УДК 539.3

НЕОСЕСИММЕТРИЧНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ КРУГОВОЙ ПЛАСТИНЫ В СВОЕЙ ПЛОСКОСТИ

С. В. КАРПЕНКО
Научный руководитель Э. И. СТАРОВОЙТОВ, д-р физ.-мат. наук, проф.
Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТРАНСПОРТА»
Гомель, Беларусь

Для описания кинематики пакета принята гипотеза «прямой нормали»: в пластине толщиной h нормаль остается прямолинейной, не изменяет своей длины, но поворачивается на некоторый дополнительный угол, составляющий с радиальной и тангенциальной осями величины $\psi_r(r, \varphi)$ и $\psi_\varphi(r, \varphi)$. Деформации малые. Проекции внешней нагрузки на радиальное и тангенциальное направления обозначим $p_r(r, \varphi)$, $p_\varphi(r, \varphi)$. В этом случае перемещения в пластине выражаются через две искомые функций u_r, u_φ.

Уравнения равновесия в частных производных рассматриваемой пластины при неосесимметричном деформировании в своей плоскости получены с помощью принципа возможных перемещений Лагранжа:

$$(a_5+a_2)\frac{u_{r,\varphi r}}{r}+(a_5+a_1)\frac{u_{r,\varphi}}{r^2}+a_5\left(u_{\varphi,rr}-\frac{u_\varphi}{r^2}\right)+a_1\frac{u_{\varphi,\varphi\varphi}}{r^2}=-p_\varphi,$$

$$(a_2+a_5)\frac{u_{\varphi,r\varphi}}{r}-(a_1+a_5)\frac{u_{\varphi,\varphi}}{r^2}+a_1\left(u_{r,rr}+\frac{u_{r,r}}{r}-\frac{u_r}{r^2}\right)+a_5\frac{u_{r,\varphi\varphi}}{r^2}=-p_r, \qquad (1)$$

где запятая в нижнем индексе обозначает операцию дифференцирования по следующей за ней координате.

Добавив к (1) принятые граничные условия, получим замкнутую краевую задачу для нахождения перемещений в задаче о неосесимметричном деформировании пластины типа Тимошенко.

В этом случае искомые функции $u_r(r,\varphi)$, $u_\varphi(r,\varphi)$ и нагрузки $p_r(r,\varphi)$, $p_\varphi(r,\varphi)$ раскладываются в тригонометрические ряды по координате φ:

$$u_r(r,\varphi)=u_r^{(0)}(r)+\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_{rn}^{(1)}(r)\cos(n\varphi)+u_{rn}^{(2)}(r)\sin(n\varphi)\right],$$

$$u_\varphi(r,\varphi)=u_\varphi^{(0)}(r)+\sum_{n=1}^{\infty}\left[u_{\varphi n}^{(1)}(r)\cos(n\varphi)+u_{\varphi n}^{(2)}(r)\sin(n\varphi)\right], \qquad (2)$$

и т.д.

Подставив выражения (2) в уравнения (1) и приравняв коэффициенты при одинаковых тригонометрических функциях, сведем решение системы в частных производных (1) к системе четырех обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение последних получено в явном виде и проведен его параметрический числовой анализ.