

УДК 621.787:621.91

А. М. Довгалев, канд. техн. наук, доц., С. Н. Близнюк

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРУГОСИЛОВОГО МЕТОДА КОМБИНИРОВАННОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗАНИЕМ И ППД

На основе динамической модели упругосилового метода комбинированной обработки получены аналитические зависимости для выбора рациональных динамических параметров технологической системы, обеспечивающих гашение вынужденных колебаний в системе и повышение геометрической точности формообразования цилиндрических поверхностей. Выведены математические зависимости для расчета амплитуд и фаз колебаний детали, деформирующего узла упрочняющего и режущего инструментов при различных динамических параметрах системы.

Для описания упругих перемещений детали, режущего и деформирующего инструментов представим технологическую систему в виде механической системы, состоящей из сосредоточенных масс, соединенных упругими и диссипативными связями. Максимально упрощая расчетную схему, принимаем ее как

трехмассовую. При этом полагаем, что массы исследуемых объектов сосредоточены в центре масс, а деталь, режущий инструмент и деформирующий узел упрочняющего инструмента осуществляют плоское колебательное движение (рис. 1). Станину станка считаем жестким неподвижным телом.

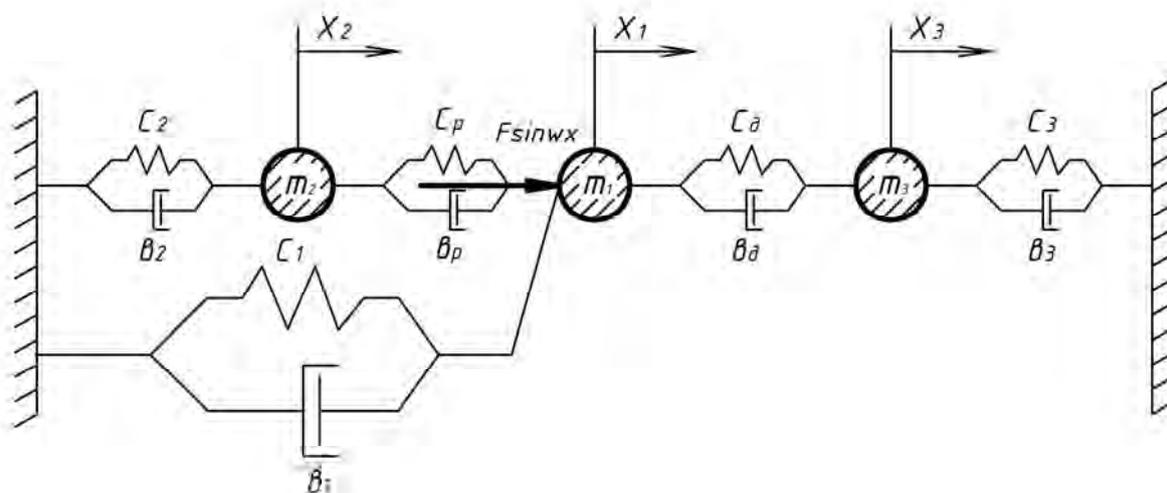


Рис. 1. Трехмассовая модель упругосилового метода комбинированной обработки резанием и ППД

В расчетной схеме используем следующие обозначения: m_1 – приведенная масса детали; m_2 – приведенная масса режущего инструмента; m_3 – приведенная масса деформирующего узла упрочняющего инструмента; c_1 – жесткость закрепления детали; c_2 – жесткость ре-

жущего инструмента; c_p – жесткость в зоне контакта детали и режущего инструмента; c_d – жесткость в зоне контакта детали и деформирующего инструмента; c_3 – жесткость деформирующего узла упрочняющего инструмента; v_1 – коэффициент демпфирования в месте

закрепления детали; ϵ_2 – коэффициент демпфирования в месте закрепления режущего инструмента; ϵ_p – коэффициент демпфирования в зоне контакта детали и режущего инструмента; ϵ_d – коэффициент демпфирования в зоне контакта детали и деформирующего узла упрочняющего инструмента; ϵ_3 – коэффициент демпфирования деформирующего узла упрочняющего инструмента; $F \sin \omega t$ – возмущающая сила, действующая на деталь (результатирующая возмущающей силы резания и деформирования за оборот детали).

За обобщенные координаты принимаем относительные перемещения масс, отсчитываемые от начала координат, расположенных в центре каждой массы.

Уравнения Лагранжа для рассматриваемой системы имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_1} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} + Q_{x_1}; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_2} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_2} + Q_{x_2}; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_3} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_3} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_3} + Q_{x_3}, \end{cases} \quad (1)$$

где T , Π и Φ – кинетическая энергия, потенциальная энергия и функция рассеивания системы соответственно; Q_{x_1} , Q_{x_2} , Q_{x_3} – обобщенные силы.

Запишем выражение для определения кинетической энергии системы:

$$T = \frac{1}{2} (m_1 \dot{x}_1^2 + m_2 \dot{x}_2^2 + m_3 \dot{x}_3^2). \quad (2)$$

При постоянной жесткости упругих элементов потенциальная энергия определяется из следующего выражения:

$$\Pi = \frac{1}{2} [c_1 x_1^2 + c_p (x_2 - x_1)^2 + c_d (x_3 - x_1)^2 + c_3 (x_2 - x_3)^2 + c_2 x_2^2]. \quad (3)$$

Функция рассеивания системы равна:

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[b_1 \dot{x}_1^2 + b_p (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2 + b_d (\dot{x}_3 - \dot{x}_1)^2 + b_3 (\dot{x}_2 - \dot{x}_3)^2 + b_2 \dot{x}_2^2 \right]. \quad (4)$$

Определим значение общих сил:

$$\delta x_1 \neq 0; \quad \delta x_2 = 0; \quad \delta x_3 = 0;$$

$$Q_{x_1} = \frac{\delta A_1}{\delta x_1} = \frac{F \sin \omega t \cdot \delta \cdot 1}{\delta x_1} = F \sin \omega t; \quad (5)$$

$$\delta x_1 = 0; \quad \delta x_2 \neq 0; \quad \delta x_3 = 0; \quad Q_{x_2} = 0; \quad (6)$$

$$\delta x_1 = 0; \quad \delta x_2 = 0; \quad \delta x_3 \neq 0; \quad Q_{x_3} = 0. \quad (7)$$

После подстановки в систему уравнений (1) вычисленных значений слагаемых запишем дифференциальные уравнения вынужденных колебаний масс в окончательном виде

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (b_1 + b_p + b_d) \dot{x}_1 + (c_1 + c_p + c_d) x_1 - \\ - b_p \dot{x}_2 - c_p x_2 - b_d \dot{x}_3 - c_d x_3 = F \sin \omega t; \\ m_2 \ddot{x}_2 + (b_2 + b_p) \dot{x}_2 + (c_2 + c_p) x_2 - \\ - b_p \dot{x}_1 - c_p x_1 = 0; \\ m_3 \ddot{x}_3 + (b_d + b_3) \dot{x}_3 + (c_d + c_3) x_3 - \\ - b_d \dot{x}_1 - c_d x_1 = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Найдем частное решение системы уравнений (8), соответствующее установившимся вынужденным колебаниям. С этой целью полагаем, что:

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1); \\ x_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2); \\ x_3 = A_3 \sin(\omega t + \varphi_3). \end{cases} \quad (9)$$

Исходя из последовательности вступления в работу режущего и деформирующего инструментов выбираем условия для частного решения системы уравнений (8), при которых обеспечивается гашение вынужденных колебаний в технологической системе [1].

1. В начале осуществления упругосилового метода комбинированной обработки, когда с поверхностью обрабатываемой шейки взаимодействует только деформирующий инструмент, предложено гашение колебаний в технологической системе обеспечить за счет выравнивания амплитуд колебаний детали и деформирующего узла упрочняющего инструмента и смещения фаз их колебаний на угол π :

$$A_1 - A_2 \sim 0; \quad \varphi_1 = \varphi_3 + \pi.$$

Минимизация колебаний детали обеспечивает плавное нагружение технологической системы силой резания при вступлении в работу режущего инструмента и приводит к повышению точности обработки.

Подставим значение $F \sin \omega t$ в следующем виде:

$$F \sin \omega t = F \sin [(\omega t + \varphi) - \varphi] = F \cos \varphi \sin(\omega t + \varphi) - F \sin \varphi \cos(\omega t + \varphi). \quad (10)$$

Считаем, что

$$\varphi_1 = \varphi; \quad \varphi_3 = \varphi + \pi.$$

Решение уравнений (8) будем искать в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin(\omega t + \varphi); \\ x_3 &= -A_3 \sin(\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (11)$$

Подставив в первое уравнение системы (8) параметры (11), запишем:

$$\begin{aligned} &-m_1 A_1 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) + (b_1 + b_p + b_d) \times \\ &\times A_1 \omega \cos(\omega t + \varphi) + (c_1 + c_p + c_d) \times \\ &\times A_1 \sin(\omega t + \varphi) + b_p A_2 \omega \cos(\omega t + \varphi) + \\ &+ c_p A_2 \sin(\omega t + \varphi) + b_d A_3 \omega \cos(\omega t + \varphi) + \\ &+ c_d A_3 \sin(\omega t + \varphi) = F \cos \varphi \sin(\omega t + \varphi) - \\ &- F \sin \varphi \cos(\omega t + \varphi). \end{aligned}$$

При равенстве значений при $\cos(\omega t + \varphi)$ и $\sin(\omega t + \varphi)$ имеем:

$$\begin{aligned} &-m_1 A_1 \omega^2 + (c_1 + c_p + c_d) A_1 + c_p A_2 + \\ &+ c_d A_3 = F \cos \varphi; \\ &b_d A_3 \omega + (b_1 + b_p + b_d) A_1 \omega + \\ &+ b_p A_2 \omega = -F \sin \varphi. \end{aligned} \quad (12)$$

Аналогично запишем для третьего уравнения системы (8):

$$\begin{aligned} &m_3 A_3 \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) - (b_d + b_3) \times \\ &\times A_3 \omega \cos(\omega t + \varphi) - (c_d + c_3) \times \\ &\times A_3 \sin(\omega t + \varphi) - b_d A_1 \omega \cos(\omega t + \varphi) - \\ &- c_d A_1 \sin(\omega t + \varphi) = 0. \end{aligned}$$

После преобразования запишем:

$$\begin{aligned} &m_3 A_3 \omega^2 - (c_d + c_3) A_3 - c_d A_1 = 0; \\ &b_d A_1 \omega + (b_d + b_3) A_3 \omega = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Пусть $A_1 = A_2 = A_3 = A$. Тогда из уравнений (12) и (13) получаем математические выражения для определения рациональных параметров системы: жесткости закрепления детали; приведенной массы и коэффициента демпфирования деформирующего узла упрочняющего инструмента:

$$\begin{aligned} c_1 &= m_1 \omega^2 - 2c_p - 2c_d - \\ &- ctg \varphi \cdot \omega \cdot (b_1 + 2b_p + 2b_d); \end{aligned} \quad (14)$$

$$m_3 = \frac{2c_d + c_3}{\omega^2}; \quad (15)$$

$$b_3 = 2b_d. \quad (16)$$

2. При совмещенной обработке шейки вала резанием и поверхностным пластическим деформированием гашение колебаний в технологической системе обеспечивается при равенстве амплитуд колебаний детали, режущего инструмента и деформирующего узла упрочняющего инструмента, смещении фаз колебаний детали и режущего инструмента на угол π и сближении фаз колебаний детали и деформирующего узла упрочняющего инструмента:

$$A_1 - A_2 \sim 0; \quad A_1 - A_3 \sim 0;$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \pi; \quad \varphi_1 - \varphi_3 \sim 0.$$

В этом случае достигается стабилизация размера динамической настройки режущего инструмента и повышение точности формообразования.

Решения уравнений (8) при этих условиях имеют вид:

$$c_1 = m_1 \omega^2 - 2c_p - ctg \varphi \cdot \omega \cdot (b_1 + 2b_p); \quad (17)$$

$$m_2 = \frac{2 \cdot C_p + C_2}{\omega^2}. \quad (18)$$

$$b_2 = 2b_p; \quad (19)$$

$$m_3 = \frac{2 \cdot c_3}{\omega^2}; \quad (20)$$

$$b_3 = 0. \quad (21)$$

3. В конце упругосилового метода комбинированной обработки, когда режущий инструмент снимет весь необходимый припуск на обработку, а в контакте с шейкой вала останется только деформирующий элемент, окончательно формирующий качественные характеристики поверхностного слоя, следует совместить фазы колебаний детали и деформирующего узла упрочняющего инструмента и выровнять по величине амплитуды их колебаний:

$$A_1 - A_3 \sim 0; \quad \varphi_1 - \varphi_3 \sim 0.$$

При этом обеспечивается постоянство натяга деформирования и, как следствие, повышение качественных характеристик упрочненной поверхности.

Решения уравнений системы (8) при данных условиях имеют вид:

$$c_1 = m_1 \omega^2 - 2c_p - ctg \varphi \cdot \omega \cdot (b_1 + 2b_p); \quad (22)$$

$$m_3 = \frac{2 \cdot c_3}{\omega^2}; \quad (23)$$

$$b_3 = 0. \quad (24)$$

Для определения параметров упругих перемещений детали, режущего и деформирующего инструментов при различных динамических параметрах, отличных от полученных в уравнениях (14)–(24), необходимо иметь общее решение системы (8). Общее решение уравнений системы (8) определим с помощью векторных диаграмм [3]:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t - \varphi_1);$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t - \varphi_2);$$

$$x_3 = A_3 \cos(\omega t - \varphi_3);$$

$$\dot{x}_1 = -\omega A_1 \sin(\omega t - \varphi_1) =$$

$$= \omega A_1 \cos(\omega t - \varphi_1 + \frac{\pi}{2});$$

$$\dot{x}_2 = -\omega A_2 \sin(\omega t - \varphi_2) =$$

$$= \omega A_2 \cos(\omega t - \varphi_2 + \frac{\pi}{2});$$

$$\dot{x}_3 = -\omega A_3 \sin(\omega t - \varphi_3) = \quad (25)$$

$$= \omega A_3 \cos(\omega t - \varphi_3 + \frac{\pi}{2});$$

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 A_1 \cos(\omega t - \varphi_1) =$$

$$= \omega^2 A_1 \cos(\omega t - \varphi_1 + \pi);$$

$$\ddot{x}_2 = -\omega^2 A_2 \cos(\omega t - \varphi_2) =$$

$$= \omega^2 A_2 \cos(\omega t - \varphi_2 + \pi);$$

$$\ddot{x}_3 = -\omega^2 A_3 \cos(\omega t - \varphi_3) =$$

$$= \omega^2 A_3 \cos(\omega t - \varphi_3 + \pi).$$

После подстановки значений (25) в уравнения (8) получим

$$m_1 \omega^2 A_1 \cos(\omega t - \varphi_1 + \pi) +$$

$$+ (b_1 + b_p + b_d) \omega A_1 \times$$

$$\times \cos(\omega t - \varphi_1 + \frac{\pi}{2}) +$$

$$+ b_p \omega A_2 \cos(\omega t - \varphi_2 + \frac{3\pi}{2}) + \quad (26)$$

$$+ b_d \omega A_3 \cos(\omega t - \varphi_3 + \frac{3\pi}{2}) +$$

$$+ (c_1 + c_p + c_d) A_1 \cos(\omega t - \varphi_1) +$$

$$+ c_p A_2 \cos(\omega t - \varphi_2 + \pi) +$$

$$+ c_d A_3 \cos(\omega t - \varphi_3 + \pi) = F \cos \omega t.$$

$$\begin{aligned}
 & m_2 \omega^2 A_2 \cos(\omega t - \varphi_2 + \pi) + \\
 & + (b_2 + b_p) \omega A_2 \cos(\omega t - \varphi_2 + \frac{\pi}{2}) + \\
 & + b_p \omega A_1 \cos(\omega t - \varphi_1 + \frac{3\pi}{2}) + \\
 & + (c_2 + c_p) A_2 \cos(\omega t - \varphi_2) + \\
 & + c_p A_1 \cos(\omega t - \varphi_1 + \pi) = 0.
 \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
 & m_3 \omega^2 A_3 \cos(\omega t - \varphi_3 + \pi) + \\
 & + (b_3 + b_d) \omega A_3 \cos(\omega t - \varphi_3 + \frac{\pi}{2}) + \\
 & + b_d \omega A_1 \cos(\omega t - \varphi_1 + \frac{3\pi}{2}) + \\
 & + (c_3 + c_d) A_3 \cos(\omega t - \varphi_3) + \\
 & + c_d A_1 \cos(\omega t - \varphi_1 + \pi) = 0.
 \end{aligned} \tag{28}$$

На основе векторной диаграммы, представленной на рис. 2, запишем, что

$$F = F_1 - R, \tag{29}$$

где векторы F_1 , F_2 , F_3 и R соответственно равны:

$$F_1 = \sqrt{(b_1 + b_p + b_d)^2 A_1^2 \omega^2 + [(c_1 + c_p + c_d) A_1 - m_1 \omega^2 A_1]^2}; \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
 R &= F_2^2 + F_3^2 - 2F_2 F_3 \cos \gamma'' = \\
 &= A_2^2 (c_p^2 + b_p^2 \omega^2) + A_3^2 (c_d^2 + b_d^2 \omega^2) - \\
 &- 2A_2 A_3 \sqrt{(c_p^2 + b_p^2 \omega^2)(c_d^2 + b_d^2 \omega^2)} \cos \gamma''; \tag{31}
 \end{aligned}$$

$$F_2 = A_2 \sqrt{c_p^2 + b_p^2 \omega^2}; \tag{32}$$

$$F_3 = A_3 \sqrt{c_d^2 + b_d^2 \omega^2}. \tag{33}$$

Подставив уравнения (30) и (31) в (29), получим

$$\begin{aligned}
 F &= \sqrt{(b_1 + b_p + b_d)^2 A_1^2 \omega^2 + [(c_1 + c_p + c_d) A_1 - m_1 \omega^2 A_1]^2} - \\
 &- A_2^2 (c_p^2 + b_p^2 \omega^2) - A_3^2 (c_d^2 + b_d^2 \omega^2) + \\
 &+ 2A_2 A_3 \sqrt{(c_p^2 + b_p^2 \omega^2)(c_d^2 + b_d^2 \omega^2)} \cos \gamma''. \tag{34}
 \end{aligned}$$

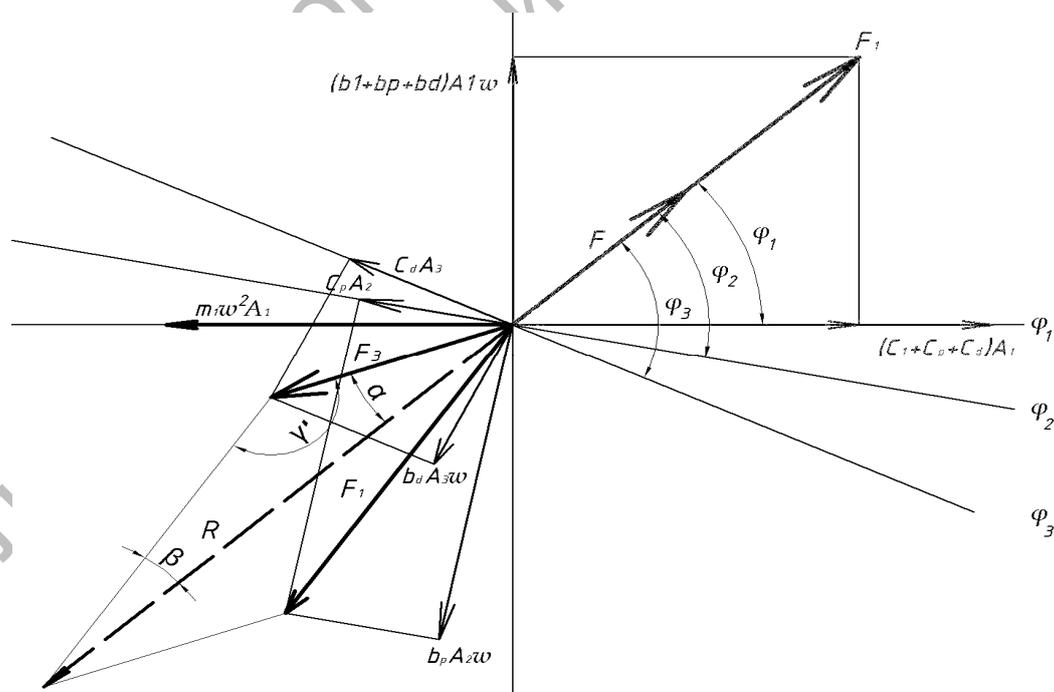


Рис. 2. Векторная диаграмма для уравнения (26)

Из (34) найдем значения амплитуды A_1 и фазы колебаний φ_1 :

$$A_1 = \left[F + A_2^2(c_p^2 + b_p^2\omega^2) + A_3^2(c_d^2 + b_d^2\omega^2) - 2A_2A_3 \times \sqrt{(c_p^2 + b_p^2\omega^2)(c_d^2 + b_d^2\omega^2)} \cos \gamma'' \right] / \sqrt{(b_1 + b_p + b_d)^2 A_1^2 \omega^2 + [(c_1 + c_p + c_d)A_1 - m_1\omega^2 A_1]^2}; \quad (35)$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{(b_1 + b_p + b_d)\omega}{(c_1 + c_p + c_d) - m_1\omega^2}, \quad (36)$$

где γ'' – угол между векторами F_3 и F_1 .

Согласно векторной диаграмме, изображенной на рис. 3, запишем:

$$R_1 = R_2;$$

$$R_1 = \sqrt{c_p^2 A_1^2 + b_p^2 A_1^2 \omega^2} = A_1 \sqrt{c_p^2 + b_p^2 \omega^2}; \quad (37)$$

$$R_2 = \sqrt{(b_2 + b_p)^2 A_2^2 \omega^2 + [(c_2 + c_p)A_2 - m_2\omega^2 A_2]^2} =$$

$$= A_2 \sqrt{(b_2 + b_p)^2 \omega^2 + [(c_2 + c_p) - m_2\omega^2]^2}. \quad (38)$$

С учетом равенства векторов R_1 и R_2 имеем:

$$A_1 \sqrt{c_p^2 + b_p^2 \omega^2} = A_2 \sqrt{(b_2 + b_p)^2 \omega^2 + [(c_2 + c_p) - m_2\omega^2]^2}. \quad (39)$$

Из выражения (39) найдем значения амплитуды A_2 и фазы колебаний φ_2 :

$$A_2 = \frac{A_1 \sqrt{c_p^2 + b_p^2 \omega^2}}{\sqrt{(b_2 + b_p)^2 \omega^2 + [(c_2 + c_p) - m_2\omega^2]^2}}; \quad (40)$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{(b_2 + b_p)\omega}{(c_2 + c_p) - m_2\omega^2}. \quad (41)$$

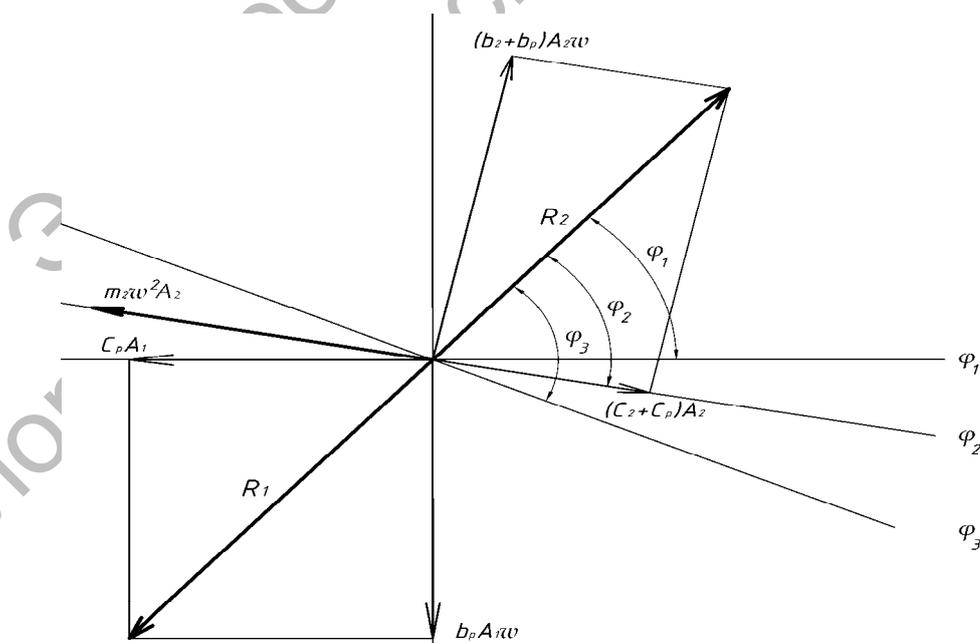


Рис. 3. Векторная диаграмма для уравнения (27)

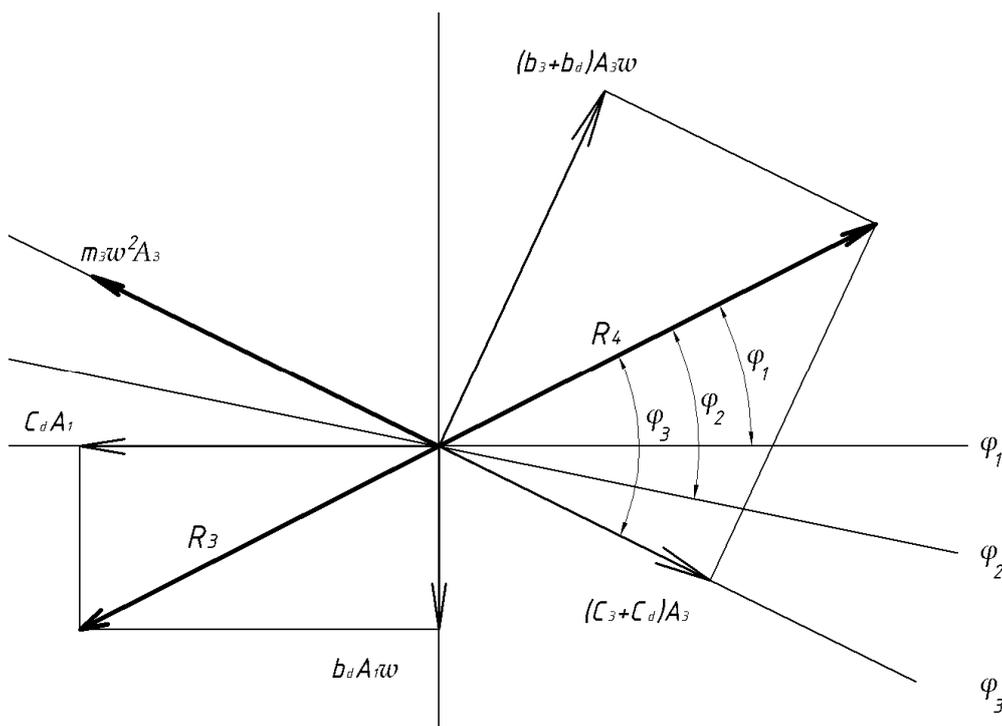


Рис. 4. Векторная диаграмма для уравнения (28)

Из векторной диаграммы, показанной на рис. 4, получаем:

$$R_3 = R_4;$$

$$R_3 = \sqrt{c_d^2 A_1^2 + b_d^2 A_1^2 \omega^2} = A_1 \sqrt{c_d^2 + b_d^2 \omega^2}; \quad (42)$$

$$R_3 = \sqrt{(b_3 + b_d)^2 A_3^2 \omega^2 + [(c_3 + c_d) A_3 - m_3 \omega^2 A_3]^2} = A_3 \sqrt{(b_3 + b_d)^2 \omega^2 + [(c_3 + c_d) - m_3 \omega^2]^2}; \quad (43)$$

$$A_1 \sqrt{c_d^2 + b_d^2 \omega^2} = A_3 \sqrt{(b_3 + b_d)^2 \omega^2 + [(c_3 + c_d) - m_3 \omega^2]^2}. \quad (44)$$

Из уравнения (44) найдем значения амплитуды A_3 и фазы колебаний φ_3 :

$$A_3 = \frac{A_1 \sqrt{c_d^2 + b_d^2 \omega^2}}{\sqrt{(b_3 + b_d)^2 \omega^2 + [(c_3 + c_d) - m_3 \omega^2]^2}}; \quad (45)$$

$$\varphi_3 = \arctg \frac{(b_3 + b_d) \omega}{(c_3 + c_d) - m_3 \omega^2}. \quad (46)$$

На основе разработки и анализа динамической модели упругосилового метода комбинированной обработки резанием и ППД получены аналитические зависимости для определения рациональных динамических параметров технологической системы, при которых обеспечивается гашение вынужденных колебаний детали, режущего и деформирующего инструментов.

Найдено общее решение уравнений динамической модели, позволяющее определять упругие перемещения детали, режущего и деформирующего инструментов при различных динамических параметрах системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Довгалец, А. М. Управление колебаниями при упругосиловом методе комбинированной обработки / А. М. Довгалец, С. Н. Ближнюк // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : материалы междунар. науч.-техн. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2008. – С. 89.

2. **Близнюк, С. Н.** Малооперационные технологии изготовления валов с применением совмещенной обработки резанием и ППД / С. Н. Близнюк, А. М. Довгалева // *Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии : мате-*

риалы междунар. науч.-техн. конф. – Могилев : Белорус.-Рос. ун-т, 2008. – С. 70.

3. **Мичулин, В. В.** Основы теории колебаний / В. В. Мичулин. – М. : Наука, 1978. – С. 392.

Белорусско-Российский университет
Материал поступил 18.12.2008

A. M. Dovgalev, S. N. Blizniuk
Dynamic model of elastic force method
of combined machining by cutting and
surface plastic deformation

On the basis of the dynamic model of the elastic force method of combined machining analytical dependences for choosing rational dynamical parameters of the technological system have been obtained, which ensure forced oscillations damping in the system and increase of accuracy of cylindrical surfaces geometric relationship. Mathematical dependences for calculation of amplitudes and oscillation phases of a work piece, of a deformation unit of hardening and cutting tools under different dynamical system parameters have been derived.