

УДК 621.9

А. А. Жолобов, канд. техн. наук, проф., А. В. Казаков

## ОСОБЕННОСТИ РАСЧЁТА УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКЕ СТУПЕНЧАТОГО ВАЛА

Рассмотрены вопросы оценки погрешностей обработки от деформации технологической системы при точении ступенчатого вала на станке с ЧПУ. Использован подход, базирующийся на методе профессора В. С. Корсакова. Разработана математическая модель, которая позволила выявить и оценить влияние деформации заготовки, инструмента, задней и передней бабок станка на точность и форму обрабатываемых поверхностей ступенчатого вала.

При токарной обработке ступенчатого вала по мере удаления припуска и продвижения резца от задней бабки к шпиндельному узлу станка изменяются жесткость и деформация заготовки, величина упругой деформации передней и задней бабок. В результате получается деталь с переменным диаметром, а также с погрешностями в продольном сечении. При неблагоприятных условиях величина данной погрешности может превысить допуск на размер детали [1].

Целью работы является исследование погрешностей формы обрабатываемых поверхностей в результате деформаций элементов технологической системы. Для этой цели была разработана математическая модель. В созданной математической модели были учтены следующие параметры: отклонение от круглости (овальность) и погрешности профиля продольного сечения (конусность) исходной заготовки; смещение центровочных гнезд заготовки (при обработке в центрах); исходная шероховатость поверхности заготовки; погрешность базирования заготовки в патроне; смещение оси задней бабки; податливость шпиндельного узла; податливость задней бабки; жесткость инструмента; упругая деформация заготовки.

При разработке модели были сделаны некоторые допущения: материал поверхности заготовки имеет однородную структуру и равномерную твердость; шпиндельный узел и задняя бабка имеют одинаковую величину жесткости в направлении осей  $Y$  и  $Z$ .

Разработанная математическая модель на основе сведений о материале заготовки, размерах и шероховатости её поверхности, значениях режимов резания, геометрии инструмента, жесткости технологической системы, а также погрешности базирования позволила определить значения упругой деформации в каждой точке её поверхности по методу профессора В. С. Корсакова. Суть метода заключается в следующем. Если в статическом состоянии настроить станок на требуемую (расчетную) глубину резания  $t$ , то при резании действительная глубина  $t_{\text{РЕЗ}}^{\text{Д}}$  окажется меньше расчетной на величину упругой деформации, т. е.

$$\Delta = t - t_{\text{РЕЗ}}^{\text{Д}}. \quad (1)$$

При определении действительной глубины резания  $t_{\text{РЕЗ}}^{\text{Д}}$  в зависимости от способа базирования заготовки возможны три варианта расчета: при базировании в патроне; при базировании в патроне с поджимом задним центром; при базировании в центрах.

Во всех трех случаях на величину действительной глубины резания  $t_{\text{РЕЗ}}^{\text{Д}}$  оказывают влияние следующие факторы: жесткость технологической системы (шпиндельного узла  $j_{\text{ш}}$ , задней бабки  $j_{\text{б}}$ , инструмента и заготовки); смещение правого и левого центровочных гнезд относительно оси заготовки  $\Delta_{\text{СП}}$  и  $\Delta_{\text{СЛ}}$ , смещение оси задней бабки  $\Delta_{\text{СБ}}$ , погрешность базирования заготовки при обра-

ботке в патроне  $\Delta_{\Pi}$ ; величина овальности  $\Delta_O$  и конусности  $\Delta_K$  поверхности заготовки; её исходная шероховатость  $Rz_3$ .

В общем случае глубина резания  $t$  для каждой точки поверхности заготовки определяется как разность между радиусом заготовки  $R_3$  и радиусом получаемой детали  $R_d$ . Эта глубина резания отличается от действительной глубины резания  $t_{\text{РЕЗ}}^d$ , имеющей место в реальных условиях, на величину деформации технологической системы. Данная величина деформации в математической модели была учтена при расчёте действительного радиуса детали  $R_d^d$ . Величины исходной погрешности заготовки и погрешности базирования также учтены при расчёте действительного радиуса заготовки  $R_3^d$ . Таким образом, действительная глубина резания  $t_{\text{РЕЗ}}^d$  может быть найдена из соотношения [1]

$$t_{\text{РЕЗ}}^d = R_3^d - R_d^d + \Delta_{Rz}, \quad (2)$$

где  $R_d^d$ ,  $R_3^d$  – действительные радиусы детали и заготовки, рассчитываемые для любой точки поверхности заготовки, соответственно, м;  $\Delta_{Rz}$  – величина, на которую изменяется глубина резания вследствие наличия исходной шероховатости поверхности  $Rz$ , м.

Учёт упругой деформации заготовки. Величину прогиба в любой точке заготовки, при базировании в центрах, патроне или в патроне с поджимом задним центром [1] можно определить с помощью дифференциального уравнения изогнутой оси балки [2]

$$\Delta_{3Y(Z)}(x)'''' = \frac{M_{Y(Z)}(x)}{EI(x)}, \quad (3)$$

где  $\Delta_{3Y(Z)}(x)$  – закон изменения упругих деформаций заготовки в рассматриваемой плоскости;  $M_{Y(Z)}(x)$  – изгибающий момент, вызванный соответствующей силой или силами резания в рассматриваемой

плоскости;  $EI(x)$  – закон изменения жёсткости при изгибе заготовки.

Уравнение (3) описывает закон изменения упругой деформации по всей длине обрабатываемой заготовки, но значение упругой деформации, определяющее точность цилиндрической поверхности после механической обработки, будет находиться в точке приложения силы резания. В любой момент времени в точке касания вершины резца и обрабатываемой поверхности находится значение упругой деформации заготовки, которое впоследствии оказывает влияние на точность обработанной поверхности. Для этого необходимо привести уравнение (3) к виду, который позволит определять значение упругой деформации в заданной точке.

Для решения дифференциального уравнения (3) резец был зафиксирован в произвольный момент обработки, а его действие на обрабатываемую заготовку заменено на соответствующие составляющие силы резания. Это состояние представлено на рис. 1.

Для дальнейших пояснений обрабатываемую заготовку удобно разделить на участки с постоянной жёсткостью (рис. 2).

Каждая ступень является участком, который характеризуется следующими параметрами: угол поворота в начале участка; угол поворота в конце участка; упругая деформация в начале участка; упругая деформация в конце участка; изгибающий момент в начале участка  $M_{Y(Z)i}^H$ ; изгибающий момент в конце участка  $M_{Y(Z)i}^K$ ; диаметр участка  $D_i$ ; длина участка  $l_i$  (рис. 3).

В результате интегрирования выражения (3) получен закон изменения угла поворота [2]:

$$\theta(x) = \Delta_{3Y(Z)}(x)' = \int \frac{M_{Y(Z)}(x)}{EI(x)} + \theta_0. \quad (4)$$

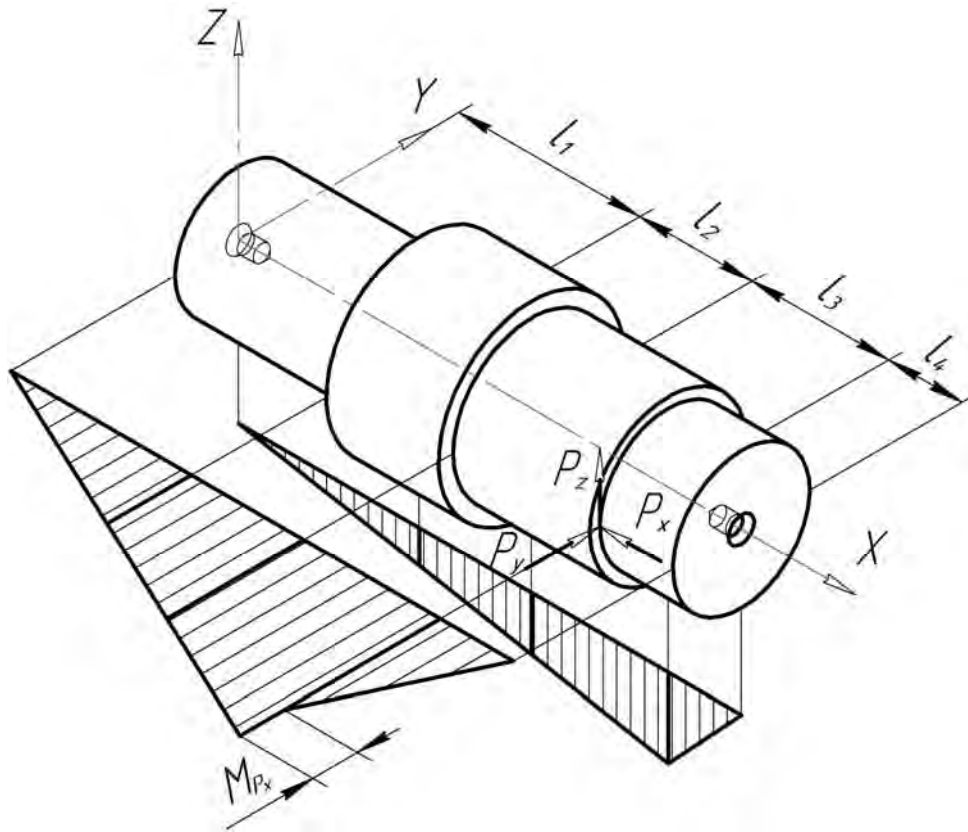


Рис. 1. Схема нагружения вала силами резания

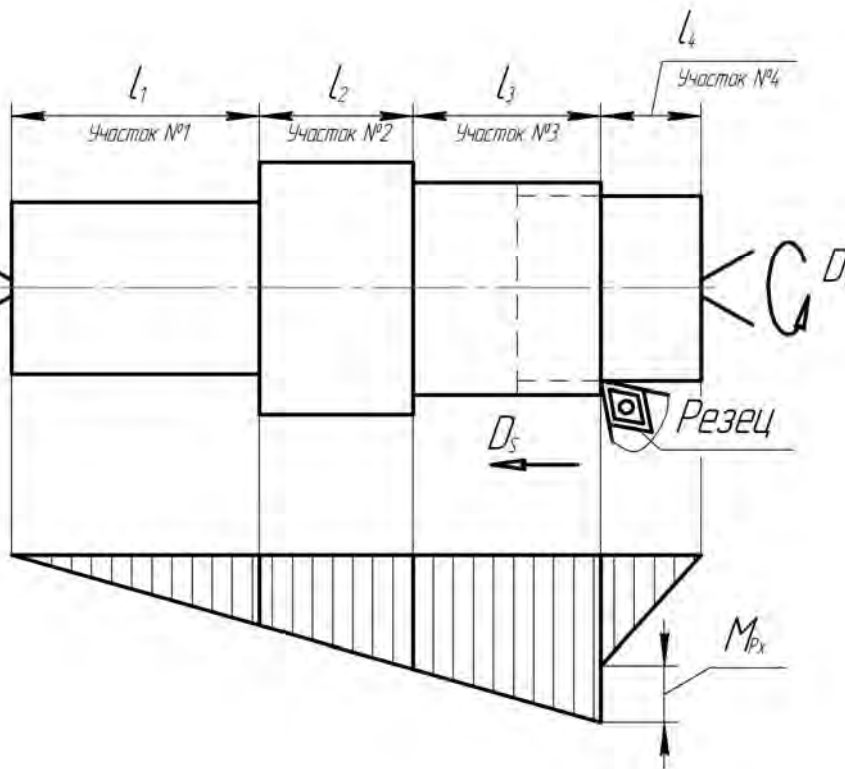


Рис. 2. Разделение обрабатываемого вала на участки

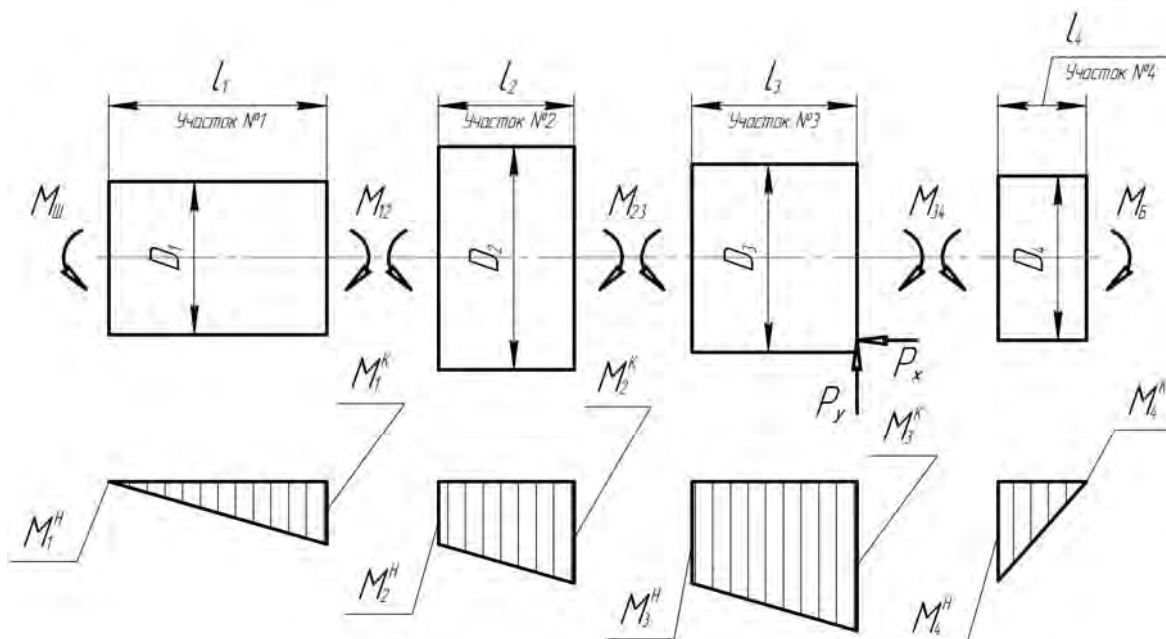


Рис. 3. Параметры участков

Исходя из вышеизложенного для каждого из участков справедливо выражение

$$\theta_i(x) = \frac{1}{EI_i} \int M_{Y(Z)i}(x) + \theta_{0i}, \quad (5)$$

где  $\theta_i(x)$  – угол поворота в поперечном сечении заготовки с координатой  $x$  ( $0 \leq x \leq l_i$ )  $i$ -го участка, рад;  $M_{Y(Z)i}(x)$  – закон изменения изгибающего момента на  $i$ -м участке, Н·м;  $\theta_{0i}$  – угол поворота в начале  $i$ -го участка, рад.

Закон изменения изгибающего момента на  $i$ -м участке можно представить в виде линейной функции

$$M_{Y(Z)i}(x) = M_{Y(Z)i}^H + \frac{M_{Y(Z)i}^K - M_{Y(Z)i}^H}{l_i} \cdot x, \quad (6)$$

где  $M_{Y(Z)i}^H$  – изгибающий момент в начале  $i$ -го участка, Н·м;  $M_{Y(Z)i}^K$  – изгибающий момент в конце  $i$ -го участка, Н·м;  $l_i$  – длина  $i$ -го участка, м.

После подстановки  $M_i(x)$  в (5) и интегрирования полученного выражения (7) угол поворота в поперечном сечении с координатой  $x$  ( $0 \leq x \leq l_i$ )  $i$ -го участка оп-

ределяется выражением (8).

$$\theta_i(x) = \frac{1}{EI_i} \int M_{Y(Z)i}^H + \frac{M_{Y(Z)i}^K - M_{Y(Z)i}^H}{l_i} \cdot x + \theta_{0i}; \quad (7)$$

$$\theta_i(x) = \frac{1}{EI_i} \cdot (M_{Y(Z)i}^H \cdot x + \frac{M_{Y(Z)i}^K - M_{Y(Z)i}^H}{2 \cdot l_i} \cdot x^2) + \theta_{0i}. \quad (8)$$

Значение угла поворота в конце  $i$ -го участка (9) определяется выражением (8) при  $x = l_i$ :

$$\theta_i(l_i) = \frac{1}{EI_i} \cdot (M_{Y(Z)i}^H \cdot l_i + \frac{M_{Y(Z)i}^K - M_{Y(Z)i}^H}{2 \cdot l_i} \cdot l_i^2) + \theta_{0i}. \quad (9)$$

После упрощения выражения (9) значение угла поворота в конце  $i$ -го участка примет окончательный вид (10):

$$\theta_i(l_i) = \frac{1}{2E} \cdot \frac{(M_{Y(Z)i}^H + M_{Y(Z)i}^K) \cdot l_i}{I_i} + \theta_{0i}. \quad (10)$$

Таким образом, для того чтобы получить значение угла поворота в конце  $k$ -го участка необходимо просуммировать выражение (10):

$$\theta(k) = \sum_{i=1}^k \theta_i(l_i); \quad (11)$$

$$\theta(k) = \frac{1}{2 \cdot E} \cdot \sum_{i=1}^k \left( \frac{(M_{Y(Z)i}^H + M_{Y(Z)i}^K) \cdot l_i}{I_i} \right) + \theta_{01}. \quad (12)$$

Закон изменения упругих деформаций можно получить интегрированием выражения (5):

$$\Delta_{3Y(Z)i}(x) = \int \theta_i(x) + \Delta_{3Y(Z)0i}; \quad (13)$$

$$\Delta_{3Y(Z)i}(x) = \int \left( \frac{1}{EI_i} \cdot (M_{Y(Z)i}^H \cdot x + \frac{M_{Y(Z)i}^K - M_{Y(Z)i}^H}{2 \cdot l_i} \cdot x^2) + \theta_{0i} \right) + \Delta_{3Y(Z)0i}; \quad (14)$$

$$\Delta_{3Y(Z)i}(x) = \frac{1}{EI_i} \cdot \left( \frac{M_{Y(Z)i}^H \cdot x^2}{2} + \frac{M_{Y(Z)i}^K - M_{Y(Z)i}^H}{6 \cdot l_i} \cdot x^3 \right) + \theta_{0i} \cdot x + \Delta_{3Y(Z)0i}, \quad (15)$$

где  $\Delta_{3Y(Z)i}(x)$  – значение упругой деформации в сечении с координатой  $x$  ( $0 \leq x \leq l_i$ )  $i$ -го участка;  $\Delta_{3Y(Z)0i}$  – значение упругой деформации в начале  $i$ -го участка.

Таким образом, упругая деформация в конце  $i$ -го участка определяется зависимостью

$$\Delta_{3Y(Z)i}(l_i) = \frac{1}{EI_i} \cdot \left( \frac{M_{Y(Z)i}^H \cdot l_i^2}{2} + \frac{M_{Y(Z)i}^K - M_{Y(Z)i}^H}{6} \cdot l_i^3 \right) + \theta_{0i} \cdot l_i + \Delta_{3Y(Z)0i}; \quad (16)$$

$$\Delta_{3Y(Z)i}(l_i) = \frac{1}{6E} \cdot \frac{(2M_{Y(Z)i}^H + M_{Y(Z)i}^K) \cdot l_i^2}{I_i} + \theta_{0i} \cdot l_i + \Delta_{3Y(Z)0i}. \quad (17)$$

Угол поворота в начале  $i$ -го участка определяется из условия целостности бруса ( $\theta_{0i} = \theta_{i-1}$ ) [2]:

$$\theta_{0i} = \theta(i-1). \quad (18)$$

Тогда выражение (17) примет вид:

$$\Delta_{3Y(Z)i}(l_i) = \frac{1}{6E} \cdot \frac{(2M_{Y(Z)i}^H + M_{Y(Z)i}^K) \cdot l_i^2}{I_i} + \left( \frac{1}{2E} \cdot \sum_{k=1}^{i-1} \left( \frac{(M_{Y(Z)k}^H + M_{Y(Z)k}^K) \cdot l_k}{I_k} \right) + \theta_{01} \right) \times l_i + \Delta_{3Y(Z)0i}. \quad (19)$$

Упругая деформация в конце  $k$ -го участка определяется как сумма  $\Delta_{3Y(Z)i}(l_i)$ , т. е.

$$\Delta_{3Y(Z)}(k) = \sum_{i=1}^k \Delta_{3Y(Z)i}(l_i); \quad (20)$$

$$\Delta_{3Y(Z)}(k) = \frac{1}{6E} \cdot \sum_{i=1}^k \left( \frac{(2M_{Y(Z)i}^H + M_{Y(Z)i}^K) \cdot l_i^2}{I_i} \right) + \theta_{01} \cdot \sum_{i=1}^k l_i + \frac{1}{2E} \cdot \left( \sum_{i=2}^k l_i \times \sum_{j=1}^{i-1} \left( \frac{(M_{Y(Z)j}^H + M_{Y(Z)j}^K) \cdot l_j}{I_j} \right) \right) + \Delta_{3Y(Z)01}. \quad (21)$$

Для упрощения расчётов удобны следующие замены:

$$\Delta_{3Y(Z)i}^{\Delta} = \frac{(2M_{Y(Z)i}^H + M_{Y(Z)i}^K) \cdot l_i^2}{I_i}; \quad (22)$$

$$\Delta_{3Y(Z)i}^{\theta} = \frac{(M_{Y(Z)i}^H + M_{Y(Z)i}^K) \cdot l_i}{I_i}. \quad (23)$$

Тогда выражение (21) принимает вид:

$$\Delta_{3Y(Z)}(k) = \frac{1}{6E} \cdot \sum_{i=1}^k \Delta_{3Y(Z)i}^{\Delta} + \theta_{01} \cdot \sum_{i=1}^k l_i + \frac{1}{2E} \cdot \left( \sum_{i=2}^k l_i \cdot \sum_{j=1}^{i-1} \Delta_{3Y(Z)j}^{\theta} \right) + \Delta_{3Y(Z)01}. \quad (24)$$

При базировании вала в центрах начальный угол поворота первого участка  $\theta_{01}$  определяется из выражения (24) и условий  $\Delta_{3Y(Z)}(n) = 0, \Delta_{3Y(Z)01} = 0$ :

$$\frac{1}{6E} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta_{3Y(Z)i}^{\Delta} + \theta_{01} \cdot \sum_{i=1}^n l_i + \frac{1}{2E} \cdot \left( \sum_{i=2}^n l_i \cdot \sum_{j=1}^{i-1} \Delta_{3Y(Z)j}^{\theta} \right) = 0; \quad (25)$$

$$\theta_{01} = \frac{-\frac{1}{6E} \cdot \sum_{i=1}^n \Delta_{3Y(Z)i}^{\Delta} - \frac{1}{2E} \cdot \left( \sum_{i=2}^n l_i \cdot \sum_{j=1}^{i-1} \Delta_{3Y(Z)j}^{\theta} \right)}{\sum_{i=1}^n l_i}. \quad (26)$$

Для схемы, приведенной на рис. 5, угол поворота в начале первого участка определяется по формуле (26) при  $\Delta_{3Y(Z)}(4) = 0, \Delta_{3Y(Z)01} = 0$ :

$$\theta_{01} = \left[ -\frac{1}{6E} \cdot (\Delta_{3Y(Z)1}^{\Delta} + \Delta_{3Y(Z)2}^{\Delta} + \Delta_{3Y(Z)3}^{\Delta} + \Delta_{3Y(Z)4}^{\Delta}) - \frac{1}{2E} \cdot (l_2 \cdot \Delta_{3Y(Z)1}^{\theta} + l_3 \cdot (\Delta_{3Y(Z)1}^{\theta} + \Delta_{3Y(Z)2}^{\theta}) + l_4 \cdot (\Delta_{3Y(Z)1}^{\theta} + \Delta_{3Y(Z)2}^{\theta} + \Delta_{3Y(Z)3}^{\theta})) \right] / (l_1 + l_2 + l_3 + l_4). \quad (27)$$

Значение упругой деформации обрабатываемой заготовки (в конце третьего участка) по формуле (24) при  $k = 3$ .

*Учет упругой деформации инструмента.* В процессе резания на резец действует сила резания, которая деформирует его в направлении осей Y и Z. Величину деформации инструмента от действия сил резания в направлениях осей Y и Z можно определить по формулам [1]:

$$\begin{cases} \Delta_{иY} = \frac{P_Y \cdot L_{и}}{E_{и} \cdot B \cdot H}; \\ \Delta_{иZ} = \frac{P_Z \cdot L_{и}^3}{3E_{и} \cdot I_{и}}, \end{cases} \quad (28)$$

где  $L_{и}$  – вылет резца, м;  $E_{и}$  – модуль упругости для материала державки, Па;  $B, H$  – ширина и высота сечения державки резца соответственно, м;  $I_{и}$  – момент инерции сечения державки резца,  $I_{и} = \frac{B \cdot H^3}{12}$ .

*Учет деформаций шпиндельного узла и задней бабки.* Деформация шпиндель-

ного узла  $\Delta_{ш}$ , а также деформация задней бабки  $\Delta_{б}$  изменяются в соответствии с изменением силы резания по мере продвижения резца к шпинделю станка. Их величину можно определить исходя из величины действительной жесткости шпиндельного узла  $j_{ш}$  и задней бабки  $j_{б}$  соответственно, а также с учетом расстояния  $L_0$  от торца заготовки до рассматриваемой точки [1]. Принимая во внимание допущение, что их жесткость одинакова в направлении осей Y и Z, получаются формулы для расчета величин упругой деформации шпиндельного узла и задней бабки в направлении соответствующих осей Y и Z при обработке заготовки в центрах либо в патроне с поджимом задним центром [1, 3]:

$$\begin{cases} \Delta_{шY} = \frac{P_Y \cdot L_0}{j_{ш} \cdot L_3}; \\ \Delta_{шZ} = \frac{P_Z \cdot L_0}{j_{ш} \cdot L_3}; \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \Delta_{бY} = \frac{P_Y \cdot (L_3 - L_0)}{j_{б} \cdot L_3}; \\ \Delta_{бZ} = \frac{P_Z \cdot (L_3 - L_0)}{j_{б} \cdot L_3}, \end{cases} \quad (30)$$

где  $j_{ш}$  – жесткость шпиндельного узла, Н/м;  $j_{б}$  – жесткость задней бабки, Н/м.

В результате совместного действия деформаций шпиндельного узла  $\Delta_{ш}$  и задней бабки  $\Delta_{б}$  суммарная величина деформации на длине  $L_0$  может быть определена из рис. 4 по формуле

$$\frac{\Delta_{шбY(Z)}^{L_0} - \Delta_{шY(Z)}}{L_3 - L_0} = \frac{\Delta_{бY(Z)} - \Delta_{шY(Z)}}{L_3}, \quad (31)$$

$$\begin{cases} \Delta_{шбY}^{L_0} = \Delta_{шY} + \frac{(\Delta_{бY} - \Delta_{шY}) \cdot (L_3 - L_0)}{L_3}; \\ \Delta_{шбZ}^{L_0} = \Delta_{шZ} + \frac{(\Delta_{бZ} - \Delta_{шZ}) \cdot (L_3 - L_0)}{L_3}. \end{cases} \quad (32)$$

При обработке заготовки в патроне учитывается только упругая деформация шпиндельного узла, которая не зависит

от положения рассматриваемой точки на поверхности заготовки. Её величина изменяется лишь в зависимости от действующей силы резания. Расчетные формулы имеют следующий вид [1]:

$$\begin{cases} \Delta_{шY} = \frac{P_Y}{j_{ш}}; \\ \Delta_{шZ} = \frac{P_Z}{j_{ш}}. \end{cases} \quad (33)$$

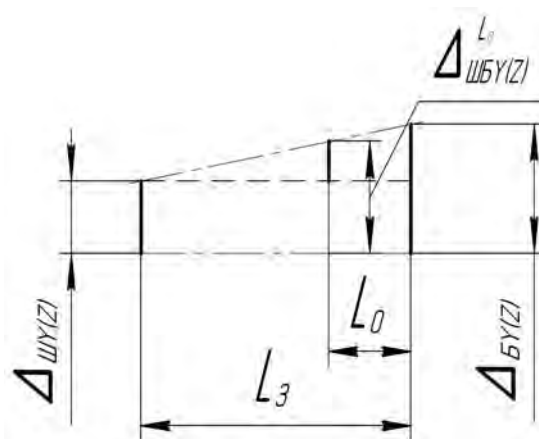


Рис. 4. Схема определения суммарного прогиба задней бабки и шпиндельного узла

Учет погрешности формы и смещения центровых отверстий заготовки. Овальность  $\Delta_O$  и конусность  $\Delta_K$  поверхности заготовки оказывают влияние на исходный радиус заготовки  $R_3$ , соответствующий расстоянию от оси заготовки до точки, расположенной на её поверхности, и не зависят от изменения силы резания [1]. Наличие исходной овальности поверхности  $\Delta_O$  оказывает влияние на изменение радиуса заготовки от нуля до  $\Delta_O$  во время вращения заготовки вокруг своей оси. Величина конусности  $\Delta_K$  изменяет его величину от  $R_3$  до  $R_3 - \Delta_K$ . Можно записать формулу для расчета величины исходного радиуса заготовки  $R_3$  для каждой точки её поверхности, выраженного через угол  $\varphi$  полярной системы координат [1, 3]:

где  $R_3$  – исходный радиус заготовки, м;  $\Delta_K$  – величина конусности поверхности заготовки, м;  $\varphi$  – полярная координата точки, расположенной на поверхности заготовки, град;  $\Delta_O$  – величина овальности поверхности заготовки, м.

Таким образом, величина исходного радиуса поверхности заготовки  $R_3$  для каждого поперечного сечения изменяется по мере перемещения резца от правого торца заготовки на длину  $L_0$  на величину  $\Delta_K \cdot L_0 / L_3$  [1].

Кроме этого, наличие смещения центровочных отверстий  $\Delta_{СП}$ ,  $\Delta_{СЛ}$  и погрешности базирования заготовки  $\Delta_{П}$  приводит к дополнительному смещению её оси относительно оси центров станка. Эти факторы также не зависят от силы резания и в данной модели учтены при нахождении действительного радиуса заготовки  $R_3^д$ , определяемого как расстояние от оси центров станка до точки на поверхности заготовки [1]. Таким образом, действительный радиус заготовки  $R_3^д$  с учетом смещения центровых отверстий заготовки при обработке в центрах можно определить по формуле [3]

$$R_3 = \sqrt{\left( \left( R_3 - \Delta_K \cdot \frac{L_0}{L_3} \right) \cdot \cos\varphi \right)^2 + \left( \left( R_3 - \Delta_O - \Delta_K \cdot \frac{L_0}{L_3} \right) \cdot \sin\varphi \right)^2}, \quad (34)$$

$$R_3^d = \sqrt{R_3^2 - (\Delta_{CM} \cdot \sin(\varphi + \omega_1))^2} + \Delta_{CM} \cdot \cos(\varphi + \omega_1), \quad (35)$$

где  $\Delta_{CM}$  – суммарная величина смещения в рассматриваемой точке, расположенной на длине  $L_0$ , м;  $\omega_1$  – угол между большой полуосью эллипса и прямой, проведенной из центра заготовки через правое центровочное отверстие [1], град.

Суммарная величина смещения  $\Delta_{CM}$  определяется как геометрическая сумма смещений центровых отверстий правого и левого торцов заготовки на длине  $L_0$  [1]:

$$\Delta_{CM} = \sqrt{\Delta_{СМП}^2 + \Delta_{СМЛ}^2 - 2\Delta_{СМП} \times \Delta_{СМЛ} \cdot \cos(\varphi_{ЦЦ})}, \quad (36)$$

где  $\Delta_{СМП}$ ,  $\Delta_{СМЛ}$  – величины смещения центровых отверстий правого и левого торца заготовки на длине  $L_0$  соответственно [1], м,

$$\Delta_{СМП} = \Delta_{СП} \cdot \left(1 - \frac{L_0}{L_3}\right); \quad (37)$$

$$\Delta_{СМЛ} = \Delta_{СЛ} \cdot \left(\frac{L_0}{L_3}\right), \quad (38)$$

где  $\Delta_{СП}$ ,  $\Delta_{СЛ}$  – величины смещения центровых отверстий правого и левого торца заготовки соответственно, м;  $\varphi_{ЦЦ}$  – угол между прямыми линиями, проведенными от оси заготовки через центровые отверстия, град.

При обработке в патроне с поджимом задним центром расчет также ведется по формуле (35), только суммарная величина смещения  $\Delta_{CM}$  определяется как геометрическая сумма смещения центровочного отверстия правого торца заготовки  $\Delta_{СП}$  и смещения, вызванного погрешностью базирования заготовки в патроне  $\Delta_{П}$  на длине  $L_0$  [1]:

$$\Delta_{CM} = \sqrt{\Delta_{СМП}^2 + \left(\Delta_{П} \cdot \frac{L_0}{L_3}\right)^2 - 2\Delta_{СМП} \cdot \Delta_{П} \cdot \frac{L_0}{L_3} \cdot \cos(\varphi_{ЦЦ})}. \quad (39)$$

При обработке в патроне действительный радиус заготовки можно определить по формуле [1]

$$R_3^d = \sqrt{R_3^2 - (\Delta_{П} \cdot \sin(\varphi + \omega_2))^2} + \Delta_{П} \cdot \cos(\varphi + \omega_2), \quad (40)$$

где  $\omega_2$  – угол между большой полуосью эллипса и вектором смещения заготовки при базировании в патроне станка, град.

*Учет смещения оси задней бабки.* При обработке заготовки в центрах либо в патроне с поджимом задним центром на действительный радиус детали  $R_3^d$  будет непосредственно влиять смещение оси задней бабки  $\Delta_{СБУ}$  и  $\Delta_{СБЗ}$  [1].

Эту величину смещения оси задней бабки по направлению осей  $Y$  и  $Z$  для любой точки заготовки, расположенной на длине  $L_0$  от правого торца, можно определить из соотношений [1]:

$$\begin{cases} \Delta_{СБУЛ} = \Delta_{СБУ} \cdot \frac{1-L_0}{L_3}; \\ \Delta_{СБЗЛ} = \Delta_{СБЗ} \cdot \frac{1-L_0}{L_3}, \end{cases} \quad (41)$$

где  $\Delta_{СБУ}$ ,  $\Delta_{СБЗ}$  – смещение оси задней бабки станка, измеренное в направлениях осей  $Y$  и  $Z$  соответственно, м.

*Учет исходной шероховатости поверхности.* Для определения изменения глубины резания, вызванного исходной шероховатостью поверхности заготовки  $\Delta_{Rz}$ , введем допущение, что высота неровностей изменяется случайным образом в соответствии с нормальным законом распределения. Тогда, в соответствии с правилом «шести сигм», для каждой точки поверхности заготовки можно принять значение шероховатости поверхности соответственно формулам [4]:



$$\sigma_{Rz} = \frac{Rz_3}{6}; \quad (42)$$

$$\Delta_{Rz} = \sigma_{Rz} \cdot \text{RandF}, \quad (43)$$

где  $\sigma_{Rz}$  – среднеквадратическое отклонение высоты неровностей поверхности, мкм;  $Rz_3$  – значение шероховатости поверхности, мкм;  $\text{RandF}$  – случайная функция, значения которой соответствуют стандартизованному нормальному распределению.

После определения значений деформации всех элементов технологической системы определяется действительный радиус детали по формуле [1, 5]

$$R_d^d = \sqrt{\left(R_d + \Delta_{3Y} + \Delta_{ШБY} + \Delta_{ИY} + \Delta_{BY}\right)^2 + \left(\Delta_{3Z} + \Delta_{ШБZ} + \Delta_{ИZ} + \Delta_{BZ}\right)^2}. \quad (44)$$

Математическая модель деформаций элементов технологической системы позволяет определить, какое влияние на точность обрабатываемых поверхностей оказывают группа, все или один из следующих параметров: отклонение от круглости (овальность) и погрешности профиля продольного сечения (конусность) исходной заготовки; смещение центровочных гнезд заготовки (при обработке в центрах) и смещение оси задней бабки;

исходная шероховатость поверхности заготовки и погрешность её базирования в патроне; податливость шпиндельного узла и задней бабки, жёсткость инструмента; упругая деформация заготовки. А также данная модель может применяться в САПР, направленных на повышение качества механической обработки ступенчатых валов при использовании станков с ЧПУ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Жолобов, А. А.** Прогнозирование и обеспечение качества технологических систем на этапах их проектирования и изготовления : монография / А. А. Жолобов. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2005. – 304 с. : ил.
2. **Биргер, И. А.** Сопротивление материалов : учеб. пособие / И. А. Биргер, Р. Р. Мавлютов. – М. : Наука, 1986. – 224 с.
3. **Жолобов, А. А.** Математическая модель для прогнозирования деформации заготовки при точении / А. А. Жолобов, А. М. Будкевич // Машиностроение : сб. науч. тр. – Минск : Технопринт, 2003. – № 19. – С. 310–314.
4. **Жолобов, А. А.** Прогнозирование шероховатости поверхности при точении / А. А. Жолобов, А. М. Будкевич // Машиностроение : респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск : Технопринт, 2002. – № 18. – С. 23–25.
5. **Жолобов, А. А.** Застосування 3D моделі ГВМ для підвищення продуктивності та якості механічної обробки / А. А. Жолобов, А. В. Казаков // Весн. ЖДТУ. – 2006. – № 4 (39). – С. 21–25.

Белорусско-Российский университет.  
Материал поступил 16.10.2008

**A. A. Zholobov, A. V. Kazakov**  
**Features of calculation of elastic deformations of technological system at turning processing of a step shaft**

The problems of estimation of errors of processing from deformation of technological system at turning of a step shaft on the machine tool with numerical program control are considered. The approach based on the method of professor V. S. Korsakov is used. The mathematical model allowing to reveal and estimate the influence of deformation of a half-finished product, a tool, rear and front mandrels of the machine tool on accuracy and form of processing surfaces of a step shaft is developed.