МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Транспортные и технологические машины»

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМОБИЛЕЙ

Методические рекомендации к курсовому проектированию для студентов специальности 1-37 01 02 «Автомобилестроение (по направлениям)» дневной формы обучения

Могилев 2020

УДК 629.113
ББК 39.33
М33

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Транспортные и технологические машины» «18» декабря 2020 г., протокол № 7

Составитель д-р техн. наук, проф. В. П. Тарасик

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. П. Прудников

Разработаны на основе рабочей программы по дисциплине «Математическое моделирование автомобилей» для студентов специальности 1-37 01 02 «Автомобилестроение» и предназначены для использования при выполнении курсовой работы. В методических рекомендациях изложена методика построения теоретических и экспериментальных факторных моделей при функциональном проектировании трансмиссий автомобилей.

Учебно-методическое издание

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМОБИЛЕЙ

Ответственный за выпуск И. В. Лесковец

Корректор И. В. Голубцова

Компьютерная верстка Н.П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ № .

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, Могилев

© Белорусско-Российский
университет, 2020

Содержание

1 Цель и задачи курсовой работы……..... 4
2 Содержание курсовой работы……... 4
3 Методические рекомендации ……..…5
3.1 Постановка задач проекта……...…5
3.2 Динамическая модель трансмиссии автомобиля……..... 6
3.3 Определение параметров элементов динамической модели…….. 7
3.4 Математическая модель трансмиссии автомобиля ……10
3.5 Моделирование функций внешних воздействий……. 18
3.6 Определение параметров системы дифференциальных уравнений…….. 22
3.7 Оценка устойчивости динамической системы трансмиссии …… 24
3.8 Выбор начальных условий интегрирования дифференциальных уравнений …….…… 25
3.9 Планирование и проведение вычислительного эксперимента……... 26
3.10 Построение регрессионной модели трансмиссии автомобиля …… 30
3.11 Оптимизация параметров трансмиссии автомобиля……. 33
3.12 Определение максимальной скорости автомобиля……35
Список литературы……38

1 Цель и задачи курсовой работы

Цель курсовой работы – приобретение студентами навыков математического моделирования и опыта решения задач функционального проектирования механизмов и систем автомобилей. Объект проектирования в данной курсовой работе – трансмиссия автомобиля с механической многоступенчатой коробкой передач.

Задачи курсовой работы:

– освоение методов построения теоретических и экспериментальных факторных математических моделей трансмиссий автомобилей;

– освоение методологии постановки задач функционального проектирования трансмиссий автомобилей;

– освоение методов оптимизации параметров проектируемых объектов;

– приобретение навыков обоснования и выбора технических решений, выполнения анализа, оценки результатов, формулирования выводов, оформления проектных работ.

2 Содержание курсовой работы

Курсовая работа содержит пояснительную записку (ПЗ), структура которой приведена в таблице 1.

Таблица 1 – Структура курсовой работы

Наименование разделов	Рекомендуемый объем, с.
Титульный лист	1
Задание на курсовую работу	2
Содержание	1
Введение	1
1 Постановка задач проекта	1–2
2 Динамическая модель трансмиссии автомобиля	2–3
3 Определение параметров элементов динамической модели	2–3
4 Математическая модель трансмиссии автомобиля	2–3
5 Моделирование функций внешних воздействий	2–3
6 Определение параметров системы дифференциальных уравнений	2–3
7 Оценка устойчивости динамической системы трансмиссии	2–3
8 Выбор начальных условий интегрирования дифференциальных уравнений	1–2
9 Планирование и проведение вычислительного эксперимента	3–4
10 Построение регрессионной модели трансмиссии автомобиля	2–3
11 Оптимизация параметров трансмиссии автомобиля	2–3
12 Определение максимальной скорости автомобиля	2–3
Заключение	1
Список литературы	1

Пояснительная записка должна содержать последовательное изложение всех этапов выполнения проектной работы с использованием существующей

научно-технической терминологии и стандартов. Исходные положения и принимаемые технические решения должны быть обоснованы и логически взаимосвязаны. Результаты моделирования, анализа, оптимизации и других видов работ необходимо иллюстрировать, сопровождая их таблицами, графиками, схемами и т. п.

Оформление пояснительной записки осуществляется в соответствии с ГОСТ 2.105–95 *Общие требования к текстовым документам*.

Формулы, иллюстрации и таблицы нумеруются в пределах разделов. *Латинские буквы в формулах наклонные* (*курсив*), *греческие и русские – прямые*. Обозначения переменных и параметров, принятых в формулах, необходимо расшифровать непосредственно после написания формулы. Расшифровка каждого обозначения осуществляется с новой строки. При этом указываются единицы измерения переменных и параметров.

3 Методические рекомендации

Методические рекомендации раскрывают содержание разделов пояснительной записки курсовой работы. Последовательность выполняемых проектных работ изложена на примере простейшей динамической модели трансмиссии с многоступенчатой механической коробкой передач.

Во *введении* необходимо дать общую характеристику процесса функционального проектирования трансмиссии автомобиля, отразить роль и место в этом процессе математического моделирования.

3.1 Постановка задач проекта

Решение задач функционального проектирования требует построения математических моделей, выполнения анализа процессов функционирования объектов и определения их оптимальных параметров. В разделе 1 ПЗ необходимо сформулировать технические требования к объекту проектирования исходя из его назначения и условий работы и на базе этих требований осуществить постановку задач проекта. При этом должна быть намечена общая стратегия процесса проектирования с указанием основных этапов и процедур, обеспечивающих решение поставленной задачи.

Главные задачи проекта: выявление функциональной работоспособности трансмиссии; оценка выполнения технических требований к трансмиссии; оптимизация параметров; оценка эффективности принятых технических решений.

Параметры трансмиссии определяют на основе расчетного режима. Наиболее сложные режимы нагрузки трансмиссии создаются при трогании автомобиля с места в тяжелых дорожных условиях при больших сопротивлениях движению, в частности, при осуществлении трогания автомобиля с места на положительном уклоне опорной поверхности (т. е. на подъеме). Для обеспечения надежного трогания автомобиля, кроме механической энергии на коленчатом валу двигателя, используют кинетическую энергию маховика двигателя.

Для этого разгоняют двигатель до некоторой начальной угловой скорости вращения коленчатого вала $\omega_{д0}$ и затем включают сцепление. Сцепление при этом включают с высоким темпом нарастания его момента трения.

3.2 Динамическая модель трансмиссии автомобиля

Динамическая модель трансмиссии должна учитывать инерционные свойства маховика двигателя, ведомых дисков сцепления, вращающихся деталей коробки передач, барабана стояночного тормоза, дифференциала, ведущих и ведомых колес, поступательно движущейся массы автомобиля. Принимаются во внимание упругие и диссипативные свойства механизмов трансмиссии, трансформаторные элементы (зубчатые зацепления механизмов трансмиссии), параметры и характеристики сцеплений. Осуществляется моделирование процесса включения сцепления автомобиля. Учитывается также сцепление ведущих колес с опорной поверхностью дороги [1, 2].

Простейшая динамическая модель трансмиссии представлена на рисунке 1. Она содержит пять инерционных элементов (вращающихся сосредоточенных масс), два упругих элемента, два трансформаторных элемента и два фрикционных элемента.

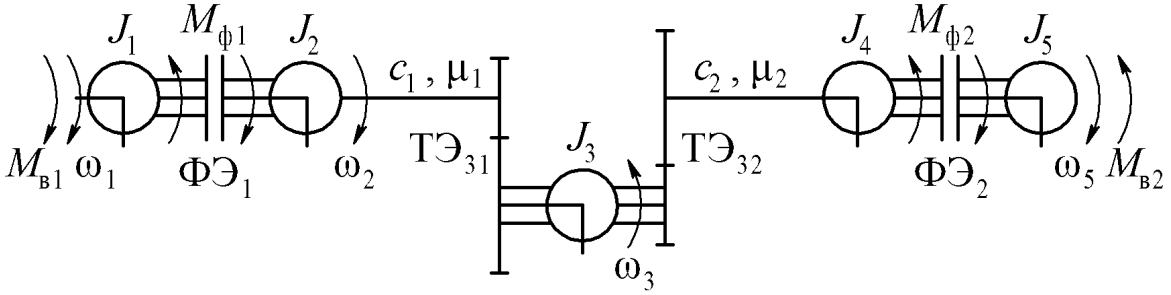

Рисунок 1 – Динамическая модель трансмиссии автомобиля

При выполнении курсовой работы студент может разработать собственную динамическую модель трансмиссии либо воспользоваться моделью, приведенной на рисунке 1.

Сосредоточенная масса с моментом инерции J_1 отображает инерционные свойства маховика двигателя, а также связанных с ним вращающихся масс двигателя и ведущей части сцепления; сосредоточенная масса J_2 – инерционные свойства ведомого диска сцепления и связанных с ним вращающихся масс коробки передач; сосредоточенная масса J_3 учитывает массы барабана стояночного тормоза, главной передачи и дифференциала. Сосредоточенная масса с моментом инерции J_4 отображает инерционные свойства колес и колесных тормозных механизмов, а масса J_5 эквивалентна поступательно движущейся массе автомобиля и ведомых колес.

Наибольшие угловые деформации характерны для первичного вала коробки передач, карданной передачи, полуосей и шин ведущих колес. Упругий эле-

мент с коэффициентом жесткости c_1 учитывает деформируемость первичного вала коробки передач и карданной передачи; упругий элемент с параметром c_2 – упругие свойства полуосей и шин. Одновременно вводятся диссипативные элементы с параметрами μ_1 и μ_2, рассеивающие энергию в соответствующих механизмах трансмиссии.

Трансформаторный элемент $ТЭ_{31}$ отображает преобразование параметров потока энергии (угловой скорости и вращающего момента) коробкой передач, а трансформаторный элемент $ТЭ_{32}$ – главной передачей. Параметры $ТЭ_{31}$ (передаточное число и КПД) обозначены соответственно u_{31} и η_{31}, а параметры $ТЭ_{32}$ – u_{32} и η_{32}.

Сцепление автомобиля обозначено $ФЭ_1$, а сцепление ведущих колес с дорогой – $ФЭ_2$.

Воздействие внешней среды на объект моделирования в рассматриваемом случае осуществляют источники воздействий типа потенциала $M_{в1}$ и $M_{в2}$. Источником потенциала $M_{в1}$ является двигатель автомобиля, реализующий вращающий момент $M_e = f(\omega_д)$, где $\omega_д$ – угловая скорость коленчатого вала. Источник потенциала $M_{в2}$ отображает суммарное сопротивление движению автомобиля.

Для отображения состояния сосредоточенных масс в фазовом пространстве введены фазовые координаты типа потока $\omega_1 \ldots \omega_5$ (угловые скорости сосредоточенных масс $J_1 \ldots J_5$). К координатам типа потока также относятся геометрические координаты сосредоточенных масс. В данном случае это углы их поворота $\varphi_1 \ldots \varphi_5$.

В пояснительной записке необходимо привести определения динамической модели, ее элементов, классификацию параметров объекта проектирования и дать описание отображаемых ими свойств.

3.3 Определение параметров элементов динамической модели трансмиссии

Определению подлежат параметры инерционных элементов $J_1 \ldots J_5$, упругих элементов c_1, c_2, диссипативных элементов μ_1, μ_2 и трансформаторных элементов $u_{31}, u_{32}, \eta_{31}, \eta_{32}$. Методика обоснования выбора параметров элементов динамической модели объекта проектирования изложена в [6].

Значение J_1 соответствует моменту инерции двигателя, определяемому в основном величиной момента инерции его маховика. При отсутствии данных значение J_1 вычисляют по эмпирическим зависимостям:

– для бензиновых двигателей грузовых автомобилей

$$J_1 = (0{,}0025 \ldots 0{,}0030) M_{e\max}; \qquad (1)$$

– для бензиновых двигателей легковых автомобилей

$$J_1 = (0{,}0018\ldots0{,}0020)M_{e\max}; \tag{2}$$

– для дизельных двигателей грузовых автомобилей

$$J_1 = (0{,}0055\ldots0{,}0065)M_{e\max}, \tag{3}$$

где $M_{e\max}$ – максимальный вращающий момент двигателя, Н·м.

Значение J_2 соответствует приведенному моменту инерции ведомых дисков сцепления и вращающихся деталей коробки передач. Приближенная величина параметра J_2 может быть получена по эмпирической зависимости

$$J_2 = (0{,}08\ldots0{,}12)J_1. \tag{4}$$

Значение J_5 зависит от массы автомобиля $m_{\text{а}}$ и моментов инерции колес и вычисляется по формуле

$$J_5 = m_{\text{а}} r_{\text{к}}^2 + \sum_{i=1}^{n} J_{\text{к}i}, \tag{5}$$

где $m_{\text{а}}$ – масса автомобиля, кг;

$r_{\text{к}}$ – радиус качения ведущих колес, м;

$J_{\text{к}i}$ – момент инерции i-го колеса относительно его оси вращения, кг·м^2;

n – количество колес автомобиля.

При отсутствии данных по $J_{\text{к}i}$ вычисляют приведенную массу автомобиля $m_{\text{а.пр}}$ по формуле

$$m_{\text{а.пр}} = \delta_{\text{п.м}} m_{\text{а}}, \tag{6}$$

где $\delta_{\text{п.м}}$ – коэффициент приведенной массы, учитывающий влияние моментов инерции колес на кинетическую энергию автомобиля.

Значение $\delta_{\text{п.м}}$ приближенно может быть вычислено по эмпирической формуле

$$\delta_{\text{п.м}} = 1 + \delta_1. \tag{7}$$

Принимают $\delta_1 = 0{,}03\ldots0{,}05$. С учетом $\delta_{\text{п.м}}$ формула (5) преобразуется к виду

$$J_5 = \delta_{\text{п.м}} m_{\text{а}} r_{\text{к}}^2. \tag{8}$$

Значение J_4 можно принять из соотношения $J_4 = (0{,}10\ldots0{,}15)J_5$.

Величина J_3 зависит от конструкции механизмов трансмиссии и от номера включаемой передачи. В первом приближении можно принять

$$J_3 = (0{,}15 \ldots 0{,}19) J_1 . \qquad (9)$$

Коэффициенты жесткости упругих элементов трансмиссии c_1 и c_2 можно приближенно найти из следующих соотношений:

– для автомобилей с бензиновыми двигателями

$$c_1 = (20 \ldots 25) M_{e\max}; \quad c_2 = (150 \ldots 200) M_{e\max}; \qquad (10)$$

– для автомобилей с дизельными двигателями

$$c_1 = (22 \ldots 28) M_{e\max}; \quad c_2 = (200 \ldots 250) M_{e\max} . \qquad (11)$$

Определение параметров трансформаторных элементов u_{31}, u_{32}, η_{31}, η_{32} осуществляется по кинематической схеме трансмиссии, которую необходимо привести в проекте. Значения u_{31} и η_{31} относятся к коробке передач, а u_{32} и η_{32} – к главной передаче. Их вычисление выполняется по известным формулам.

Для нахождения коэффициентов демпфирования (сопротивления) диссипативных элементов μ_1 и μ_2 используются парциальные системы, приведенные на рисунке 2.

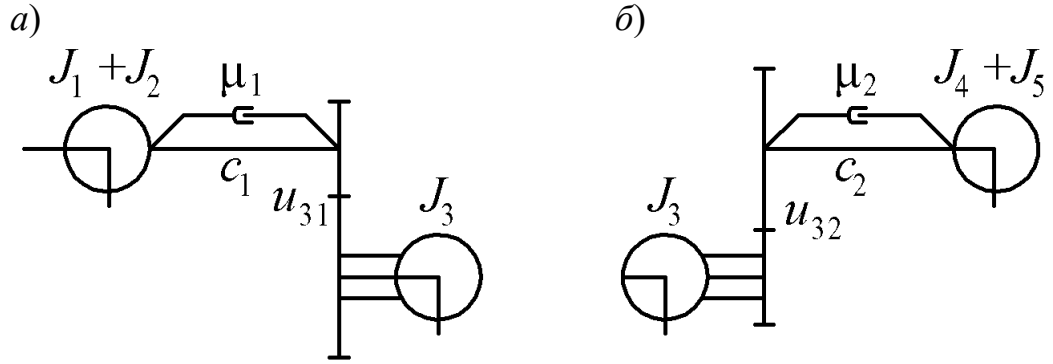

Рисунок 2 – Парциальные системы

Значение μ_i вычисляется по формуле

$$\mu_i = 2\gamma_i J_i^* \omega_{\text{п}\,i}, \qquad (12)$$

где γ_i – относительный коэффициент затухания колебаний (безразмерная величина);

J_i^* – приведенный момент инерции, кг·м^2;

$\omega_{\text{п}\,i}$ – парциальная частота, рад/с.

Приведенные моменты инерции J_1^* и J_2^* для рассматриваемых парциальных систем находят по формулам

$$J_1^* = \frac{(J_1 + J_2)J_3 / u_{31}^2}{J_1 + J_2 + J_3 / u_{31}^2}; \tag{13}$$

$$J_2^* = \frac{J_3 u_{32}^2 (J_4 + J_5)}{J_3 u_{32}^2 + J_4 + J_5}. \tag{14}$$

Парциальные частоты $\omega_{\text{п}1}$ и $\omega_{\text{п}2}$ получают по формуле

$$\omega_{\text{п}i} = \sqrt{\frac{c_i}{J_i^*}}. \tag{15}$$

При определении μ_i можно принять следующие значения γ_i: $\gamma_1 = 0{,}2$; $\gamma_2 = 0{,}6$.

Значения параметров всех элементов динамической модели с отображением их размерностей сводятся в таблицу.

3.4 Математическая модель трансмиссии автомобиля

При функциональном проектировании рассматривают два основных режима функционирования технических объектов – статический и динамический. Различаются они поведением во времени фазовых координат типа потока и типа потенциала. Координаты типа потока определяют положения сосредоточенных масс в фазовом пространстве и характер их движения. В механических системах они представляют собой геометрические координаты и скорости. Координаты типа потенциала (силы, вращающие моменты) характеризуют взаимодействие безынерционных элементов динамической модели объекта (упругих, диссипативных, трансформаторных, фрикционных) с сосредоточенными массами.

Статический режим представляет собой состояние покоя либо равномерное движение технического объекта. Это возможно при постоянных внешних воздействиях. При этом фазовые координаты остаются также постоянными, за исключением геометрических координат, которые при равномерном движении плавно изменяются. Математической моделью статического режима является система алгебраических уравнений.

Динамический режим характеризуется изменением во времени фазовых координат типа потока и типа потенциала. Математическая модель этого режима представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений.

Переходный процесс – частный случай динамического режима, при котором происходит переход технического объекта из исходного установившегося статического состояния в конечное. График переходного процесса называют ***переходной характеристикой***. Переходная характеристика позволяет определить выходные параметры проектируемого объекта, характеризующие показатели его эффективности и качества процессов функционирования.

3.4.1 Математические модели для исследования переходных процессов.

При моделировании трансмиссии автомобиля применяются математические модели в графической форме и в инвариантной форме в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши, хорошо приспособленной к использованию численных методов интегрирования.

Графические формы математических моделей – динамическая модель и ориентированный граф (орграф). Графические модели позволяют наглядно представить структуру объекта и его физические свойства, а также взаимодействие с внешней средой. Их использование дает возможность существенно облегчить получение системы дифференциальных уравнений.

Построение графических моделей начинают с выявления количества сосредоточенных масс исследуемой системы, определяющих число ее степеней свободы. При этом сложные движения твердых тел раскладывают на простейшие виды движения – поступательное и вращательное.

Рассмотрим процесс построения математической модели трансмиссии автомобиля.

Математическая модель представляет собой совокупность топологических и компонентных уравнений и включает описание воздействий внешней среды на трансмиссию.

Топологические уравнения описывают структуру объекта и условия динамического равновесия потенциалов (вращающих моментов), воздействующих на сосредоточенные массы динамической модели. Сосредоточенные массы находятся под воздействием потенциалов взаимодействующих с ними элементов динамической модели и потенциалов источников внешней среды.

Компонентные уравнения дают описания физических свойств элементов динамической модели объекта моделирования.

Характерной особенностью моделируемой динамической системы является переменность ее структуры, обусловленная наличием фрикционных элементов, которые могут находиться в одном из двух возможных состояний: состоянии скольжения или в замкнутом состоянии. Кроме того, замыкание сцепления $ФЭ_1$ приводит к уменьшению числа степеней свободы системы на единицу. При этом изменяется взаимодействие элементов динамической системы, отображаемое фазовыми координатами типа потенциала. Это внутренние потенциалы системы (моменты упругих и диссипативных элементов, моменты трения фрикционных элементов).

3.4.2 Орграф моделируемой системы.

Структуру и взаимодействие элементов динамической системы удобно отображать посредством орграфа, узлы которого соответствуют сосредоточенным массам динамической модели объекта. Воздействия на сосредоточенные массы отображают на орграфе посредством соответствующих ветвей. Различают ветви элементов динамической модели объекта и ветви источников внешних воздействий.

Орграф моделируемой системы представлен на рисунке 3. Ветви источников внешних воздействий обозначены $M_{в1}$ и $M_{в2}$. Это источники типа потенциала. Ветви элементов динамической модели обозначены их параметрами: ветви инерционных элементов – $J_1^* \ldots J_5^*$; упругих – c_1, c_2 (или c_1^*, c_2^*); диссипативных – μ_1, μ_2 (или μ_1^*, μ_2^*); фрикционных – $M_{ф1}^*, M_{ф2}^*$. Наличие трансформаторных элементов $ТЭ_{31}$, $ТЭ_{32}$ и их взаимодействия с сосредоточенными массами, упругими и диссипативными элементами отмечаются выносными линиями, что означает их взаимное контактирование. Направление передачи потоков энергии изображается стрелками на ветвях соответствующих элементов. Нулевой узел орграфа соответствует внешней среде.

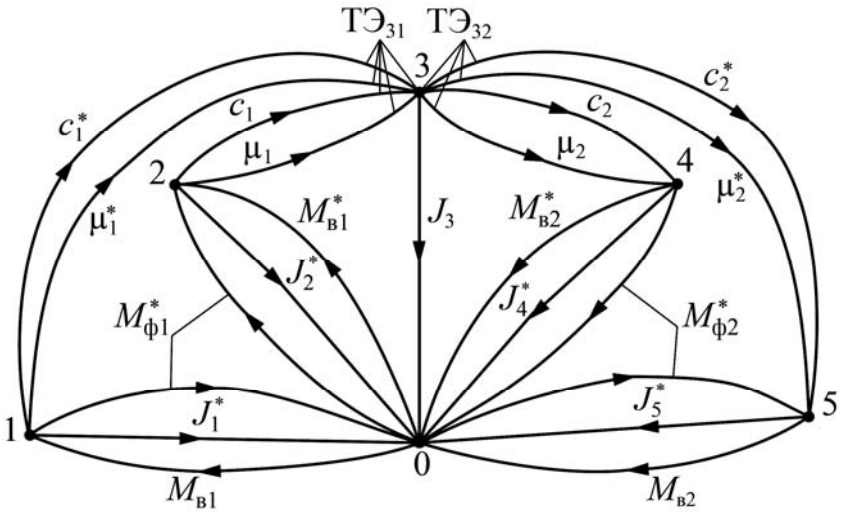

Рисунок 3 – Орграф динамической модели трансмиссии

Если воздействие какого-либо потенциала на данную сосредоточенную массу может возникать или исчезать при изменении режима фрикционного элемента, то такая ветвь называется ***виртуальной***, а ее потенциал на орграфе помечается звездочкой. Например, при скольжении сцепления $ФЭ_1$ на сосредоточенную массу 1 действуют потенциал внешнего воздействия $M_{в1}$, потенциал фрикционного элемента $M_{ф1}^*$ и потенциал $M_{и1}^*$ инерционного элемента, параметром которого является J_1^*, а после его замыкания – потенциалы $M_{в1}$, $M_{и1}^*$ и потенциал $M_{у1}^*$ первого упругого элемента с параметром c_1^* (см. рисунки 1 и 3). Следовательно, после включения сцепления $ФЭ_1$ вместо момента трения фрикционного элемента $M_{ф1}^*$ на сосредоточенную массу 1 действует момент первого упругого элемента $M_{у1}^*$, поэтому на орграфе параметр этого элемента помечен звездочкой c_1^*. Кроме того, изменяется также параметр инерционного элемента, поэтому он тоже помечен звездочкой J_1^*. Действительно, на режиме

скольжения сосредоточенные массы 1 и 2 разделены сцеплением $ФЭ_1$, и параметры инерционных элементов соответствуют J_1 и J_2, а после замыкания сцепления обе сосредоточенные массы объединяются, и параметры инерционных элементов оказываются одинаковыми, равными сумме параметров обоих элементов, т. е. $J_1^* = J_2^* = J_1 + J_2$.

Описание воздействий потенциалов на остальные сосредоточенные массы с учетом виртуальных ветвей должно быть выполнено студентом в пояснительной записке к курсовой работе.

Орграф позволяет легко и просто составить математическую модель технического объекта.

Для получения топологических уравнений используется принцип Даламбера, представляющий собой обобщение третьего закона Ньютона. Этот принцип относится к материальной точке. При поступательном движении твердых тел механической системы принцип Даламбера имеет следующую формулировку: ***геометрическая сумма всех сил, приложенных к материальной точке (сосредоточенной массе), включая силу инерции, равна нулю.*** Следовательно, система сил, действующих на сосредоточенную массу, взаимно уравновешена. Уравнение равновесия сил

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0, \tag{16}$$

где $\vec{F}_i$ – вектор i-й силы;

n – количество сил, приложенных к сосредоточенной массе, включая ее силу инерции $\vec{F}_и$.

При вращательном движении сосредоточенной массы в формуле (16) вместо силы $\vec{F}_i$ будет вращающий момент $\vec{M}_i$:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0. \tag{17}$$

Сосредоточенная масса динамической модели объекта моделирования является аналогом материальной точки (или твердого тела с одной степенью свободы). Следовательно, число степеней свободы динамической модели равно количеству выделенных сосредоточенных масс. Для каждой сосредоточенной массы орграфа составляется топологическое уравнение. При этом принимается следующее правило определения знаков векторов сил $\vec{F}_i$ или моментов $\vec{M}_i$: если i-й элемент динамической модели подводит энергию к данной сосредоточенной массе, его потенциал полагаем положительным, а если отводит – отрицательным. Направление передачи потока энергии, как отмечалось ранее, на ветвях орграфа указано стрелками. При использовании принятого правила знаков в формулах (16) и (17) силы и моменты записываются в скалярной форме, т. е. только их модули с соответствующими знаками.

В качестве примера составим топологическое уравнение движения третьей сосредоточенной массы орграфа, представленного на рисунке 3. Эта масса находится под воздействием моментов упругих элементов $M_{\text{у}1}$, $M_{\text{у}2}$ с параметрами c_1, c_2, диссипативных элементов $M_{\text{д}1}$, $M_{\text{д}2}$ с параметрами μ_1, μ_2 и момента инерционного элемента $M_{\text{и}3}$ с параметром J_3. На основе принципа Даламбера получаем искомое топологическое уравнение

$$M_{\text{у}1} + M_{\text{д}1} - M_{\text{у}2} - M_{\text{д}2} - M_{\text{и}3} = 0. \tag{18}$$

Следует иметь в виду, что для увеличения кинетической энергии инерционного элемента он потребляет энергию, передаваемую системой, что отображается в орграфе направлением стрелки на ветви этого элемента, обозначенной своим параметром J_3.

Для вычисления потенциалов инерционных, упругих и диссипативных элементов используются компонентные уравнения. Потенциалы этих элементов представляют собой их реакции на внешнее воздействие. При поступательном движении сосредоточенных масс потенциалом инерционного элемента является сила инерции $\vec{F}_{\text{и}}$, упругого – сила упругости $\vec{F}_{\text{у}}$, диссипативного – сила трения $\vec{F}_{\text{д}}$. Направления этих сил противоположны направлению действующей на соответствующий элемент внешней силы.

Компонентные уравнения инерционных, упругих и диссипативных элементов в векторной форме для системы с вращательным движением сосредоточенных масс имеют вид:

$$\vec{M}_{\text{и}i} = -J_i \vec{\varepsilon}_i = -J_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt}; \qquad \vec{M}_{\text{у}j} = -c_j \Delta\vec{\varphi}_j; \qquad \vec{M}_{\text{д}k} = -\mu_k \Delta\vec{\omega}_k, \tag{19}$$

где $\vec{\omega}_i, \vec{\varepsilon}_i$ – векторы угловой скорости и углового ускорения *i*-й сосредоточенной массы;

$\Delta\vec{\varphi}_j$ – вектор угловой деформации *j*-го упругого элемента;

$\Delta\vec{\omega}_k$ – вектор угловой скорости деформации *k*-го упругого элемента.

В уравнение (18) подставляются модули потенциалов $M_{\text{у}1}$, $M_{\text{у}2}$, $M_{\text{д}1}$, $M_{\text{д}2}$ и $M_{\text{и}3}$. Компонентные уравнения в этом случае имеют следующий вид:

$$M_{\text{и}3} = J_3 \frac{d\omega_3}{dt}; \qquad M_{\text{у}1} = c_1(\varphi_2 - \varphi_3 u_{31}); \qquad M_{\text{у}2} = c_2(\varphi_3 / u_{32} - \varphi_4);$$

$$M_{\text{д}1} = \mu_1(\omega_2 - \omega_3 u_{31}); \qquad M_{\text{д}2} = \mu_2(\omega_3 / u_{32} - \omega_4).$$

В результате получаем искомое топологическое уравнение, описывающее движение сосредоточенной массы 3 с моментом инерции J_3,

$$\frac{d\omega_3}{dt} = \frac{M_{\text{у}1} + \mu_1(\omega_2 - \omega_3 u_{31}) - M_{\text{у}2} - \mu_2(\omega_3 / u_{32} - \omega_4)}{J_3}. \tag{20}$$

Очевидно, что использование орграфа создает благоприятные условия для составления уравнений математической модели объекта проектирования.

3.4.3 Матрицы инциденций и трансформаторных элементов.

Описание структуры и физических свойств технического объекта можно также выполнить в матричной форме. Для этого составляются две матрицы – матрица инциденций и матрица трансформаторных элементов.

В матрице инциденций каждому узлу орграфа (т. е. каждой сосредоточенной массе динамической модели), за исключением базового, соответствует строка, а каждой ветви – столбец. Единицами в матрице отмечают наличие соединений между узлами и ветвями орграфа, а нулями – их отсутствие. Направление сигналов в ветвях орграфа отображают знаками единиц. Если сигнал направлен от узла, принимают знак «минус», а если к узлу – знак «плюс».

В матрице трансформаторных элементов проставляют номера этих элементов с учетом их расположения между взаимодействующими между собой упругими элементами и сосредоточенными массами.

В таблице 1 приведена матрица инциденций, а в таблице 2 – матрица трансформаторных элементов. Они составлены на основе орграфа, представленного на рисунке 3. Наличие фрикционных элементов приводит к возникновению виртуальных ветвей, которые помечаются в матрице инциденций звездочкой.

Таблица 1 – Матрица инциденций

Узел	Ветвь							
	$M_{в1}$	$M_{в2}$	$M_{ф1}$	$M_{ф2}$	c_1	c_2	μ_1	μ_2
1	1	0	-1^*	0	-1^*	0	-1^*	0
2	1^*	0	1^*	0	–1	0	–1	0
3	0	0	0	0	1	–1	1	–1
4	0	–1*	0	-1^*	0	1	0	1
5	0	–1	0	1^*	0	1^*	0	1^*

Таблица 2 – Матрица трансформаторных элементов

Узел	Ветвь			
	c_1	c_2	μ_1	μ_2
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	1	2	1	2
4	0	0	0	0
5	0	0	0	0

3.4.4 Структурно-матричный метод построения математической модели.

Структурно-матричный метод построения математической модели технического объекта основан на использовании матричной формы представления физических свойств объекта. Использование матрицы инциденций и матрицы

трансформаторных элементов позволяет полностью формализовать процесс построения математической модели и осуществить ее автоматизированное построение непосредственно на компьютере.

Топологические уравнения составляются путем построчного алгебраического сложения потенциалов элементов динамической модели и источников внешних воздействий, инцидентных соответствующей сосредоточенной массе. При этом потенциалы умножают на значения инциденторов данной строки матрицы инциденций.

Компонентные уравнения элементов динамической модели получают путем алгебраического сложения фазовых координат типа потока сосредоточенных масс, инцидентных данному элементу, умноженных на параметр элемента. Компонентные уравнения составляют только для упругих и диссипативных элементов.

При наличии трансформаторного элемента его включение в топологические и компонентные уравнения зависит от знака инцидентора связи сосредоточенной массы с соответствующим элементом модели. Если инцидентор отрицательный, соответствующую ему фазовую координату типа потенциала в топологическом уравнении делят на $u_i\eta_i$, а фазовую координату типа потока в компонентном уравнении делят на u_i, где u_i и η_i – передаточное число и КПД i-го трансформаторного элемента.

Состояния фрикционных элементов отображаются дискретными функциями замыкания L_i и размыкания P_i сцеплений. Эти же функции позволяют учитывать виртуальные ветви орграфа.

Используя изложенную методику структурно-матричного метода, составим математическую модель трансмиссии автомобиля на примере динамической модели, приведенной на рисунке 1:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\omega_1}{dt}=\frac{M_{в1}-M_{ф1}\operatorname{sign}(\omega_1-\omega_2)(1-L_1)-(M_{у1}+M_{д1})L_1P_1}{J_1+J_2L_1};\\
&\frac{d\omega_2}{dt}=\frac{M_{в1}L_1P_1+M_{ф1}\operatorname{sign}(\omega_1-\omega_2)(1-L_1)-(M_{у1}+M_{д1})}{J_1L_1+J_2};\\
&\frac{d\omega_3}{dt}=\frac{(M_{у1}+M_{д1})u_{31}\eta_{31}-(M_{у2}+M_{д2})/(u_{32}\eta_{32})}{J_3};\\
&\frac{d\omega_4}{dt}=\frac{-M_{в2}L_2P_2-M_{ф2}\operatorname{sign}(\omega_4-\omega_5)(1-L_2)+(M_{у2}+M_{д2})}{J_4+J_5L_2};\\
&\frac{d\omega_5}{dt}=\frac{-M_{в2}+M_{ф2}\operatorname{sign}(\omega_4-\omega_5)(1-L_2)+(M_{у2}+M_{д2})L_2P_2}{J_4L_2+J_5};\\
&\frac{dM_{у1}}{dt}=c_1(\omega_2-\omega_3u_{31});\\
&\frac{dM_{у2}}{dt}=c_2(\omega_3/u_{32}-\omega_4);
\end{aligned}\right\}\qquad(21)$$

$$M_{д1} = \mu_1(\omega_2 - \omega_3 u_{31}); \quad M_{д2} = \mu_2(\omega_3 / u_{32} - \omega_4). \tag{22}$$

Компонентные уравнения упругих элементов составлены в дифференциальной форме и включены в состав системы дифференциальных уравнений (21). Это возможно для линейных уравнений и целесообразно, поскольку снижает порядок системы уравнений.

Полученная система дифференциальных уравнений (21) в совокупности с компонентными уравнениями диссипативных элементов (22) описывает динамику переходных процессов трансмиссии.

Функция sign введена для учета возможного изменения знака разности угловых скоростей ведущей и ведомой частей фрикционных элементов, т. к. при этом изменяются направления моментов трения.

Выражения для определения дискретных функций замыкания L_i и размыкания P_i сцеплений имеют следующий вид:

$$L_1 = \begin{cases} 1 & \text{при } |\omega_1 - \omega_2| \le \Delta\omega_1; \\ 0 & \text{при } |\omega_1 - \omega_2| > \Delta\omega_1; \end{cases} \tag{23}$$

$$P_1 = 0{,}5\left[1 + \operatorname{sign}\left(M_{ф1} - \left|M_{у1} + M_{д1} + J_2\dot{\omega}_2\right|\right)\right]; \tag{24}$$

$$L_2 = \begin{cases} 1 & \text{при } |\omega_4 - \omega_5| \le \Delta\omega_2; \\ 0 & \text{при } |\omega_4 - \omega_5| > \Delta\omega_2; \end{cases} \tag{25}$$

$$P_2 = 0{,}5\left[1 + \operatorname{sign}\left(M_{ф2} - \left|M_{у2} + M_{д2} - J_4\dot{\omega}_4\right|\right)\right]. \tag{26}$$

В формулах (23) и (25) $\Delta\omega_1$ и $\Delta\omega_2$ – допустимые разности между угловыми скоростями ведущих и ведомых элементов фрикционов, определяющие условия их блокировки (замыкания). Их значения принимают в пределах 1...2 рад/с.

Применение дискретных функций замыкания L_i и размыкания P_i сцеплений позволяет использовать постоянную структуру системы дифференциальных уравнений независимо от состояния фрикционных элементов, влияющего на число степеней свободы системы.

3.5 Моделирование функций внешних воздействий

Внешняя среда оказывает воздействие на моделируемую динамическую систему двумя источниками потенциалов: $M_{в1}$ и $M_{в2}$. Потенциал $M_{в1}$ представляет собой вращающий момент двигателя $M_д$, а потенциал $M_{в2}$ – приведенный к ведущему колесу момент сопротивления движению автомобиля $M_с$.

Вращающий момент $M_{\text{д}}$ является функцией угловой скорости вращения коленчатого вала двигателя $\omega_{\text{д}}$ и положения педали акселератора $\gamma_{\text{а}}$. Характеристика двигателя $M_{\text{д}} = f(\omega_{\text{д}}, \gamma_{\text{а}})$ зависит от способа управления подачей топлива. На тяжелых грузовых автомобилях используют дизельные двигатели со всережимными регуляторами частоты вращения коленчатого вала. У таких двигателей характеристика $M_{\text{д}} = f(\omega_{\text{д}}, \gamma_{\text{а}})$ состоит из двух составляющих – внешней скоростной характеристики (ВСХ) и регуляторной ветви. Изменяя положение педали акселератора $\gamma_{\text{а}}$ в пределах $0 \le \gamma_{\text{а}} \le 100$ %, получают множество регуляторных ветвей, ограничивающих частоту вращения вала двигателя [2, рисунок 2.9].

Для двигателя со всережимным регулятором вращающий момент вычисляется по следующим выражениям:

$$M_{\text{д}} = \left| \begin{array}{ll} M_P\left[a + b(\omega_{\text{д}}/\omega_P) + c(\omega_{\text{д}}/\omega_P)^2\right] & \text{при } \omega_{\text{д}} \le \omega_{\text{п}}; \\ M_{\text{п}} - k_{\text{р}}(\omega_{\text{д}} - \omega_{\text{п}}) & \text{при } \omega_{\text{д}} > \omega_{\text{п}}, \end{array} \right. \tag{27}$$

где $M_{\text{д}}$ – текущее значение вращающего момента двигателя, Н·м;

M_P – момент двигателя при максимальной мощности $P_{e\max}$;

$\omega_{\text{д}}$ – текущее значение угловой скорости коленчатого вала двигателя (согласно динамической модели $\omega_{\text{д}} = \omega_1$), рад/с;

ω_P – угловая скорость коленчатого вала при $P_{e\max}$;

$\omega_{\text{п}}, M_{\text{п}}$ – угловая скорость и момент в точке пересечения ВСХ и регуляторной ветви при выбранном значении $\gamma_{\text{а}}$;

a, b, c – коэффициенты уравнения регрессии, описывающего внешнюю скоростную характеристику двигателя (безразмерные величины);

$k_{\text{р}}$ – коэффициент наклона регуляторной ветви характеристики двигателя, Н·м·с/рад.

Вращающий момент двигателя M_P определяется по формуле

$$M_P = P_{e\max}/\omega_P\,. \tag{28}$$

В эту формулу подставляют значения $P_{e\max}$, Вт, ω_P, рад/с, и получают M_P, Н·м.

Коэффициенты a, b, c должны отвечать условию $a + b + c = 1$. Например, для двигателя ЗИЛ-130 $a = 0{,}75; b = 1{,}59; c = -1{,}34$; для двигателя ЯМЗ-240 $a = 0{,}68$; $b = 1{,}07$; $c = -0{,}75$; для двигателя КамАЗ $a = 0{,}51; b = 1{,}11$; $c = -0{,}62$. Значения этих коэффициентов для других двигателей можно определить по формулам, приведенным в [2, с. 69].

Значение ω_P, рад/с, вычисляется по формуле

$$\omega_P = \frac{\pi n_P}{30}, \tag{29}$$

где n_P – частота вращения вала двигателя при $P_{e\max}$, об/мин.

Значения $P_{e\max}$ и n_P получают из технической характеристики двигателя. При отсутствии данных по n_P можно принять: для дизелей $n_P = 2100$ об/мин; для бензиновых двигателей грузовых автомобилей $n_P = 3200$ об/мин; для легковых автомобилей $n_P = 5600$ об/мин.

Значение коэффициента $k_{\text{р}}$ определяется на основе выражения

$$M_P - k_{\text{р}}\left(\omega_{\text{xx}\max} - \omega_P\right) = 0, \tag{30}$$

где $\omega_{\text{xx}\max}$ – максимальная угловая скорость холостого хода двигателя.

$$\omega_{\text{xx}\max} = \frac{\pi n_{\text{xx}\max}}{30}, \tag{31}$$

где $n_{\text{xx}\max}$ – максимальная частота холостого хода двигателя, об/мин.

Принимают

$$n_{\text{xx}\max} = (1{,}10\ldots1{,}15)n_P. \tag{32}$$

Значение $n_{\text{xx}\max}$ округляют и принимают кратным 100 или 50 об/мин.

Значение коэффициента $k_{\text{р}}$ вычисляют по формуле

$$k_{\text{р}} = \frac{M_P}{\omega_{\text{xx}\max} - \omega_P}. \tag{33}$$

Более точное выражение (27) можно получить посредством регрессионного анализа реальной характеристики двигателя.

Сопротивление движению автомобиля определяется тремя составляющими: сопротивлением качению колес; сопротивлением подъему; сопротивлением воздуха.

Приведенный момент сопротивления $M_{\text{в}2}$ вычисляют по формуле

$$M_{\text{в}2} = M_f + M_h + M_w, \tag{34}$$

где M_f – момент, учитывающий сопротивление качению, Н·м;

M_h – момент, учитывающий сопротивление, обусловленное преодолением продольного уклона дороги (подъема), Н·м;

M_w – момент, учитывающий сопротивление воздуха, Н·м.

Значение M_f можно найти по формуле

$$M_f = m_{\text{а}} g f_v r_{\text{к}} \operatorname{sign}\omega_5, \tag{35}$$

где $m_а$ – полная масса автомобиля, кг;

g – ускорение свободного падения, м/с^2;

f_v – коэффициент сопротивления качению (безразмерная величина);

$r_к$ – радиус качения колеса, м.

Значение коэффициента сопротивления качению f_v зависит от скорости автомобиля v и вычисляется по формуле

$$f_v = f_0\left[1+(0{,}0216\,v)^2\right] = f_0\left[1+(0{,}0216\,r_к\omega_5)^2\right], \qquad (36)$$

где f_0 – коэффициент сопротивления качению при малой скорости;

ω_5 – угловая скорость ведущего колеса ($\omega_5 = \omega_{к.в}$), рад/с.

Функция $\operatorname{sign}\omega_5$ учитывает возможное изменение знака момента M_f. При положительной скорости автомобиля M_f положительно. При трогании автомобиля на подъеме может наблюдаться откат его назад, тогда ω_5 окажется отрицательным, что приведет к изменению знака момента M_f.

Значение момента M_h определяется по формуле

$$M_h = m_а g h r_к, \qquad (37)$$

где h – уклон дорожного полотна (безразмерная величина), $h = \operatorname{tg}\alpha$;

α – угол продольного уклона, град.

На подъеме h положительно, а на спуске отрицательно.

Значение момента M_w зависит от скорости автомобиля и определяется по формуле

$$M_w = k_w A_л v^2 r_к = k_w A_л r_к^3 \omega_5^2, \qquad (38)$$

где k_w – коэффициент сопротивления воздуха, Н·с^2/м^4;

$A_л$ – лобовая площадь автомобиля, м^2.

Момент трения $M_{ф1}$ сцепления ФЭ$_1$ в первом приближении описывается кусочно-линейной функцией:

$$M_{ф1} = \left| \begin{array}{ll} M_{ф1max}\, t / t_{ф1} & \text{при } 0 \le t \le t_{ф1}; \\ M_{ф1max} & \text{при } t > t_{ф1}, \end{array} \right. \qquad (39)$$

где $M_{ф1max}$ – максимальное значение момента трения, Н·м;

t – текущее время процесса включения сцепления, с;

$t_{ф1}$ – время нарастания момента трения, с.

Значение $M_{ф1max}$ принимают из условия

$$M_{ф1max} = \beta M_{e\,max}, \qquad (40)$$

где β – коэффициент запаса момента трения;

$M_{e\max}$ – максимальный момент двигателя, Н·м.

Для грузовых автомобилей принимают $\beta = 2{,}0\ldots2{,}5$; для легковых – $\beta = 1{,}5\ldots2{,}0$. При трогании автомобиля с места в тяжелых дорожных условиях с полной нагрузкой можно принимать $t_{ф1} = 1{,}0\ldots1{,}5$ с.

Момент сцепления ведущих колес с дорогой $M_{ф2}$ вычисляют по формуле

$$M_{ф2} = \varphi_x m_\varphi g r_к, \tag{41}$$

где φ_x – коэффициент сцепления;

m_φ – часть массы автомобиля, приходящаяся на ведущие колеса (сцепная масса), кг.

Коэффициент сцепления φ_x определяется по формуле

$$\varphi_x = \varphi_{xд} + \left(\varphi_{xст} - \varphi_{xд}\right)\exp\left(-k_e r_к \left|\omega_4 - \omega_5\right|\right), \tag{42}$$

где $\varphi_{xд}$ – динамический коэффициент сцепления (при скольжении колеса);

$\varphi_{xст}$ – статический коэффициент сцепления (при качении без скольжения);

k_e – коэффициент экспоненты, $k_e = 0{,}25$.

Значение $\varphi_{xст}$ принимают из [2, таблица 1.2] в зависимости от состояния опорной поверхности дороги, а $\varphi_{xд} = (0{,}6\ldots0{,}8)\varphi_{xст}$.

Для оценки нагруженности и работоспособности сцеплений определяют мощность $P_{фi}$ и работу $W_{фi}$ буксования. Мощность вычисляют по формуле

$$P_{фi} = \left|M_{фi}\omega_{фi}\right|, \tag{43}$$

а работу буксования – по формуле

$$W_{фi} = \int_0^{t_{бi}} P_{фi}\,dt, \tag{44}$$

где $\omega_{фi}$ – угловая скорость относительного скольжения поверхностей трения сцеплений, рад/с;

$t_{бi}$ – время процесса буксования сцеплений, с.

Угловые скорости $\omega_{фi}$ определяют по формулам:

– для $ФЭ_1$

$$\omega_{ф1} = \omega_1 - \omega_2; \tag{45}$$

– для $ФЭ_2$

$$\omega_{ф2} = \omega_4 - \omega_5. \tag{46}$$

Значение $t_{бi}$ в процессе моделирования соответствует интервалу времени, в течение которого дискретная функция замыкания $L_i = 0$ (см. формулы (23) и (25)).

3.6 Определение параметров системы дифференциальных уравнений

Для ввода информации о структуре и параметрах системы дифференциальных уравнений в ПЭВМ необходимо составить матрицу Якоби и вектор внешних воздействий. Примем во внимание, что искомыми фазовыми координатами системы являются $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, M_{у1}, M_{у2}$. Следовательно, размерность матрицы Якоби 7 × 7, а вектора воздействий 7 × 1.

Выполним необходимые преобразования исходной системы уравнений (21). Для упрощения преобразований введем обозначение вектора внешних воздействий $\vec{B} = (b_1, b_2, \ldots, b_7)$ и составим выражения для вычисления его элементов:

$$\left.\begin{aligned}
b_1 &= \frac{M_{в1} - M_{ф1}\operatorname{sign}(\omega_1 - \omega_2)(1 - L_1)}{J_1 + J_2 L_1};\\
b_2 &= \frac{M_{в1} L_1 P_1 + M_{ф1}\operatorname{sign}(\omega_1 - \omega_2)(1 - L_1)}{J_1 L_1 + J_2};\\
b_3 &= 0;\\
b_4 &= \frac{-M_{в2} L_2 P_2 - M_{ф2}\operatorname{sign}(\omega_4 - \omega_5)(1 - L_2)}{J_4 + J_5 L_2};\\
b_5 &= \frac{-M_{в2} + M_{ф2}\operatorname{sign}(\omega_4 - \omega_5)(1 - L_2)}{J_4 L_2 + J_5};\\
b_6 &= 0; \quad b_7 = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (47)$$

Подставим в дифференциальные уравнения (21) значения потенциалов диссипативных элементов, используя компонентные уравнения (22), а также значения внешних воздействий согласно выражениям (47):

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d\omega_1}{dt}=\frac{-\left(\mu_1\omega_2-\mu_1u_{31}\omega_3+M_{\text{у}1}\right)L_1P_1}{J_1+J_2L_1}+b_1;\\
&\frac{d\omega_2}{dt}=\frac{-\mu_1\omega_2+\mu_1u_{31}\omega_3-M_{\text{у}1}}{J_1L_1+J_2}+b_2;\\
&\frac{d\omega_3}{dt}=\frac{\mu_1u_{31}\eta_{31}\omega_2-\left[\mu_1u_{31}^2\eta_{31}+\mu_2/\left(u_{32}^2\eta_{32}\right)\right]\omega_3+\mu_2\omega_4/\left(u_{32}\eta_{32}\right)}{J_3}+\\
&\qquad+\frac{M_{\text{у}1}u_{31}\eta_{31}-M_{\text{у}2}/\left(u_{32}\eta_{32}\right)}{J_3}+b_3;\\
&\frac{d\omega_4}{dt}=\frac{\mu_2\omega_3/u_{32}-\mu_2\omega_4+M_{\text{у}2}}{J_4+J_5L_2}+b_4;\\
&\frac{d\omega_5}{dt}=\frac{\left(\mu_2\omega_3/u_{32}-\mu_2\omega_4+M_{\text{у}2}\right)L_2P_2}{J_4L_2+J_5}+b_5;\\
&\frac{dM_{\text{у}1}}{dt}=c_1\omega_2-c_1u_{31}\omega_3;\\
&\frac{dM_{\text{у}2}}{dt}=c_2\,\omega_3/u_{32}-c_2\omega_4.
\end{aligned}\right\}\quad(48)$$

На основе преобразованной системы дифференциальных уравнений (48) составляется матрица Якоби (таблица 3).

В курсовой работе, кроме таблицы 3, приводится матрица Якоби с вычисленными значениями ее элементов.

Так как элементы матрицы Якоби зависят от состояния фрикционных элементов, изменяющих структуру динамической модели, то их вычисление осуществляется на каждом шаге интегрирования. Кроме того, функции внешних воздействий также переменные. Необходимость пересчета элементов вектора внешних воздействий обусловлена зависимостью момента двигателя $M_{\text{д}}$ от угловой скорости коленчатого вала $\omega_{\text{д}}$, определяемой выражением (27) (согласно динамической модели это зависимость $M_{\text{в}1}$ от ω_1), и зависимостью момента трения сцепления $M_{\text{ф}1}$ от времени t (39).

Для моделирования процесса трогания автомобиля с места можно использовать разработанную на кафедре «Автомобили» компьютерную программу *Model_Transmission_Kursovaia_Rabota_MMA*.

Таблица 3 – Матрица Якоби системы дифференциальных уравнений

ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	M_{y1}	M_{y2}
0	$\frac{-\mu_1 L_1 P_1}{J_1 + J_2 L_1}$	$\frac{\mu_1 u_{31} L_1 P_1}{J_1 + J_2 L_1}$	0	0	$\frac{-L_1 P_1}{J_1 + J_2 L_1}$	0
0	$\frac{-\mu_1}{J_1 L_1 + J_2}$	$\frac{\mu_1 u_{31}}{J_1 L_1 + J_2}$	0	0	$\frac{-1}{J_1 L_1 + J_2}$	0
0	$\frac{\mu_1 u_{31} \eta_{31}}{J_3}$	$\frac{-\left(\mu_1 u_{31}^2 \eta_{31} + \mu_2 / \left(u_{32}^2 \eta_{32}\right)\right)}{J_3}$	$\frac{\mu_2 / (u_{32} \eta_{32})}{J_3}$	0	$\frac{u_{31} \eta_{31}}{J_3}$	$\frac{-1/(u_{32} \eta_{32})}{J_3}$
0	0	$\frac{\mu_2 / u_{32}}{J_4 + J_5 L_2}$	$\frac{-\mu_2}{J_4 + J_5 L_2}$	0	0	$\frac{1}{J_4 + J_5 L_2}$
0	0	$\frac{(\mu_2 / u_{32}) L_2 P_2}{J_4 L_2 + J_5}$	$\frac{-\mu_2 L_2 P_2}{J_4 L_2 + J_5}$	0	0	$\frac{L_2 P_2}{J_4 L_2 + J_5}$
0	c_1	$-c_1 u_{31}$	0	0	0	0
0	0	c_2 / u_{32}	$-c_2$	0	0	0

3.7 Оценка устойчивости динамической системы трансмиссии

Оценка устойчивости динамической системы трансмиссии автомобиля осуществляется при замкнутых фрикционных элементах $ФЭ_1$ и $ФЭ_2$. В этом случае масса J_1 объединяется с массой J_2, а масса J_4 с массой J_5. *В проекте необходимо построить такую модель*. Число степеней свободы моделируемой системы будет равно трем, а движение ее описывается системой дифференциальных уравнений пятого порядка. Следовательно, при оценке устойчивости необходимо использовать матрицу Якоби размерностью 5 × 5. Поскольку в этом случае $\omega_1 = \omega_2$, $\omega_4 = \omega_5$, то преобразуем исходную матрицу Якоби путем исключения первой строки и первого столбца, а также пятой строки и пятого столбца. Кроме того, нужно учесть, что при замкнутых фрикционных элементах $L_1 = 1$, $P_1 = 1$, $L_2 = 1$, $P_2 = 1$. В результате получаем матрицу Якоби, приведенную в таблице 4.

Таблица 4 – Матрица Якоби для оценки устойчивости динамической системы трансмиссии

ω_2	ω_3	ω_4	M_{y1}	M_{y2}
$\frac{-\mu_1}{J_1+J_2}$	$\frac{\mu_1 u_{31}}{J_1+J_2}$	0	$\frac{-1}{J_1+J_2}$	0
$\frac{\mu_1 u_{31}\eta_{31}}{J_3}$	$\frac{-\left(\mu_1 u_{31}^2\eta_{31}+\mu_2/\left(u_{32}^2\eta_{32}\right)\right)}{J_3}$	$\frac{\mu_2/\left(u_{32}\eta_{32}\right)}{J_3}$	$\frac{u_{31}\eta_{31}}{J_3}$	$\frac{-1/\left(u_{32}\eta_{32}\right)}{J_3}$
0	$\frac{\mu_2/u_{32}}{J_4+J_5}$	$\frac{-\mu_2}{J_4+J_5}$	0	$\frac{1}{J_4+J_5}$
c_1	$-c_1 u_{31}$	0	0	0
0	c_2/u_{32}	$-c_2$	0	0

Кроме этой таблицы, в проекте представляется матрица Якоби с численными значениями ее элементов, используемыми для оценки устойчивости системы трансмиссии, а также вычисленные резонансные и собственные частоты системы.

Динамическая система устойчива, если вещественные части всех собственных значений матрицы Якоби отрицательны. Мнимые части собственных значений – это резонансные частоты системы. При определении собственных частот системы принимают $\mu_1 = \mu_2 = 0$.

Для реальных автомобилей собственные частоты динамических моделей трансмиссий находятся в следующих пределах: $\omega_{c1} = 6\ldots8$ рад/с; $\omega_{c2} = 90\ldots100$ рад/с.

3.8 Выбор начальных условий интегрирования дифференциальных уравнений

Для решения системы дифференциальных уравнений (48) необходимо задать начальные условия, т. е. указать начальные значения всех фазовых координат. Так как в данном случае моделируется процесс трогания автомобиля с места, то принимают следующие начальные условия: $\omega_1 = \omega_{д0}$; $\omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega_5 = 0$; $M_{y1} = M_{y2} = 0$.

При трогании автомобиля с места в тяжелых дорожных условиях двигатель вначале разгоняют до некоторой угловой скорости $\omega_{д0}$, а затем осуществляют включение сцепления. Это необходимо для того, чтобы использовать кинетическую энергию маховика для преодоления повышенного сопротивления разгону автомобиля. Но величина $\omega_{д0}$ не должна превышать значения угловой

скорости ω_M, соответствующего максимальному вращающему моменту двигателя $M_{e\max}$.

Значение $\omega_{д0}$ можно определить из выражения

$$\omega_{д0} = \omega_п + \frac{M_п}{k_р}. \quad (49)$$

Выбрав величину $\omega_п$ из условия $\omega_п < \omega_M$, определяют параметр $M_п$ по формуле

$$M_п = M_P\left[a + b(\omega_п/\omega_P) + c(\omega_п/\omega_P)^2\right]. \quad (50)$$

Дорожные условия характеризуются коэффициентом сопротивления качению f_0 и продольным уклоном дороги h. Тип опорной поверхности дороги выбирается в зависимости от назначения автомобиля и предполагаемых условий его эксплуатации. Значение h принимают из интервала $0{,}06 \le h \le 0{,}15$. Трогание автомобиля с места осуществляется на первой передаче, что учитывается при выборе значений u_{31} и η_{31}.

При выполнении курсовой работы для интегрирования системы дифференциальных уравнений рекомендуется использовать метод Рунге–Кутта четвертого порядка. Максимально допустимое значение шага интегрирования определяют из условия

$$h_{\max} < 2/|\lambda|_{\max}, \quad (51)$$

где $|\lambda|_{\max}$ – максимальное значение нормы вектора собственного значения матрицы Якоби (вычисляют $|\lambda|$ для всех собственных значений матрицы Якоби и принимают максимальное).

3.9 Планирование эксперимента и получение регрессионной модели объекта проектирования

Целью функционального проектирования технического объекта является разработка принципиальной схемы и определение параметров элементов объекта, при которых достигаются высокие показатели качества и эффективности его функционирования. Задача определения параметров технического объекта решается на основе применения оптимизационных алгоритмов, реализация которых носит итерационный характер. Использование в процессе оптимизации параметров объекта теоретических математических моделей, представленных в виде систем нелинейных дифференциальных уравнений, приводит к огромным затратам времени и создает большие трудности в проведении анализа получаемых результатов и выборе проектных решений.

Эффективность выполнения проектных работ можно значительно повысить применением теории планирования эксперимента и регрессионного анали-

за. Это позволяет существенно упростить математическую модель, используемую при оптимизации, и сократить время получения проектного решения. В этом суть современной информационной технологии, применяемой в САПР. Для реализации данной технологии разработана новая методология функционального проектирования технических систем. Основные этапы этой методологии:

– получение теоретической математической модели в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений;

– планирование и проведение вычислительного эксперимента, имитирующего процессы функционирования проектируемого объекта посредством теоретической математической модели;

– регрессионный анализ результатов вычислительного эксперимента и построение экспериментальной факторной модели (регрессионной модели) объекта проектирования;

– оценка адекватности и работоспособности регрессионной модели;

– оптимизация параметров технического объекта на основе регрессионной модели.

Цель планирования эксперимента – получение максимума информации о свойствах исследуемого объекта при минимуме опытов. При выполнении проектных работ по предлагаемой методологии каждый опыт представляет собой решение системы дифференциальных уравнений математической модели при определенном сочетании параметров элементов технического объекта, подлежащих оптимизации. Для оценки результатов опыта используются выходные параметры технического объекта – показатели качества и эффективности его функционирования.

В теории планирования эксперимента варьируемые параметры объекта называют *факторами*, а выходные параметры – *функциями отклика*. Вектор факторов обозначают $\vec{X}$, а вектор определяемых функций отклика – $\vec{Y}$. Полученные результаты эксперимента позволяют построить экспериментальные факторные модели, устанавливающие зависимости между $\vec{Y}$ и $\vec{X}$, и на их основе решить задачу оптимизации параметров технического объекта. Эти зависимости имеют простейший вид и представляют собой обычно полиномы второго порядка. Получаемые экспериментальные факторные модели называют также *регрессионными моделями*, т. к. параметры этих моделей находят методами регрессионного анализа. Параметры модели – это коэффициенты полинома, называемые также *коэффициентами регрессии*.

При проведении эксперимента на математической модели значения факторов в каждом опыте задаются и поддерживаются постоянными на заданных уровнях в соответствии с планом эксперимента. Такой эксперимент называют активным.

Различают полный факторный эксперимент (ПФЭ) и дробный факторный эксперимент (ДФЭ). Для получения регрессионного полинома второго порядка используют композиционный план второго порядка, в котором каждый фактор в различных опытах варьирует на трех уровнях. Для решения задачи определения коэффициентов регрессии количество опытов N должно быть больше или

равно количеству коэффициентов полинома $N_{\text{в}}$:

$$N \geq N_{\text{в}}. \tag{52}$$

Композиционный план второго порядка содержит ядро плана и звездные точки. Ядро плана составляет ПФЭ, либо ДФЭ. При использовании ПФЭ количество опытов вычисляют по формуле

$$N = 2^n + 2n, \tag{53}$$

а для ДФЭ – по формуле

$$N = 2^{n-p} + 2n, \tag{54}$$

где n – количество факторов;

p – степень дробности ДФЭ.

Количество коэффициентов полинома второго порядка

$$N_{\text{в}} = 0{,}5(n+1)(n+2). \tag{55}$$

ДФЭ позволяет существенно сократить количество опытов, особенно при большом количестве факторов. Однако если теоретическая математическая модель детерминированная, то применение ДФЭ целесообразно только при $n \geq 5$, т. к. в этом случае желательно, чтобы количество опытов N превышало количество коэффициентов регрессии $N_{\text{в}}$ не менее чем на 5–10. Это необходимо для повышения точности определения коэффициентов регрессии. Методика построения планов эксперимента изложена в [1].

При выполнении курсовой работы необходимо выбрать факторы $\vec{X}$ и функции отклика $\vec{Y}$. Их выбор определяется целью проектирования, физическими свойствами и особенностями алгоритма функционирования технического объекта. В качестве факторов $\vec{X}$ выбирают параметры элементов динамической модели объекта (параметры упругих, диссипативных, трансформаторных, фрикционных элементов) и параметры внешних управляющих воздействий, т. е. внутренние и внешние параметры технической системы. Поскольку объект имеет множество различных элементов и соответствующее количество их параметров, то для оптимизации необходимо выбирать не все параметры объекта, а только такие, которые, по предположению или по априорной информации, оказывают наибольшее влияние на выходные параметры объекта. Принимаемые в качестве критериев выходные параметры должны в наибольшей мере отражать качество и эффективность создаваемого объекта.

В качестве факторов примем время нарастания момента трения $t_{\text{ф}1}$ сцепления ФЭ_1, коэффициенты жесткости валов трансмиссии c_1 и c_2, а также коэффициент демпфирования коробки передач μ_1.

Для оценка качества переходных процессов при включении сцепления используем следующие показатели:

1) коэффициент динамичности $k_{\text{д}}$;

2) максимальная мощность буксования $P_{\text{ф}\max}$, Вт;

3) суммарная работа буксования $W_{ф}$, Дж;

4) максимальное ускорение автомобиля a_{max}, м/с^2.

Коэффициент динамичности переходного процесса характеризует нагруженность механизмов трансмиссии. Значения коэффициентов динамичности определяются для всех упругих элементов по формуле

$$k_{Дj} = \frac{M_{уj\,max}}{M_{e\,max} u_{тр\,j}}, \tag{56}$$

где $M_{уj\,max}$ – максимальное значение момента j-го упругого элемента в переходном процессе, Н·м;

$M_{e\,max}$ – максимальный момент двигателя, Н·м;

$u_{тр\,j}$ – передаточное число трансмиссии от двигателя до j-го упругого элемента.

Для рассматриваемой динамической модели $u_{тр1} = 1$; $u_{тр2} = u_{31} u_{32}$, где u_{31} – передаточное число коробки передач; u_{32} – передаточное число главной передачи.

Максимальная мощность буксования $P_{ф1\,max}$ и суммарная работа буксования $W_{ф1}$ сцепления ФЭ$_1$ вычисляются в процессе моделирования по формулам (43) и (44). Одновременно вычисляются эти же показатели $P_{ф2\,max}$ и $W_{ф2}$ для сцепления колес с дорогой.

От величины показателя $P_{ф1\,max}$ зависит максимальная температура нагрева поверхностей трения сцепления, оказывающая влияние на выгорание фрикционной накладки и ее разрушение. Показатель $W_{ф1}$ определяет объемную температуру нагрева фрикционных элементов и их износ.

Максимальное ускорение a_{max} в переходном процессе при включении сцеплений характеризует комфортабельность автомобиля, т. к. создает неприятные ощущения для человека, обусловленные силами инерции, вызывающими продольный толчок автомобиля. Значение a_{max} вычисляется по формуле

$$a_{max} = r_к \left(\frac{d\omega_5}{dt} \right)_{max}, \tag{57}$$

где $\left(\frac{d\omega_5}{dt} \right)_{max}$ – максимальное угловое ускорение ведущих колес автомобиля, рад/с^2.

Для факторов необходимо выбрать интервалы варьирования и уровни факторов. Построить матрицу спектра плана, в соответствии с этой матрицей провести опыты и получить значения всех функций отклика $\vec{Y}$.

В разделе 9 ПЗ необходимо привести таблицу уровней варьирования факторов (таблица 5), матрицу спектра плана, таблицу результатов эксперимента (таблица 6).

Таблица 5 – Уровни варьирования факторов

Обозначение параметра	Обозначение фактора	Значение в центре плана	Интервал варьирования	Уровни факторов	
				нижний (–1)	верхний (+1)
c_j	x_1				
μ_j	x_2				
$t_ф$	x_3				
…	…				

Таблица 6 – Таблица результатов эксперимента

Номер опыта	Значение функции отклика в опыте				
	$y_1 = k_д$	$y_2 = P_{фmax}$, кВт	$y_3 = W_ф$, кДж	$y_4 = a_{max}$, м/с^2	…
1					
2					
3					
…					

3.10 Построение регрессионной модели трансмиссии автомобиля

Результаты проведенного эксперимента подвергаются регрессионному анализу. Задачей регрессионного анализа является определение параметров экспериментальной факторной модели технического объекта, т. е. определение коэффициентов уравнений регрессий. Уравнение регрессии выбирается в виде полного квадратного полинома. Такой полином содержит основные эффекты, все парные взаимодействия и квадратичные эффекты. Например, при числе факторов $n = 3$ квадратичный полином имеет вид:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_1x_2 + b_5x_1x_3 + b_6x_2x_3 + b_7x_1^2 + b_8x_2^2 + b_9x_3^2 .$$

В пояснительной записке необходимо привести использованное уравнение регрессии при выполнении проекта.

В уравнениях регрессий факторы x_i нормированы, а функции отклика y_j натуральные.

Регрессионный анализ включает три этапа:

1) статистический анализ результатов эксперимента;

2) получение коэффициентов уравнений регрессий;

3) оценка адекватности и работоспособности полученной регрессионной модели технического объекта.

Поскольку коэффициенты регрессии определяют по результатам ограниченного количества опытов, то их значения являются оценками истинных ко-

эффициентов, а полученная регрессионная модель оказывается вероятностной независимо от вида проведенного эксперимента: физического эксперимента, сопровождаемого случайными помехами, или вычислительного эксперимента на детерминированной теоретической модели.

Регрессионная модель должна обеспечивать адекватное описание физических свойств технического объекта, поэтому необходима статистическая оценка погрешности полученной модели. Погрешность модели оценивают дисперсией отклонения значений функции отклика, вычисляемых по уравнению регрессии, от их истинных значений.

При проверке адекватности регрессионной модели необходимо располагать противопоставляемой вероятностной моделью с известными оценками ее погрешности. Но вычислительный эксперимент проводится на детерминированной теоретической модели. Следовательно, возникает необходимость построения вероятностной модели на основе однозначных детерминированных результатов эксперимента. В качестве такой модели принимают модель среднего и определяют ее статистические характеристики – среднее значение функции отклика $\bar{y}$ и дисперсию модели среднего S_y^2, характеризующую рассеяние результатов эксперимента относительно $\bar{y}$ и оценивающую погрешность модели среднего:

$$\bar{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \; ; \tag{58}$$

$$S_y^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\left(y_i - \bar{y}\right)^2 , \tag{59}$$

где y_i – значение функции отклика в i-й точке спектра плана, полученное в эксперименте;

N – количество проведенных опытов, равное число точек спектра плана.

Согласно модели среднего значение функции отклика во всех точках спектра плана одинаково и равно $\bar{y}$. Очевидно, что для модели среднего характерно наличие всех атрибутов вероятностной модели, а ее построение составляет содержание первого этапа регрессионного анализа. При выполнении второго этапа для вычисления коэффициентов уравнения регрессии используются формулы, приведенные в [1, с. 504].

После определения коэффициентов b_j осуществляется проверка пригодности полученных уравнений регрессий. Вначале вычисляют по каждому уравнению $y = f\left(\vec{X}\right)$ значения функции отклика $\hat{y}_i$ в каждой точке спектра плана, подставляя в уравнение соответствующие i-й точке значения факторов $\vec{X}_i$. Отклонение значения $\hat{y}_i$ от y_i, полученного в эксперименте, характеризует погрешность результатов вычислений по уравнению регрессий в i-й точке спектра плана. Погрешность полученной регрессионной модели оценивается остаточ-

ной дисперсией $S^2_{\text{ост}}$, вычисляемой по формуле

$$S^2_{\text{ост}} = \frac{1}{N - N_{\text{в}}} \sum_{i=1}^{N} (y_i - \hat{y}_i)^2 , \tag{60}$$

где $N_{\text{в}}$ – количество коэффициентов в уравнении регрессии.

Качество предсказания, обеспечиваемого полученной регрессионной моделью, оценивают по критерию Фишера F и коэффициенту детерминации R^2. При этом принимается нулевая гипотеза о том, что модель среднего (58) достаточно хорошо описывает зависимость $y = f(\vec{X})$. Регрессионная модель окажется адекватной, если выдвинутая гипотеза будет опровергнута. Критерий Фишера вычисляется по формуле

$$F = \frac{S^2_y}{S^2_{\text{ост}}} . \tag{61}$$

Если значение F больше табличного $F_{\text{т}}$, то полученная модель $y = f(\vec{X})$ адекватно описывает результаты эксперимента. Значение $F_{\text{т}}$ определяют при принятом уровне значимости q и числах степеней свободы $k_1 = N - 1$ и $k_2 = N - N_{\text{в}}$.

Критерий детерминации определяется по формуле

$$R^2 = 1 - \frac{(N - N_{\text{в}}) S^2_{\text{ост}}}{(N - 1) S^2_y} . \tag{62}$$

Модель считается работоспособной, если $R^2 \geq 0{,}75$.

При планировании эксперимента и проведении регрессионного анализа можно использовать разработанную на кафедре «Автомобили» компьютерную программу *LAB_MMA_REGRESSIA_TRANSMISSION*.

Параметры полученных уравнений регрессий необходимо представить в виде таблицы 7. Приводится также общий вид полинома, использованного в уравнении регрессии.

Таблица 7 – Параметры регрессионной модели технического объекта

Обозначение коэффициента	Значение коэффициента уравнения регрессии				
	$y_1 = k_{\text{д}}$	$y_2 = P_{\text{фmax}}$, кВт	$y_3 = W_{\text{ф}}$, кДж	$y_4 = a_{\text{max}}$, м/с^2	…
b_0 b_1 b_2 b_3 …					

Результаты проверки адекватности и работоспособности полученной регрессионной модели представляются в таблице 8.

Таблица 8 – Результаты проверки адекватности и работоспособности регрессионной модели трансмиссии автомобиля

Оценочный параметр	Значение оценочного параметра				
Уравнение регрессии	$y_1 = k_д$	$y_2 = P_{фmax}$, кВт	$y_3 = W_ф$, кДж	$y_4 = a_{max}$, м/с^2	…
Среднее значение результатов эксперимента					
Дисперсия модели среднего					
Остаточная дисперсия					
F-критерий Фишера расчетный					
F-критерий Фишера табличный					
Коэффициент детерминации					
Оценка адекватности и работоспособности					

Используя полученные уравнения регрессий, необходимо построить графики зависимостей функций отклика от факторов и оценить влияние факторов на функции отклика. Факторы, не оказывающие существенного влияния на все функции отклика, можно в дальнейшем не учитывать при решении задачи оптимизации параметров технического объекта.

3.11 Оптимизация параметров объекта проектирования

Целью оптимизации является определение параметров технической системы, обеспечивающих наилучшее сочетание показателей качества и эффективности его функционирования. Получить количественную оценку качества объекта позволяет *целевая функция*. Задача параметрической оптимизации заключается в поиске параметров объекта, при которых целевая функция достигает экстремального значения. Такие параметры называются оптимальными.

В теории оптимизации параметры, подлежащие оптимизации, называют *управляемыми параметрами*, а параметры, оценивающие качество и эффективность объекта, – *критериями оптимальности*. В случае использования регрессионной модели при оптимизации параметров технического объекта факторы становятся управляемыми параметрами, а функции отклика – критериями.

Существует несколько стратегий решения многокритериальных задач оптимизации. Одной из наиболее эффективных является стратегия минимакса. При наличии регрессионной модели технического объекта целевая функция минимакса формируется в виде

$$F\left(\vec{X}\right) = \sum_{i=1}^{m} c_i \left(\frac{y_i\left(\vec{X}\right) - y_{i\text{extr}}}{y_{i\max} - y_{i\min}} \right)^2, \qquad (63)$$

где $y_i\left(\vec{X}\right)$ – текущее значение i-го критерия, вычисляемое по уравнению регрессии в итерационном процессе поиска экстремума целевой функции;

$y_{i\min}, y_{i\max}$ – минимальное и максимальное значения i-го критерия, достигаемые в области варьирования факторов $\vec{X}$ в процессе эксперимента (определяются по графикам, построенным на основе уравнения регрессии $y_i = f\left(\vec{X}\right)$);

$y_{i\text{extr}}$ – экстремальное значение i-го критерия (при максимизации критерия $y_i\left(\vec{X}\right)$ принимается $y_{i\text{extr}} = y_{i\max}$, а при минимизации – $y_{i\text{extr}} = y_{i\min}$);

c_i – коэффициент веса, характеризующий значимость i-го критерия;

m – количество критериев, используемых в целевой функции.

Коэффициенты веса выбирают из условия

$$\sum_{i=1}^{m} c_i = 1, \quad c_i > 0 \ . \tag{64}$$

Целевая функция $F\left(\vec{X}\right)$ подлежит минимизации Она позволяет обеспечить максимальное приближение всех критериев к их экстремальным значениям. Для поиска минимума функции $F\left(\vec{X}\right)$ можно использовать программное обеспечение *Model_optimization_4fakt_4funkction*, разработанное на кафедре «Автомобили» в среде *MATLAB*. Результаты оптимизации параметров сводятся в таблицу 9.

Таблица 9 – Результаты оптимизации параметров технического объекта

Обозначение параметра	Значение параметра	
	до оптимизации	после оптимизации
c_1 c_2 μ_1 $t_{ф1}$		

Оценка достигнутых результатов оптимизации параметров трансмиссии. После проведения оптимизации параметров необходимо оценить достигнутое улучшение критериев оптимальности. Для этого выполняют интегрирование системы дифференциальных уравнений с исходными значениями оптимизируемых параметров и с оптимальными их значениями и определяют значения показателей качества и эффективности.

Полученные значения показателей качества переходного процесса в трансмиссии сводятся в таблицу 10.

Таблица 10 – Значения показателей качества переходного процесса

Показатель качества	$k_д$	$P_{фmax}$, кВт	$W_ф$, кДж	a_{max}, м/с^2
Значение до оптимизации				
Значение после оптимизации				
Коэффициент относительного улучшения показателя K_{yi}, %				

Значение коэффициента K_{yi} относительного улучшения i-го показателя качества y_i определяется по формуле

$$K_{yi} = \pm\left|\frac{y_{исхi} - y_{оптi}}{y_{исхi}}\right| \cdot 100\ \%, \qquad (65)$$

где $y_{исхi}$ – значение i-го показателя качества переходного процесса технического объекта с исходными параметрами элементов;

$y_{оптi}$ – значение этого же показателя, полученное для технического объекта с оптимальными параметрами.

Знак «плюс» в выражении (65) принимается при улучшении показателя, а знак «минус» – при его ухудшении.

В заключении раздела приводятся графики переходных характеристик, полученные при моделировании процесса трогания автомобиля с места для всех функций фазовых координат. На графиках отображается процесс определения показателей качества с соответствующими пояснениями в тексте составленного отчета.

3.12 Определение максимальной скорости автомобиля

Одним из показателей тягово-скоростных свойств автомобиля является максимальная скорость v_{max}, достигаемая в процессе разгона в заданных дорожных условиях. Согласно ГОСТ 22576–90 испытания по определению v_{max} проводят на горизонтальном участке дороги с твердым покрытием. Поэтому можно принять следующие значения параметров характеристик дорожных условий: $f_0 = 0{,}01\ldots0{,}02$; $h = 0$.

После достижения v_{max} автомобиль продолжает двигаться с постоянной скоростью, поэтому значения угловых скоростей $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$, а также моментов в упругих элементах M_{y1}, M_{y2} постоянны, а производные их по времени равны нулю. Так как при этом деформация упругих элементов не изменяется, то относительные скорости вращения масс динамической модели трансмиссии равны нулю. Следовательно, равны нулю и потенциалы диссипативных элементов: $M_{д1} = M_{д2} = 0$. Движение автомобиля осуществляется на высшей

передаче, что учитывается при выборе значений u_{31} и η_{31}. Сцепление автомобиля $ФЭ_1$ замкнуто, а колеса не проскальзывают, поэтому принимают $\omega_1 = \omega_2$; $\omega_4 = \omega_5$.

Используя исходную систему дифференциальных уравнений (21) и принимая во внимание отмеченные особенности, получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&M_{в1}(\omega_1) - M_{у1} = 0;\\
&M_{у1}u_{31}\eta_{31} - M_{у2}/(u_{32}\eta_{32}) = 0;\\
&-M_{в2}(\omega_5) + M_{у2} = 0;\\
&\omega_1 - \omega_3 u_{31} = 0;\\
&\omega_3/u_{32} - \omega_5 = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (66)$$

Для вычисления вращающего момента двигателя $M_{в1} = f(\omega_1)$ используем исходное выражение (27), преобразуя его к виду

$$M_{в1}(\omega_1) = \left|\begin{aligned}
&M_P\left[a + b(\omega_1/\omega_P) + c(\omega_1/\omega_P)^2\right] && \text{при } \omega_1 \le \omega_P;\\
&M_P - k_р(\omega_1 - \omega_P) && \text{при } \omega_1 > \omega_P.
\end{aligned}\right. \qquad (67)$$

При вычислении момента $M_{в2}(\omega_5)$ используются формулы (34)–(38).

Представим функцию внешнего воздействия $M_{в2}(\omega_5)$ в виде суммы двух составляющих – постоянной $M_{в2c}$ и переменной $M_{в2v}$:

$$M_{в2c} = m_а g(f_0 + h) r_к; \qquad (68)$$

$$M_{в2v} = B\omega_5^2, \qquad (69)$$

где $B = \left(0{,}467 \cdot 10^{-3} m_а g f_0 + k_w A_л\right) r_к^3$. (70)

С учетом выражений (68) и (69) система уравнений (66) приводится к виду

$$\left.\begin{aligned}
&M_{в1}(\omega_1) - M_{у1} = 0;\\
&M_{у1}u_{31}\eta_{31} - M_{у2}/(u_{32}\eta_{32}) = 0;\\
&-B\omega_5^2 + M_{у2} = M_{в2c};\\
&\omega_1 - \omega_3 u_{31} = 0;\\
&\omega_3/u_{32} - \omega_5 = 0.
\end{aligned}\right\} \qquad (71)$$

Решение системы алгебраических уравнений (71) позволяет определить значения фазовых координат $\omega_1, \omega_3, \omega_5, M_{у1}, M_{у2}$, соответствующие скорости

автомобиля $v_{\max}$ в заданных дорожных условиях, характеризуемых параметрами f_0 и h. В процессе решения уравнений (71) на каждом шаге итераций вычисляют вращающий момент двигателя $M_{\text{д}} = M_{\text{в}1}$, выполняя условия формулы (67).

Скорость автомобиля $v_{\max}$, км/ч, находят по формуле

$$v_{\max} = 3{,}6\,\omega_5 r_{\text{к}}. \tag{72}$$

После решения системы уравнений (71) определяют значения вращающего момента двигателя $M_{\text{д}}$ и моментов сопротивления качению M_f, сопротивления подъему M_h и сопротивления воздуха M_w. Вычислив затем отношения моментов M_f, M_h и M_w к моменту $M_{\text{д}}$, оценивают распределение затрат энергии двигателя на преодоление этих составляющих полного сопротивления.

При определении максимальной скорости движения автомобиля можно использовать разработанную на кафедре «Автомобили» компьютерную программу ***Model_Transmission_max_skorost_avto.***

Заключение

В заключении подводятся итоги выполненной работы. Отмечается перечень проведенных разработок и исследований. Дается оценка достигнутых результатов математического моделирования и оптимизации параметров объекта проектирования. Формулируются выводы и рекомендации по улучшению рабочих процессов механизмов трансмиссии автомобиля и снижению динамической нагрузки.

Список литературы

1 **Тарасик, В. П.** Математическое моделирование технических систем: учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Минск: ДизайнПРО, 2004. – 640 с.

2 **Тарасик, В. П.** Теория движения автомобиля: учебник для вузов / В. П. Тарасик. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2006. – 478 с.

3 Проектирование трансмиссий автомобилей: справочник / А. И. Гришкевич [и др.]; под общ. ред. А. И. Гришкевича. – Москва: Машиностроение, 1984. – 272 с.

4 Краткий автомобильный справочник НИИАТ. – Москва: Транспорт, 1983. – 220 с.

5 **Кравец, В. Н.** Проектирование автомобиля: учебное пособие / В. Н. Кравец. – Н. Новгород: Нижегород. политехн. ин-т, 1992. – 230 с.

6 Математическое моделирование автомобилей: методические рекомендации к лабораторным работам для студентов специальности 1-37 01 02 «Автомобилестроение» / Сост. В. П. Тарасик. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2019. – 38 с.

7 Математическое моделирование трансмиссии автомобиля: методические рекомендации к курсовому проектированию для студентов специальности 1-37 01 02 «Автомобилестроение» / Сост. В. П. Тарасик. – Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2015. – 31 с.