УДК 621.865

Л. А. Борисенко, д-р техн. наук, проф.

КИНЕМАТИКА ПЛАНЕТАРНОГО РЕДУКТОРА С ПАЛЬЦЕВЫМ КАРДАНОМ

В статье приводятся результаты математического моделирования кинематики кардана в планетарном механизме схемы K-H-V с малой разностью чисел зубьев сателлита и опорного колеса. На основе теории пространственных поворотов составлена модель кардана и произведено численное моделирование его кинематики. Проведено экспериментальное моделирование работы пальцевого кардана в зубчатом планетарном механизме. Результаты исследования могут быть использованы в многочисленных приложениях, в том числе в циклоидальных редукторах, в планетарных передачах и т. д., что позволит значительно упростить технологию их изготовления и удешевить производство.

Накопленный к настоящему времени опыт создания зубчатых планетарных редукторов по схеме K-H-V свидетельствует, что значительные затруднения возникают при проектировании и реализации механизма передачи движения между параллельными валами так называемого механизма W [1]. Сказанное справедливо для всех редукторов этого типа независимо от используемого вида зацепления, в том числе для новых видов редукторов с циклоидальным зацеплением, а также для планетарных механизмов с гибкими связями. Наибольшее распространение получил модифицированный механизм параллельных кривошипов, в котором функции реальных кривошипов выполняют пальцы с надетыми на них втулками, обкатывающиеся внутри цилиндрических отверстий. Разность диаметров втулок и отверстий равна удвоенному значению эксцентриситета входного вала. Палец, втулка и отверстие образуют две пары: одна пара образована втулкой и отверстием, а вторая – втулкой и пальцем. Первая пара является парой качения, а вторая – парой скольжения. Модифицированный механизм параллельных кривошипов содержит минимальное количество деталей, компактен в осевом направлении. Усилие, прилагаемое к зубчатым колесам, приложено в центре отверстий и не вызывает перекоса колес.

Однако механизм параллельных кривошипов, по существу, является механизмом шарнирного параллелограмма, для существования которого необходимо строгое равенство длин противоположных сторон параллелограмма. В противном случае при прохождении мертвого положения возникают большие заклинивающие усилия в подшипниках. Отсюда высокие требования к точности изготовления звеньев. В условиях реальных технологий изготовления деталей требуемой точности достичь трудно и это значительно удорожает стоимость всего изделия. Необходимо с высокой точностью изготовить корпусные детали, кроме того, точно расположить отверстия на шестерне, а также отверстия для пальцев на фланце выходного вала. Для прохождения мертвого положения необходимо использовать не два кривошипа, а более – три или четыре. Отсюда – увеличение числа точно выполняемых отверстий и пальцев, обычно до 8.

В ряде случаев для тех же целей используется крестовая муфта (муфта Ольдгейма). Основное преимущество крестовой муфты по сравнению с механизмом параллельных кривошипов состоит в том, что снимаются повышенные требования к точности изготовления деталей этого узла. Это достоинство вытекает из того, что крестовая муфта по своей сущности предназначена для компенсации несоосности валов. Не требуется точного расположения отверстий для запрессовки пальцев на сателлитах, а также на фланце выходного вала. В механизме нет мертвого положения и соответственно нет заклинивающих усилий. Однако в крестовой муфте присутствуют поступательные пары, что усложняет конструкцию. Частота возвратно-вращательных движений втулок равна частоте вращения водила планетарного механизма, т. е. достаточно велика. Иногда для уменьшения трения используются роликовые поступательные пары, но это усложняет и удорожает механизм.

Общим недостатком описанных выше механизмов являются большие радиальные размеры. Возникающие конструктивные ограничения делают невозможным применение передач K-H-V в малогабаритных устройствах, используемых, например, в мехатронике.

Автором предложена и испытана на физических моделях и опытных образцах новая конструкция механизма W, которая защищена патентами РБ [3–5]. Похожее устройство, называемое игольчатым карданом, в свое время использовалось в автомобилях в карданных передачах [2].

Задачей настоящего исследования является построение математической модели новой конструкции механизма W и ее числовое моделирование. Решение задачи начинается с построения геометрической модели нового механизма W. На рис. 1 и 2 упрощенно представлена схема этого механизма. Механизм включает два пальцевых шарнирных узла 1 и 2 и стержень 3, поэтому далее он называется пальцевым карданом.

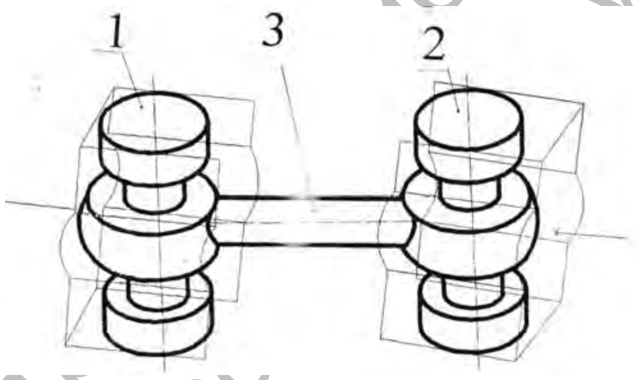


Рис. 1. Схема стержневого механизма W

На рис. 2 представлена схема планетарного механизма K-H-V с установленным пальцевым карданом. Особенность схемы состоит в том, что выходным звеном является колесо с внутренними зубьями, контактирующее с сателлитом. Эта схема выбрана из ряда других возможных схем механизма этого типа, поскольку она более удобна в методическом отношении для изучения кинематики пальцевого кардана. Здесь движение эксцентрикового вала 1 преобразуется в круговое поступательное движение сателлита 2, при этом сателлит удерживается от поворота карданным валом 3, выходная вилка которого неподвижна. Механизм в таком исполнении удобен для встраивания внутрь рабочего органа, например, в барабан транспортера или лебедки лифта. Переход от этой схемы к обычно используемым схемам с заторможенным колесом с внутренними зубьями, как будет показано в дальнейшем, не вызывает никаких затруднений.

Оба концевых шарнира стержневого карданного вала выполнены одинаково в виде сферических головок с пальцами. Здесь шарнир O_1 расположен соосно с входным валом, но это требование необязательно – он может быть расположен в любом удобном месте, однако для того, чтобы избежать большого осевого перемещения сферических головок шарниров, должно соблюдаться условие, чтобы радиальное расстояние между центрами шарниров O_1 и O_2 равнялось эксцентриситету входного вала. В частности, такое решение используется в реализованном макете беззазорной планетарной передачи, описание которой приведено в [6]. Фотография макета планетарного механизма, в котором использован пальцевый кардан, установленный соосно, представлена на рис. 3.

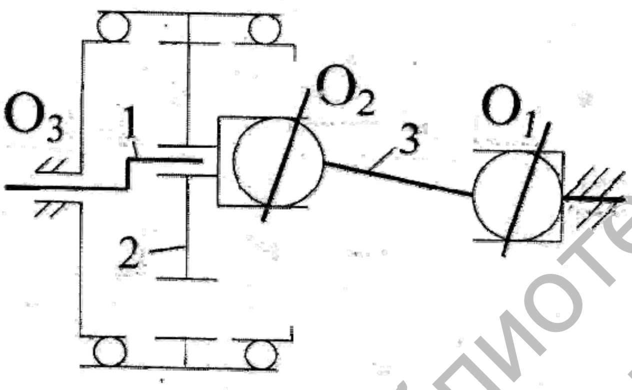


Рис. 2. Схема планетарного механизма K-H-V с круговым поступательным движением сателлита и пальцевым карданом

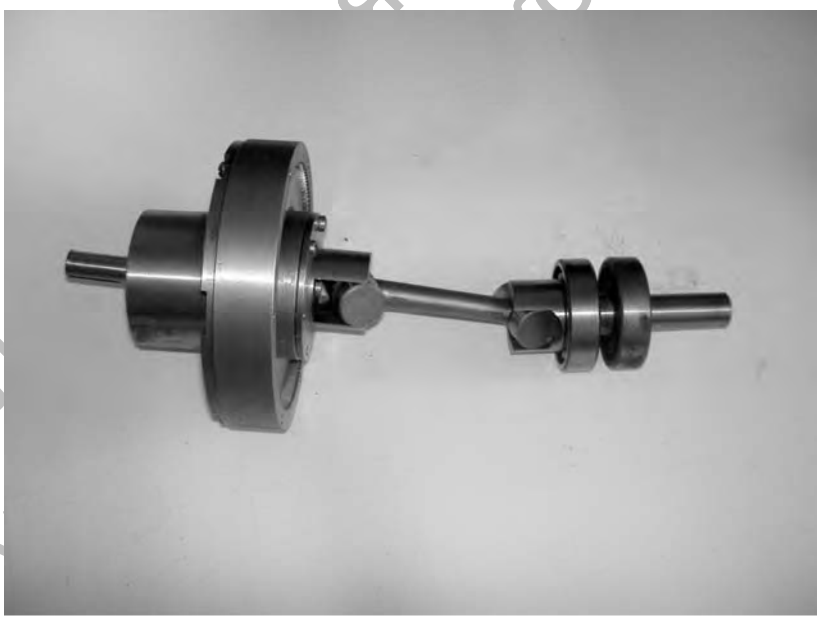


Рис. 3. Фотография макета планетарного механизма с пальцевым карданом

Одним из основных достоинств карданной передачи является то, что при ее использовании снижаются требования к точности выполнения основных деталей передачи, т. к. по своей природе механизм предназначен для компенсирования несоосности валов и допускает малые осевые перемещения, что благоприятно сказывается на динамике передачи и к тому же позволяет компенсировать возможные неточности изготовления и монтажа без ущерба для точности самой передачи. Малые радиальные габариты расширяют диапазон возможностей применения планетарных механизмов схемы K-H-V.

Оси пальцев шарниров лежат в одной плоскости, а значит в одной плоскости располагаются прорези, в которых они размещаются. В механизме, схема которого представлена на рис. 2, сателлит совершает круговое поступательное движение, поэтому прорезь стакана на сателлите сохраняет свою ориентацию неизменной. Из условий налагаемых связей следует, что в любом положении сателлита поверхности прорези стакана на нем, в который входит шарнир O_2, параллельны поверхностям прорези на неподвижном стакане, в который входит шарнир O_1. В процессе движения ось стержня O_1O_2 описывает коническую поверхность.

В статье приводятся результаты математического моделирования кинематики этого механизма. При разработке математической модели использована теория пространственных поворотов, разработанная автором и изложенная в [7, 8]. Этот метод удобен для анализа сферических механизмов, к которым, в частности, относится и рассматриваемый здесь механизм W, и позволяет получить простые и удобные формулы.

На рис. 4 и 5 представлены расчетные схемы с введенными системами координат пальцевого кардана с концевыми шарнирами в виде сферических шарниров с пальцами. Отрезок O_2O_3 можно рассматривать как кривошип пространственного стержневого механизма $O_1O_2\,O_3$.

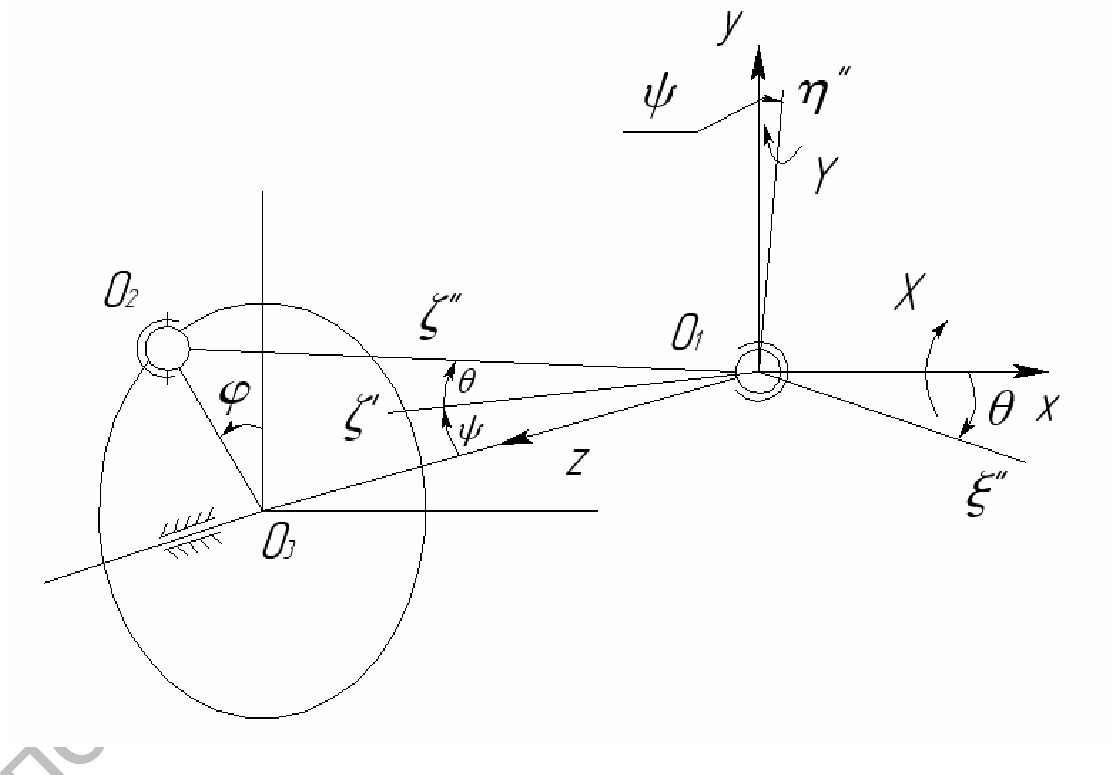


Рис. 4. Схема пальцевого кардана с преобразованиями связанной координатной системы в последовательности поворотов – сначала X-поворота на угол ψ, а затем Y-поворота на угол θ

В основе построения приведенных далее математических моделей лежит теория пространственных поворотов, изложенная в [7]. Все используемые далее определения и обозначения приводятся в соответствии с этим источником.

Как известно, произвольную ориентацию оси координатного триэдра можно получить последовательным поворотом его вокруг двух осей. В данной задаче возможно два варианта решения этой задачи. В первом варианте повороты производятся вокруг осей, связанных с шарниром таким образом, что одна ось триэдра идет вдоль оси стержня O_1O_2, а другая – вдоль оси пальца шарнира O_1.

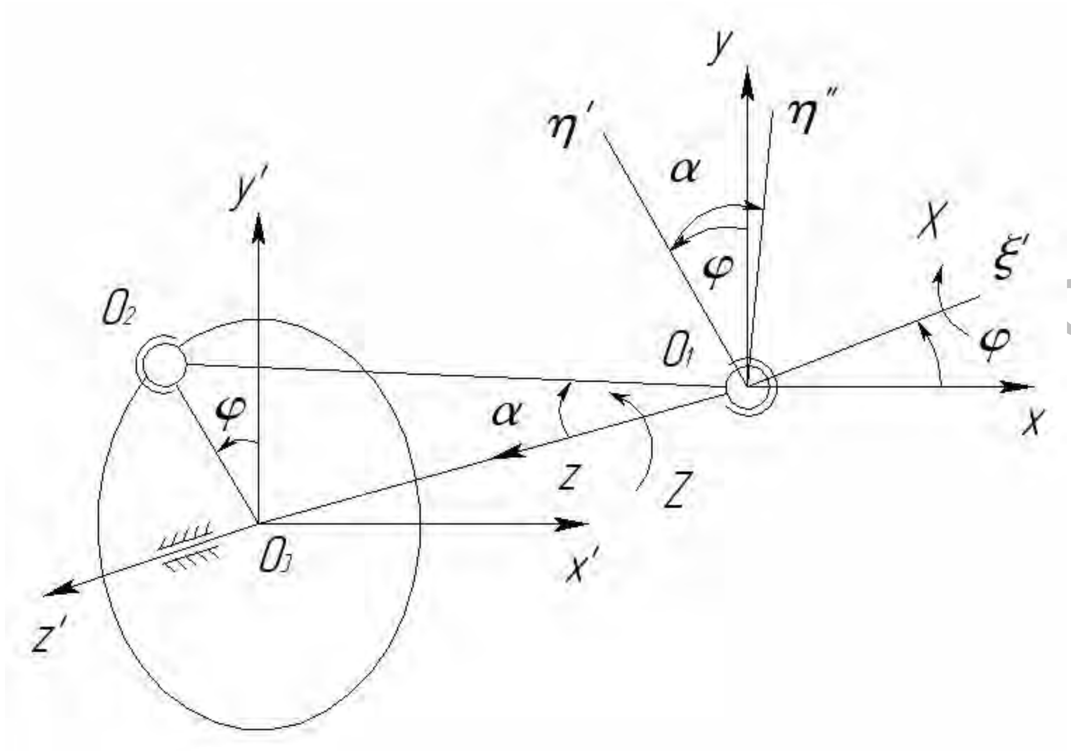


Рис. 5. Схема пальцевого кардана с преобразованиями связанной координатной системы в последовательности поворотов – сначала Z-поворота на угол φ, а затем X-поворота на угол α

Преобразование поворота в шарнире O_1, переводящее связанную систему кардана в положение, при котором ось ς совпадает с осью O_1O_2, описывается матрицей

$$\tau = \boldsymbol{X}_{\psi}\boldsymbol{Y}_{\theta},$$

где $\boldsymbol{X}_{\psi}$ и $\boldsymbol{Y}_{\theta}$ – матрицы элементарных поворотов вокруг осей x и y соответственно.

Выполнив подстановку выражений для матриц элементарных поворотов [7] и умножение матриц, получим

$$\tau = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ \sin\psi\sin\theta & \cos\psi & -\sin\psi\cos\theta \\ -\cos\psi\sin\theta & \sin\psi & \cos\psi\cos\theta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Третий столбец записанной выше матрицы представляет вектор, определяющий положение оси стрежня O_1O_2 или, что то же, оси ς в основной системе координат xyz. Величины углов ψ и θ неизвестны и их предстоит определить.

Для этого рассмотрим другое преобразование осей координатного триэдра, переводящее их в такое положение, при котором ось ς совпадает с осью стержня O_1O_2, путем выполнения последовательных поворотов системы координат, связанной со стержнем, в последовательности сначала на угол φ, а затем на угол α. Эти углы считаются известными. Угол φ – это угол поворота кривошипа O_2O_3, угол α – постоянный угол наклона стержня O_1O_2.

В таком случае матрица преобразования имеет вид:

$$\lambda = \boldsymbol{Z}_{\varphi}\boldsymbol{X}_{\alpha},$$

где $\boldsymbol{Z}_{\varphi}$ и $\boldsymbol{X}_{\alpha}$ – матрицы элементарных поворотов вокруг оси z на угол φ и оси x на угол α соответственно.

После выполнения процедуры умножения матриц получим

$$\lambda = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi\cos\alpha & \sin\varphi\sin\alpha \\ \sin\varphi & \cos\varphi\cos\alpha & -\cos\varphi\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Приравняв третьи столбцы матриц (1) и (2), получим выражения:

$$\sin\theta = \sin\varphi\sin\alpha, \quad (3)$$

$$\sin\psi\cos\theta = \cos\varphi\sin\alpha, \quad (4)$$

$$\cos\psi\cos\theta = \cos\alpha. \quad (5)$$

Формула (3) представляет одну из искомых зависимостей, а именно определяет угол поворота по координате θ в функции угла поворота φ через арксинус угла. Для определения вида функции угла поворота по координате ψ преобразуем формулы (4) и (5), возведя их в квадрат и сложив. В результате выполнения этих действий получим выражение

$$\cos\theta = \sqrt{(\cos^2\varphi\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)}. \quad (6)$$

Подставив полученное выражение в (5), получим искомую зависимость, которая определяет угол ψ через арккосинус угла:

$$\cos\psi = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{\cos^2\varphi\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}}. \quad (7)$$

Для отыскания выражений для угловой скорости по соответствующим координатам следует продифференцировать полученные выражения по времени. После дифференцирования (3) получим

$$\dot{\theta} = \frac{\cos\varphi}{\cos\theta}\sin\alpha\,\dot{\varphi}. \quad (8)$$

После выполнения дифференцирования (5) получим выражение

$$\dot{\psi} = -\frac{tg\theta}{tg\psi}\dot{\theta}. \quad (9)$$

Для определения угловых ускорений по тем же координатам следует отыскать выражения для вторых производных .

После дифференцирования (8) получим выражение

$$\ddot{\theta} = \frac{-\dot{\theta}\sin\theta + \sin\varphi\,\dot{\varphi}}{\cos^2\theta}\sin\alpha\,\dot{\varphi}. \quad (10)$$

После двойного дифференцирования (5) получим выражение

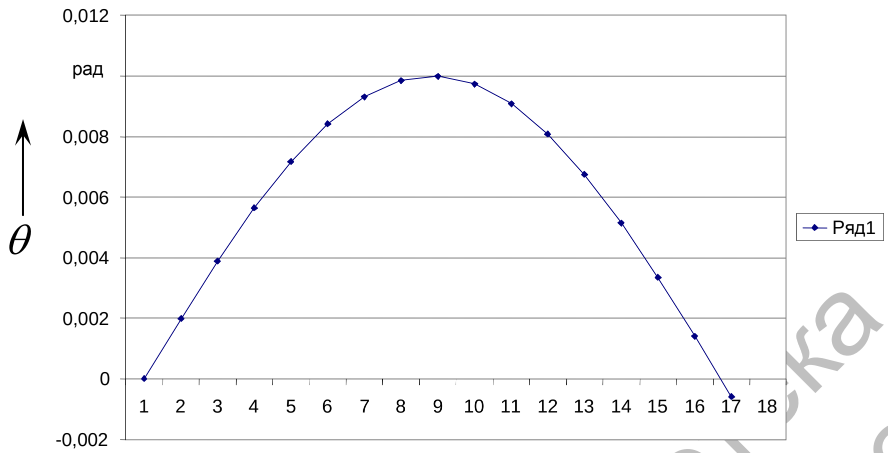
$$\ddot{\psi} = (-\cos\psi\cos\theta((\dot{\psi})^2 + (\dot{\theta})^2) +$$
$$+ 2\sin\psi\sin\theta\,\dot{\psi}\,\dot{\theta} - \cos\psi\sin\theta\,\ddot{\theta})/$$
$$/\sin\psi\cos\theta. \quad (11)$$

Заметим, что формулы (10) и (11) упрощены, в них отброшены слагаемые со вторыми производными от угла φ, поскольку предполагается равномерное вращение входного звена. Полученные формулы справедливы и для шарнира O_2, поскольку анализ показывает, что в нем происходят те же повороты на такие же углы, но в обратном порядке.

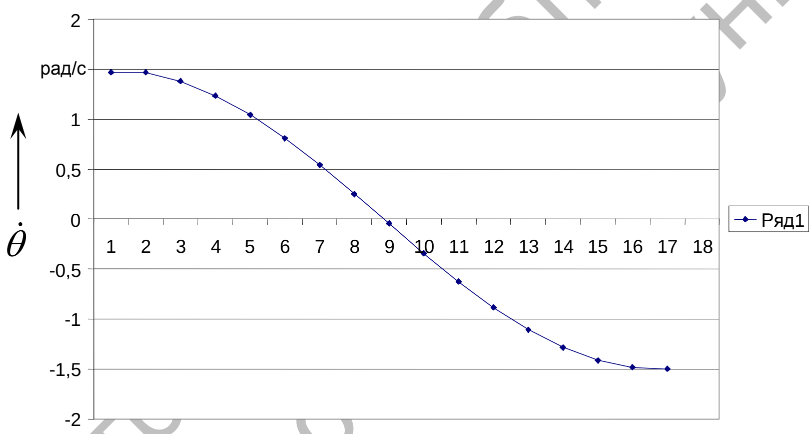
Приведенные выше формулы положены в основу алгоритма кинематического анализа пальцевого кардана. Они представлены в форме, которая предполагает численное моделирование на компьютере и последующий анализ результатов, поэтому в них фигурируют промежуточные переменные, вычисляемые на предыдущих этапах расчета.

Расчет произведен для реального изготовленного пальцевого кардана для планетарного механизма, фотография которого представлена на рис. 3.

а)



б)



в)

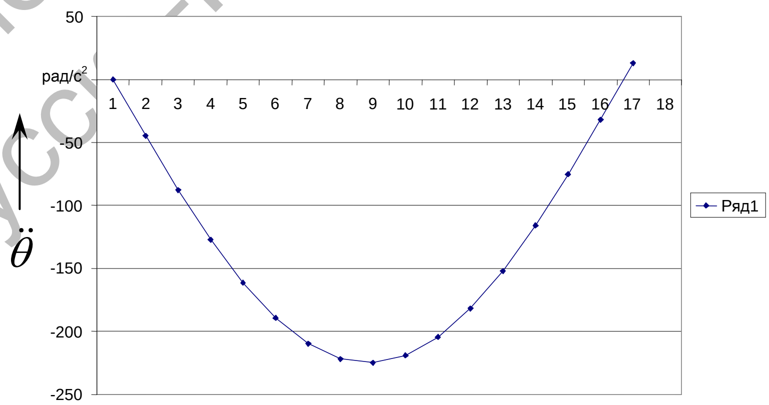


Рис. 6. Кинематические графики по координате θ: а – угол θ; б – угловая скорость $\dot{\theta}$; в – угловое ускорение $\ddot{\theta}$

В исходных данных принято: длина звена O_1O_2 равна 100 мм, эксцентриситет O_2O_3 равен 1 мм, угловая скорость входного вала -150 рад/с. На графиках (рис. 6) представлены результаты расчета по координате θ. По оси абсцисс отложен угол поворота эксцентрика O_2O_3, т. е. угол φ в пределах от 0 до 180°. Остальная часть в пределах 180–360° симметрична относительно оси абсцисс.

Соответствующие графики по координате ψ имеют подобный вид и для сокращения объема статьи здесь не приводятся.

Из анализа полученной в результате выполненного расчета информации видно, что закономерности изменения углов поворотов, угловой скорости и углового ускорения по координатам ψ и θ одинаковы и изменяются по закону, близкому к синусоидальному. Углы поворотов находятся в диапазоне от +0,01 рад до -0,01 рад, т. е. порядка 0,57 град, угловые скорости изменяются от +1,5 до -1,5 рад/с, угловые ускорения находятся в диапазоне от 0 до 220 рад/с^2. Полученные оценки позволяют судить об эффективности использования пальцевого кардана с назначенными параметрами.

Рассмотренная математическая модель пригодна и для анализа варианта схемы, когда ведомым является выходной вал, а колесо с внутренними зубьями заторможено (см. рис. 2). При этом относительные движения в кинематических парах стержневого кардана не изменяются и остаются справедливыми представленные выше формулы. Кроме того, данная модель справедлива и для обычного карданного вала с крестовинами.

Выводы

В статье приведены результаты теоретического и экспериментального исследования нового варианта механизма для передачи вращения от сателлита на выходной вал редуктора в планетарных механизмах схемы K-H-V. Исследовано принципиально новое исполнение механизма W в виде пальцевого кардана, не нашедшее пока применения в реальных конструкциях планетарных механизмов. Составлена математическая модель карданного механизма, которая может использоваться во многих приложениях. Применение пальцевого кардана снижает требования к точности изготовления деталей редуктора, не ухудшая эксплуатационных качеств. Предложенный механизм является более эффективным, чем используемые для тех же целей механизм крестовой муфты и механизм параллельных кривошипов, в котором происходит консольное нагружение пальцев, что порождает значительные конструктивные и технологические проблемы. Кроме того, применение пальцевого кардана позволяет расширить диапазон использования планетарных передач, выполненных по схеме K-H-V, упростить конструкцию и удешевить производство этого перспективного вида планетарных механизмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кудрявцев, В. Н.** Планетарные передачи / В. Н. Кудрявцев. – М. : Машиностроение, 1966. – 306 с.

2. **Веркер, А. Х.** Проектирование универсальных шарниров и ведущих валов / А. Х. Веркер, И. Р. Вагнер, Н. В. Вебстер. – Л. : Машиностроение, 199 . – 463 с.

3. **Пат. 4493 РБ, F 16 H 1/32.** Ременная планетарная передача / Л. А. Борисенко. – № 19980569 ; заявл. 15.06.98 ; опубл. 30.06.02. – 3 с.

4. **Пат. 4607 РБ, F 16 H 55/00.** Планетарная зубчатая передача / Л. А. Борисенко, А. А. Горшкова, И. В. Маевский. – № 20070888 ; заявл. 14.12.07 ; опубл. 30.08.08. – 3 с.

5. **Пат. 4250 РБ, F 16 H 55/00.** Планетарная передача с гибкой связью / Л. А. Борисенко, И. В. Маевский. – № 20070480 ; заявл. 29.06.07 ; опубл. 28.02.08. – 3 с.

6. **Борисенко, Л. А.** Исследование кинематики безлюфтовых планетарных передаточных механизмов для мехатронных модулей движения / Л. А. Борисенко [и др.] // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. – 2007. – № 4. – С. 23–30.

7. **Борисенко, Л. А.** Манипуляторы. Механика поворотов / Л. А. Борисенко. – Минск : Тэхналогія, 2001. – 121 с.

8. **Борисенко, Л. А.** Механика манипуляторов : монография / Л. А. Борисенко. – Могилев : Белорус. -Рос. ун-т, 2006. – 212 с.

Белорусско-Российский университет
Материал поступил 01.02.2009

L. A. Borisenko
Kinematics of the planetary reduction gear with a pin cardan

The results of the mathematical modeling of the cardan joint kinematics in the planetary mechanism of K-H-V circuit with a little difference in teeth numbers of the satellite and the supporting wheel are given in the paper. The cardan model and numerical modeling of the cardan kinematics were made on basis of the spatial turn theory. The experimental work of the pin cardan in the gear planetary mechanism has been carried out. The results of the research can be used in different attachments including cycloidal reduction gears, precessional planetary drives, which will help considerably simplify their manufacturing technique and reduce their cost.