будут вне оси симметрии конструкции, а также не исключается вероятность образования выбоин, воронок и других дефектов под основанием плиты. В этой связи несущую способность плит по заданному армированию и классу бетона необходимо проверять по прочности нормальных и наклонных сечений, а также на совместное воздействие крутящего и изгибающего моментов.

Список литературы

1. *Босаков С. В.* Статические расчеты плит на упругом основании/ С. В. Босаков. – Минск: БНТУ, 2002. – 128 с.

2. *Семенюк С. Д.* Статический расчет железобетонных плит дорожного покрытия на упругом основании / С. Д. Семенюк, Р. В. Кумашов. // Перспективные направления инно-

вационного развития строительства и подготовки инженерных кадров: материалы XX междунар. Науч.-метод. Семинара / Гродно: ГрГУ, 2016. – с. 163-170.

3. *Кумашов Р. В.* Статический расчет железобетонных плит дороги с пороговыми неровностями испытательного полигона РУПП «Белорусский автомобильный завод» / Р.В. Кумашов. // Ресурсоекономні матеріали, конструкціі, будівлі та споруди. – 2016. – Вип. 32. – с. 367-372.

4. *Семенюк С. Д.* Железобетонные пространственные фундаменты жилых и гражданских зданий на неравномерно деформированном основании: моногр. / С.Д. Семенюк. – Могилев: Белорус.-Рос. Ун-т, 2003. – 269 с.