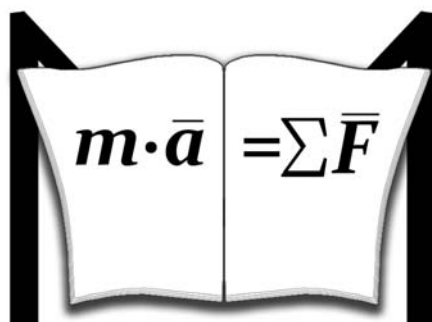


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Механика»

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

*Методические рекомендации к самостоятельной работе
для студентов специальности
1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные,
дорожные машины и оборудование (по направлениям)»
заочной формы обучения*



Могилев 2020

УДК 539.3/.6
ББК 30.121
М55

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Механика» «21» мая 2020 г., протокол № 11

Составитель ст. преподаватель Е. Г. Кривоногова

Рецензент канд. техн. наук, доц. А. Е. Науменко

Приведены примеры решения задач, которые могут быть использованы студентами в самостоятельной работе.

Учебно-методическое издание

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ

Ответственный за выпуск

П. Н. Громько

Корректор

А. А. Подошевко

Компьютерная верстка

Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л . Уч.-изд. л. . Тираж 56 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2020

Содержание

Введение.....	4
1 Расчет на прочность и жесткость при растяжении (сжатии).....	6
2 Расчет статически определимой балки на прочность при изгибе.....	8
3 Кручение стального стержня.....	13
4 Устойчивость центрально-сжатых стержней.....	15
5 Принципы расчета конструкций при динамическом воздействии. Расчеты на прочность и жесткость при ударе	21
6 Расчеты на прочность при переменных напряжениях.....	26
Список литературы.....	27

Введение

Цель преподавания дисциплины «Механика материалов» – научить студента правильному решению задач расчета на прочность, жесткость и устойчивость конструкций, используемых в сложных эксплуатационных условиях под действием как статических, так и динамических нагрузок, рациональному назначению конструкционных материалов и формы поперечного сечения, обеспечивающих требуемые показатели надежности, безопасности, экономичности и эффективности изделий.

Методические рекомендации помогут сформировать у студентов нижеперечисленные компетенции.

АК-1. Способен применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Способен работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течении всей жизни.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике (критическое мышление).

СЛК-6. Уметь работать в команде.

СЛК-7. Самостоятельно приобретать и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-7. Принимать тактические обоснованные решения при эксплуатации и применении военной инженерной техники в боевой обстановке и в мирное время.

ПК-8. Способен в составе коллектива исполнителей участвовать в разработке технологической документации для производства, модернизации, эксплуатации и технического обслуживания, наземных транспортно-технологических машин и их технологического оборудования.

ПК-9. Организовывать и проводить мероприятия по укреплению и поддержанию воинской дисциплины и правопорядка.

ПК-10. Владеть методами определения технико-экономических показателей ПТМ и СДМ.

ПК-11. Владеть методами расчета энергетических, кинематических, динамических и силовых параметров ПТМ и СДМ и их проектирования.

ПК-12. Владеть методами контроля параметров машин (ПТМ и СДМ), применяемых в строительном комплексе.

ПК-13. Владеть методами диагностирования и оценки остаточного ресурса конструкций, механизмов и деталей ПТМ и СДМ.

ПК-14. Владеть методами монтажа, наладки, испытаний ПТМ и СДМ, лифтов и подъемников.

ПК-15. Владеть способами оценки и уменьшения влияния ПТМ и СДМ на окружающую среду.

ПК-16. Оценивать патентоспособность технических решений, проводить патентные исследования.

ПК-17. Оценивать при проектировании безопасность конструкций ПТМ и СДМ.

ПК-18. В составе группы специалистов по проектированию ПТМ и СДМ, лифтов и подъемников или самостоятельно разрабатывать перспективный план развития отдельных машин, выполнять технико-экономическое обоснование структурной единицы машины или машины в целом.

Перед тем как приступить к самостоятельной работе студентам предлагается изучить материал темы по конспекту лекций и рекомендуемой литературе [1–5], разобрать решение приведенных типовых примеров и проработать материал для самопроверки.

Методические рекомендации к самостоятельной работе предназначены для студентов специальности 1-36 11 01 «Подъемно-транспортные, строительные, дорожные машины и оборудование (по направлениям)» заочной формы обучения в рамках изучения дисциплины «Механика материалов».

1 Расчет на прочность и жесткость при растяжении (сжатии)

Пример – Для данного ступенчатого бруса (рисунок 1.1), построить эпюры нормальных сил, нормальных напряжений и определить перемещение свободного конца стержня, если $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

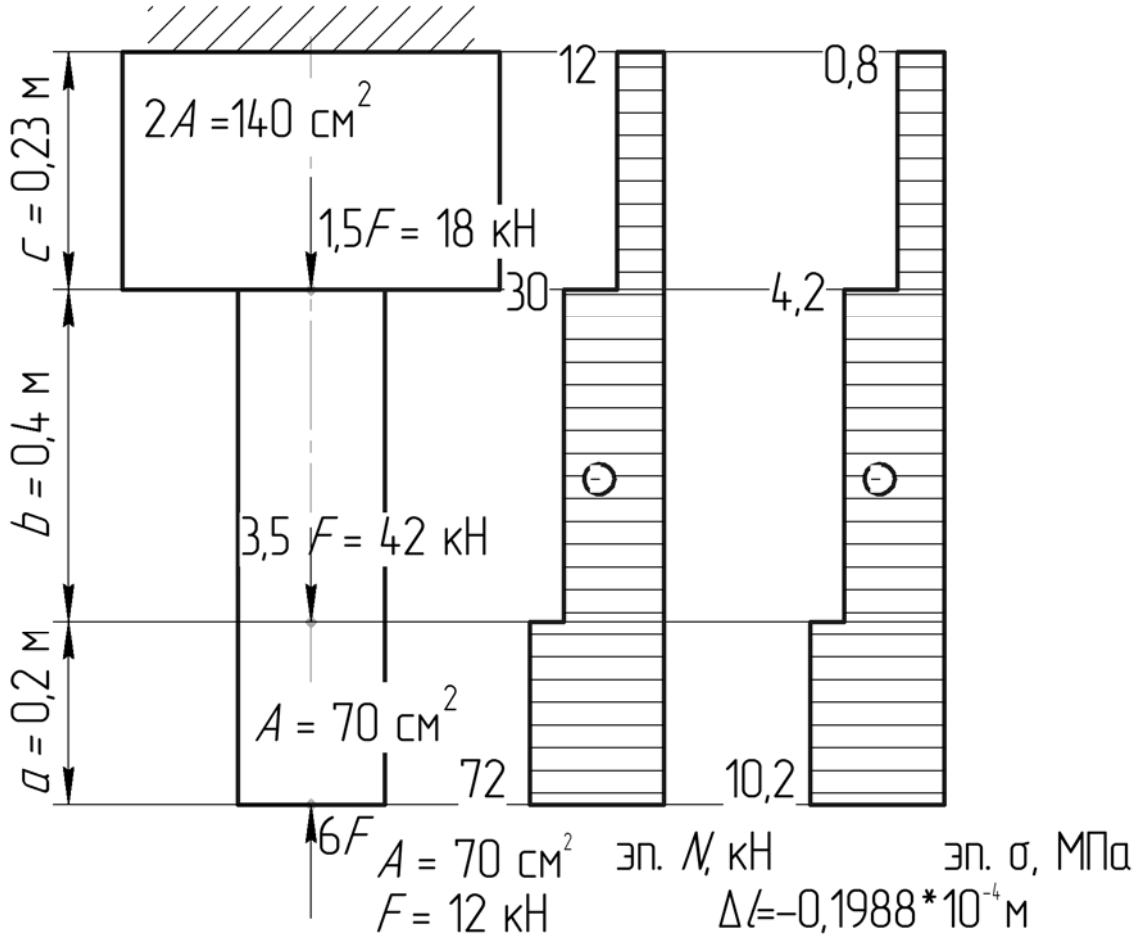


Рисунок 1.1 – Расчетная схема и построенные эпюры нормальных сил и нормальных напряжений

Осуществляем перевод значений в СИ.

$$F = 12 \text{ кН} = 12 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

$$A = 70 \text{ см}^2 = 70 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

$$2A = 2 \cdot 70 = 140 \text{ см}^2 = 140 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Решение

- 1 Отмечаем участки на рисунке 1.1.
- 2 Определяем значения продольной (нормальной) силы N на участках бруса:

$$N_1 = -F = -6 \cdot 12 = -72 \text{ кН};$$

$$N_2 = -6F + 3,5F = -72 + 42 = -30 \text{ кН};$$

$$N_3 = -6F + 3,5F + 1,5F = -72 + 42 + 18 = -12 \text{ кН}.$$

Строим эпюру продольных сил (см. рисунок 1.1).

3 Вычисляем значения нормальных напряжений:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = -\frac{72 \cdot 10^3}{70 \cdot 10^{-4}} = -1,028 \cdot 10^7 \text{ Па} = -10,28 \text{ МПа};$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{30 \cdot 10^3}{70 \cdot 10^{-4}} = -0,428 \cdot 10^7 \text{ Па} = -4,28 \text{ МПа};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2A_3} = -\frac{12 \cdot 10^3}{140 \cdot 10^{-4}} = -0,0857 \cdot 10^7 \text{ Па} = -0,86 \text{ МПа}.$$

Строим эпюру нормальных напряжений (см. рисунок 1.1).

4 Определяем перемещение свободного конца:

$$\Delta l = \pm \Delta l_1 \pm \Delta l_2 \pm \Delta l_3;$$

$$\begin{aligned} \Delta l &= \pm \frac{N_1 \cdot a}{E \cdot A} \pm \frac{N_2 \cdot b}{E \cdot A} \pm \frac{N_3 \cdot c}{E \cdot A} = -\frac{72 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 70 \cdot 10^{-4}} - \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 70 \cdot 10^{-4}} - \\ &- \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 0,23 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 140 \cdot 10^{-4}} = -0,10286 \cdot 10^{-4} - 0,0857 \cdot 10^{-4} - 0,00986 \cdot 10^{-4} = \\ &= 0,198 \cdot 10^{-4} \text{ м}. \end{aligned}$$

Задания для самостоятельной работы

Для расчетных схем, представленных на рисунке 1.2, требуется:

- 1) построить эпюры нормальных (продольных) сил и нормальных напряжений;
- 2) определить перемещение свободного конца.

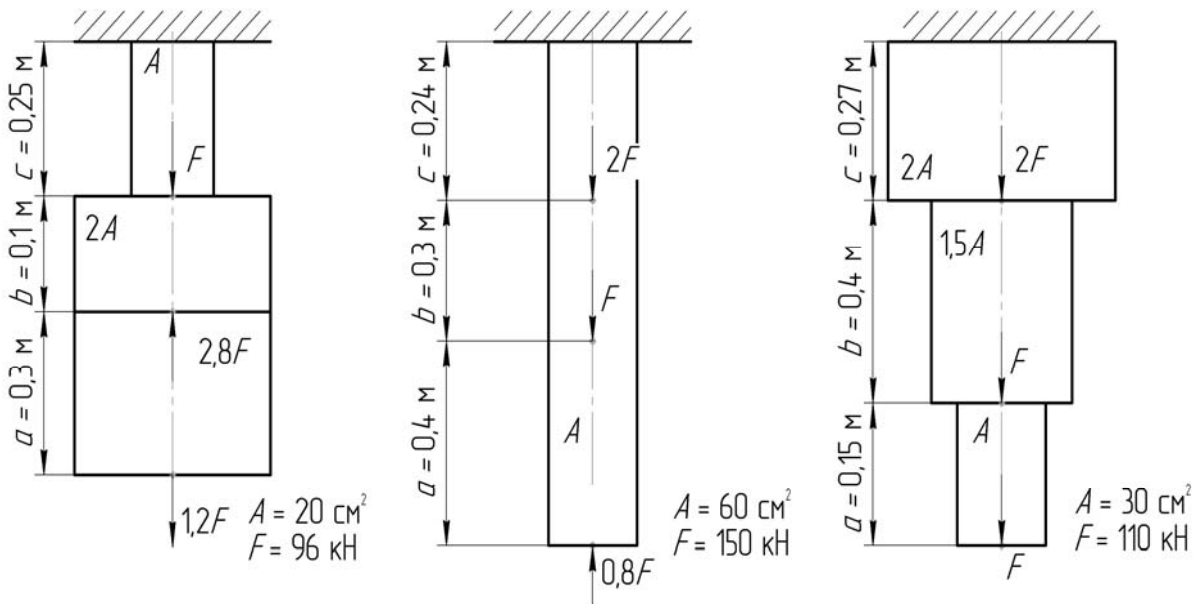


Рисунок 1.2 – Задания для самостоятельной работы

2 Расчет статически определимой балки на прочность при изгибе

Пример – При прямом поперечном изгибе балки в ее поперечных сечениях возникают нормальные σ и касательные τ напряжения.

Нормальные напряжения в любом слое произвольного поперечного сечения можно определить по формуле

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma], \quad (2.1)$$

где M_x – изгибающий момент в рассматриваемом сечении;

W_x – осевой момент сопротивления поперечного сечения;

$[\sigma]$ – допускаемое напряжение для материала, из которого изготовлена балка.

Исходные данные: схема балки с указанием численных величин нагрузок и линейных размеров, величины допускаемого нормального и касательного напряжений.

Требуется: подобрать поперечное сечение балки в виде двутавра из условия прочности по нормальным напряжениям, если допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

Решение

Вычерчиваем заданную балку с указанием внешних нагрузок и линейных размеров (рисунок 2.1). Определяем опорные реакции:

$$\sum M_A = q \cdot 2 \cdot 3 - R_B \cdot 4 + P \cdot 5 = 20 \cdot 2 \cdot 3 - R_B \cdot 4 + 25 \cdot 5 = 0;$$

$$R_B = \frac{20 \cdot 2 \cdot 3 + 25 \cdot 5}{4} = 61,25 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = -q \cdot 2 \cdot 1 + R_A \cdot 4 + P \cdot 1 = -20 \cdot 2 \cdot 1 + R_A \cdot 4 + 25 \cdot 1 = 0;$$

$$R_A = \frac{20 \cdot 2 \cdot 1 - 25 \cdot 1}{4} = 3,75 \text{ кН}.$$

Проверка:

$$\sum y = R_A - q \cdot 2 + R_B - P = 3,75 - 20 \cdot 2 + 61,25 - 25 = 0.$$

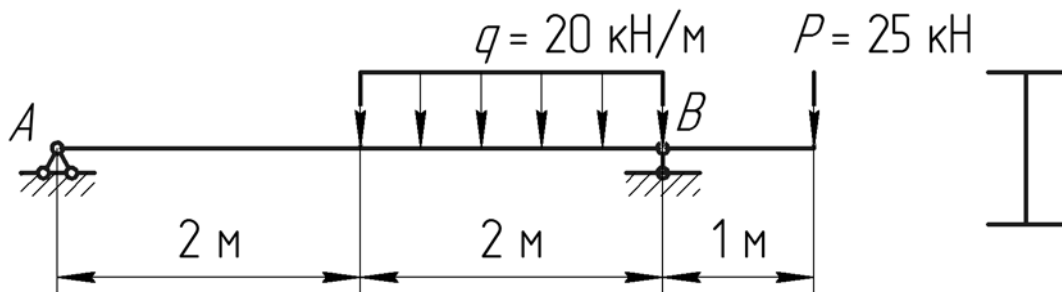


Рисунок 2.1 – Расчетная схема балки

Разбиваем балку на характерные участки (рисунок 2.2, а).

Первый участок: $0 \leq z_1 \leq 2$ м.

$$Q_1 = R_A = 3,75 \text{ кН};$$

$$M_1 = R_A \cdot z_1 = 3,75 \cdot z_1 = \Big|_0^2 0 = \Big|_2 3,75 \cdot 2 = 7,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Второй участок: $0 \leq z_2 \leq 2$ м.

$$Q_2 = R_A - q \cdot z_2 = 3,75 - q \cdot z_2 = \Big|_0^2 3,75 = \Big|_2 3,75 - 20 \cdot 2 = -36,25 \text{ кН};$$

$$\begin{aligned} M_2 &= R_A \cdot (2 + z_2) - q \cdot \frac{z_2^2}{2} = 3,75 \cdot (2 + z_2) - q \cdot \frac{z_2^2}{2} = \\ &= \Big|_0^2 7,5 \text{ кН} \cdot \text{м} = \Big|_2 3,75 \cdot (2 + 2) - 20 \cdot \frac{2^2}{2} = -25 \text{ кН} \cdot \text{м}; \end{aligned}$$

$$M_2 = R_A \cdot (2 + z_2) - q \cdot \frac{z_2^2}{2} = 3,75 \cdot (2 + z_2) - q \cdot \frac{z_2^2}{2} \Big|_0 7,5 =$$

$$= \Big|_2 3,75 \cdot (2 + 2) - 20 \cdot \frac{2^2}{2} = -25 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

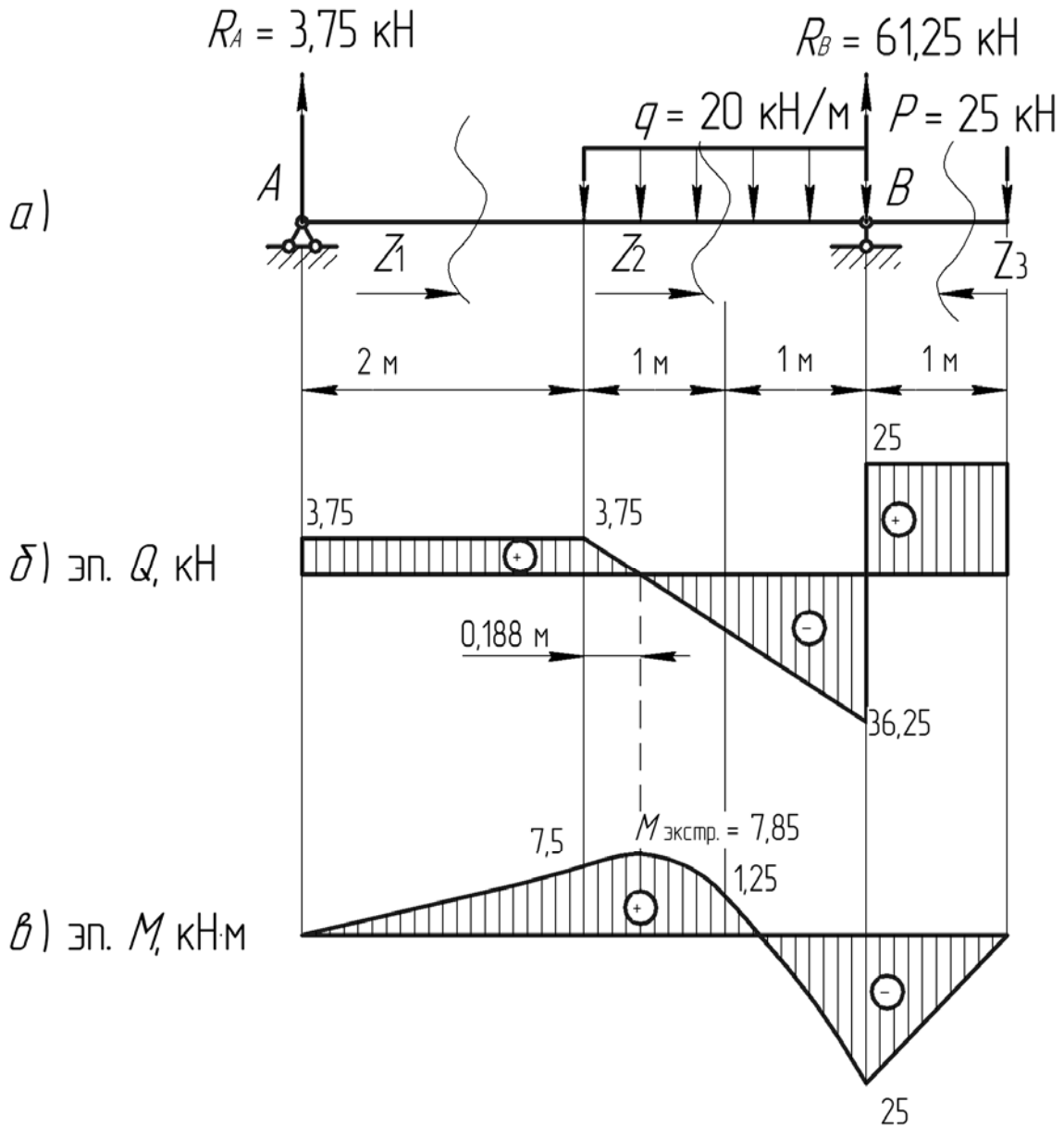


Рисунок 2.2 – Расчетная схема балки и эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Исследование на экстремум:

$$Q_2 = R_A - q \cdot z_2 = 3,75 - 20 \cdot z_2 = 0;$$

откуда

$$z_2 = \frac{37,5}{20} = 0,188 \text{ м}.$$

$$M_2^{\text{экстр}} = 3,75 \cdot (2 + 0,188) - 20 \cdot \frac{0,188^2}{2} = 7,85 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Третий участок: $0 \leq z_3 \leq 1 \text{ м}$.

$$Q_3 = P = 25 \text{ кН};$$

$$M_3 = -P \cdot z_3 = -25 \cdot z_3 = \Big|_0^1 0 = \Big|_1 -25 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По рассчитанным значениям строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рисунок 2.2, б, в).

Максимальное значение изгибающего момента $M_{\text{max}} = 25 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Из условия прочности рассчитываем величину осевого момента сопротивления поперечного сечения:

$$W_x \geq \frac{M_{\text{max}}}{\sigma} = \frac{25 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 156 \text{ см}^3.$$

По ГОСТ 8239–89 выбираем сечения с близкими значениями осевых моментов сопротивления: двутавр № 18 ($W_x = 143 \text{ см}^3$) и двутавр № 20 ($W_x = 184 \text{ см}^3$). Проверяем прочность выбранных двутавровых сечений по нормальным напряжениям.

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{25 \cdot 10^3}{143 \cdot 10^{-6}} = 174,8 \text{ МПа}.$$

Находим величину перенапряжения балки:

$$\delta = \frac{\sigma_{\text{max}} - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100 \% = \frac{174,8 - 160}{160} \cdot 100 \% = 9,27 \%,$$

что превышает допустимые 5 %. Следовательно, проверяем на прочность двутавр № 20:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{25 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-6}} = 135,9 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}.$$

Условие прочности по нормальным напряжениям выполняется.

Вывод: в качестве поперечного сечения балки выбран двутавр № 20, для которого выполняется условие прочности.

Задания для самостоятельной работы

Подобрать поперечное сечение балки в виде двутавра из условия прочности по нормальным напряжениям, для расчетных схем, представленных на рисунке 2.3, если допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

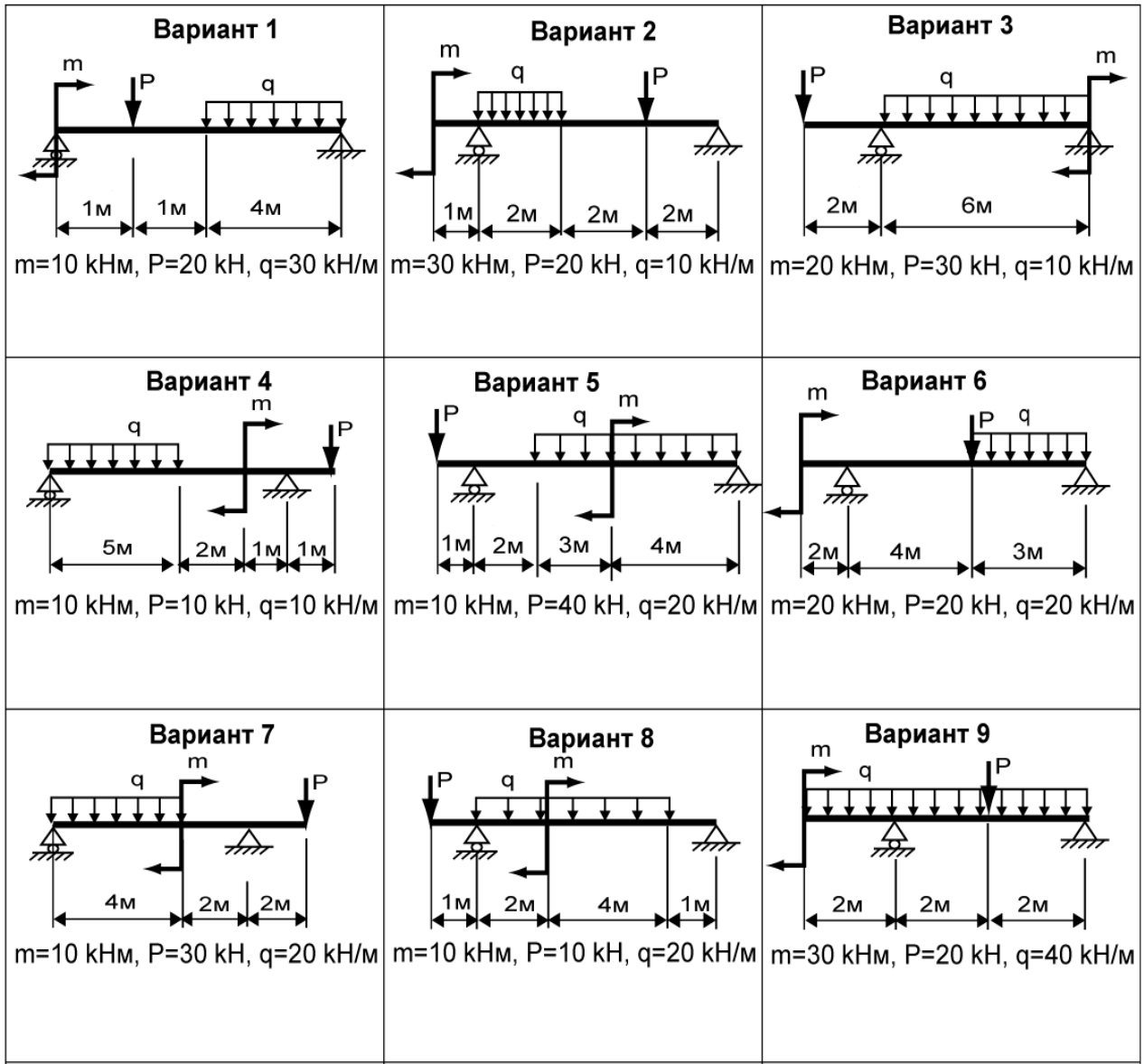


Рисунок 2.3 – Задания для самостоятельной работы

3 Кручение стального стержня

Пример

Исходные данные: стальной стержень постоянного поперечного сечения (рисунок 3.1) $[\tau_k] = 30 \text{ МПа}$; $[\varphi_0] = 0,02 \text{ рад/м}$; $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Требуется:

- 1) определить значения моментов M_1, M_2, M_3, M_4 ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов;
- 3) определить диаметр вала из условий прочности и жесткости, приняв поперечное сечение стержня в виде окружности.

Окончательно принимаемое значение диаметра должно быть округлено до ближайшего четного или оканчивающегося на пять числа.

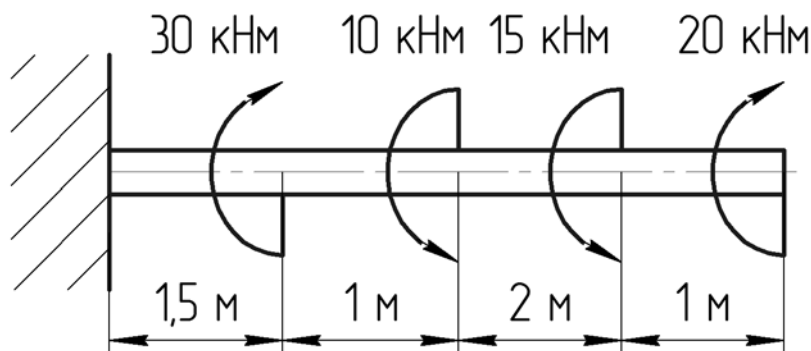


Рисунок 3.1 – Расчетная схема

Решение

- 1 Определяем крутящий момент по участкам вала.

$$M_1 = 20 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_2 = 20 - 15 = 5 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_3 = 20 - 15 - 10 = -5 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$M_4 = 20 - 15 - 10 + 30 = 25 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Строим эпюру крутящих моментов (рисунок 3.2).

- 2 Определяем диаметр вала из условий прочности и жесткости.

$$M_{кр \max} = 25 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Сечение вала – круг.

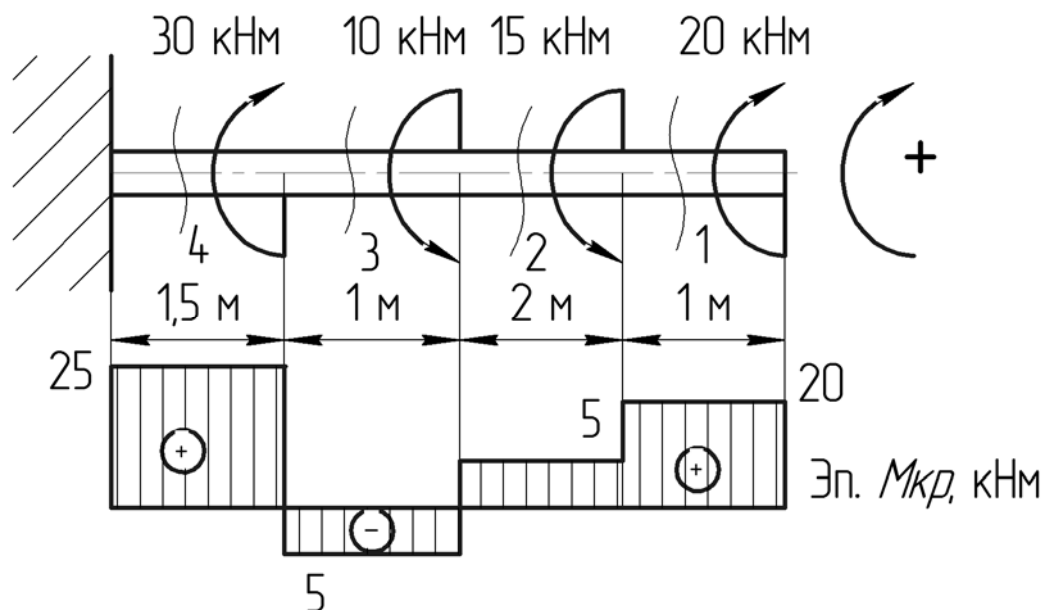


Рисунок 3.2 – Построение эпюры $M_{кр}$

Из условия прочности

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{кр \max}}{\pi \cdot [\tau_k]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 25 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 30 \cdot 10^6}} = 0,162 \text{ м} = 162 \text{ мм.}$$

Принимаем $d = 162 \text{ мм.}$

Из условия жесткости

$$d = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{кр \max}}{\pi \cdot G \cdot [\varphi_0]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 25 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 0,02}} = 112,3 \text{ мм.}$$

Принимаем $d = 112 \text{ мм.}$

Вывод: требуемые диаметры окончательно принимаем из расчетов на прочность: $d = 162 \text{ мм.}$

Задания для самостоятельной работы

Для расчетных схем, представленных на рисунке 3.3, требуется:

- 1) определить значения моментов M_1, M_2, M_3, M_4 ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов;
- 3) определить диаметр вала из условий прочности и жесткости, приняв поперечное сечение стержня в виде окружности.

Окончательно принимаемое значение диаметра должно быть округлено до ближайшего четного или оканчивающегося на пять числа.

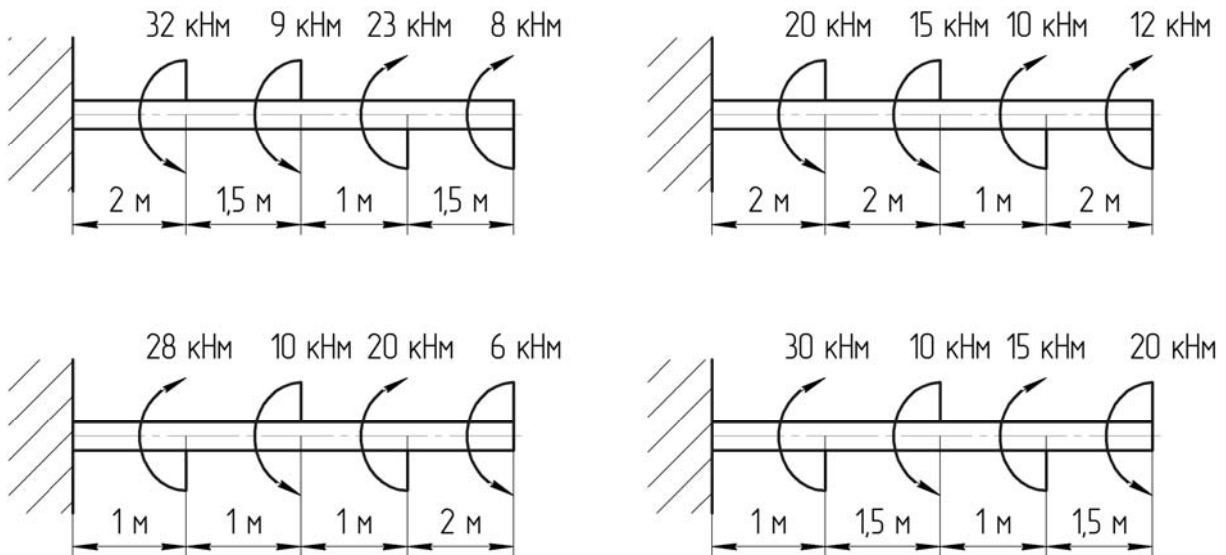


Рисунок 3.3 – Задания для самостоятельной работы

4 Устойчивость центрально-сжатых стержней

Пример – Подобрать поперечное сечение колонны в виде двух двутавров (рисунок 4.1) при помощи метода последовательных приближений, определить величину критической силы $P_{кр}$ и коэффициент запаса устойчивости. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

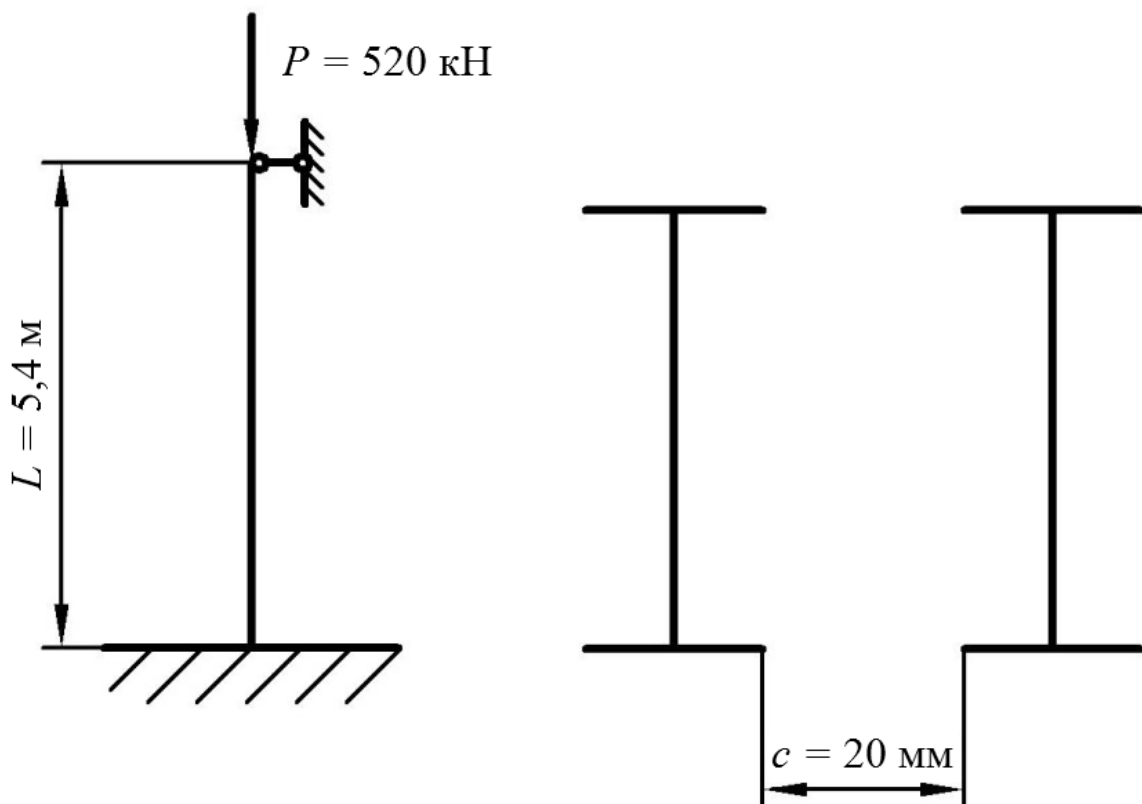


Рисунок 4.1 – Схема закрепления и поперечное сечение колонны

Решение

Расчет размеров поперечного сечения ведем методом последовательных приближений из условия устойчивости.

Первое приближение.

Пусть $\varphi_1 = 0,5$.

Тогда расчетная площадь одного двутавра

$$A_1^{расч} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{\varphi_1 \cdot [\sigma]} = \frac{520 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 3,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 32,5 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8239–89 выбираем двутавр № 24: $A_1^{ог} = 34,8 \text{ см}^2$; $I_{x1} = 3460 \text{ см}^4$; $I_{y1} = 198 \text{ см}^4$; $b_1 = 115 \text{ мм}$.

Определяем геометрические характеристики всего сечения относительно главных центральных осей инерции X_c и Y_c (рисунок 4.2).

Площадь сечения определяем следующим образом:

$$A_1 = 2 \cdot A_1^{ог} = 2 \cdot 34,8 = 69,6 \text{ см}^2.$$

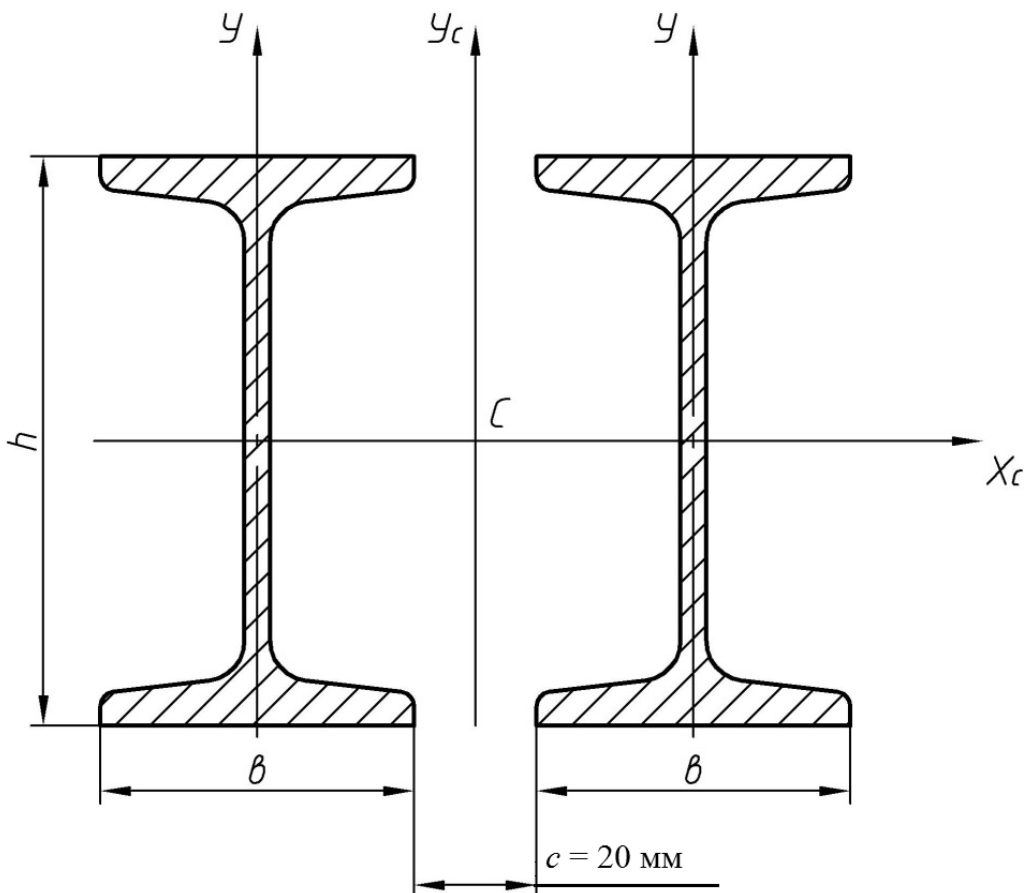


Рисунок 4.2 – Поперечное сечение колонны

Главные центральные моменты инерции сечения определяем следующим образом:

$$I_{x_c1} = 2 \cdot (I_{x1} + a^2 \cdot A_1) = 2 \cdot (3460 + 0^2 \cdot 34,8) = 6920 \text{ см}^4;$$

$$\begin{aligned} I_{y_c1} &= 2 \cdot \left(I_{y1} + b^2 \cdot A_1 \right) = 2 \cdot \left(I_{y1} + \left(\frac{b_1}{2} + \frac{c}{2} \right)^2 \cdot A_1 \right) = \\ &= 2 \cdot \left(198 + \left(\frac{11,5}{2} + \frac{2}{2} \right)^2 \cdot 34,8 \right) = 3567,15 \text{ см}^4. \end{aligned}$$

Главные центральные радиусы инерции находим по формулам:

$$i_{x_c1} = \sqrt{\frac{I_{x_c1}}{A_1}} = \sqrt{\frac{6920}{69,6}} = 9,97 \text{ см};$$

$$i_{y_c1} = \sqrt{\frac{I_{y_c1}}{A_1}} = \sqrt{\frac{3567,15}{69,6}} = 7,16 \text{ см}.$$

Гибкость стержня относительно материальной оси X_c

$$\lambda_{x1} = \frac{\mu \cdot L}{i_{x_c1}} = \frac{0,7 \cdot 540}{9,97} = 37,91,$$

где μ – коэффициент приведения длины для заданной схемы закрепления колонны, $\mu = 0,7$.

Гибкость стержня относительно свободной оси Y_c определяем следующим образом:

$$\lambda_{y1} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot L}{i_{y_c1}} \right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{0,7 \cdot 540}{7,16} \right)^2} = 66,24.$$

Дальнейший расчет ведем по максимальной гибкости: $\lambda_{\max} = \lambda_{y1} = 66,24$.

Уточняем коэффициент продольного изгиба (φ): $\varphi = 0,86$ при $\lambda = 60$, $\varphi = 0,81$ при $\lambda = 70$.

Линейно интерполируя, получаем

$$\varphi'_1 = 0,86 - \frac{0,86 - 0,81}{70 - 60} \cdot (66,24 - 60) = 0,829.$$

Так как $\varphi_1 \neq \varphi'_1$, то проводим следующее приближение.

Второе приближение.

Коэффициент продольного изгиба рассчитываем по формуле

$$\varphi_2 = \frac{\varphi_2 + \varphi'_1}{2} = \frac{0,5 + 0,829}{2} = 0,6645.$$

Повторяем расчет, как в первом приближении.

$$A_2^{расч} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{\varphi_2 \cdot [\sigma]} = \frac{520 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,6645 \cdot 160 \cdot 10^6} = 2,445 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 24,45 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8239–89 выбираем двутавр № 20: $A_2^{об} = 26,8 \text{ см}^2$; $I_{x2} = 1840 \text{ см}^4$; $I_{y2} = 115 \text{ см}^4$; $b_2 = 100 \text{ мм}$.

Геометрические характеристики сечения

$$A_2 = 2 \cdot A_2^{об} = 2 \cdot 26,8 = 53,6 \text{ см}^2;$$

$$I_{x,2} = 2 \cdot 1840 = 3680 \text{ см}^4;$$

$$I_{y,2} = 2 \cdot \left(115 + \left(\frac{10}{2} + \frac{2}{2} \right)^2 \cdot 26,8 \right) = 2159,6 \text{ см}^4;$$

$$i_{x,2} = \sqrt{\frac{I_{x,2}}{A_2}} = \sqrt{\frac{3680}{53,6}} = 8,29 \text{ см};$$

$$i_{y,2} = \sqrt{\frac{I_{y,2}}{A_2}} = \sqrt{\frac{2159,6}{53,6}} = 6,35 \text{ см}.$$

Гибкости колонны

$$\lambda_{x2} = \frac{\mu \cdot L}{i_{x,2}} = \frac{0,7 \cdot 540}{8,29} = 45,6;$$

$$\lambda_{yc} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot L}{i_{y,2}} \right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{0,7 \cdot 540}{6,35} \right)^2} = 71,72;$$

$$\lambda_{\max} = \lambda_{y_c} = 71,72.$$

Уточняем коэффициент Φ : при $\lambda = 70$ $\Phi = 0,81$, при $\lambda = 80$ $\Phi = 0,75$.
Тогда

$$\Phi'_2 = 0,81 - \frac{0,8 - 0,75}{80 - 70} \cdot (71,72 - 70) = 0,8; \quad \Phi_2 \neq \Phi'_2.$$

Третье приближение.

Коэффициент продольного изгиба определяем следующим образом:

$$\Phi_3 = \frac{\Phi_2 + \Phi'_2}{2} = \frac{0,6645 + 0,8}{2} = 0,732;$$

$$A_3^{\text{расч}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{\Phi_3 \cdot [\sigma]} = \frac{520 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,732 \cdot 160 \cdot 10^6} = 2,22 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 22,2 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8239–89 выбираем двутавр № 18: $A_3^{\text{об}} = 23,4 \text{ см}^2$; $I_{x3} = 1290 \text{ см}^4$;
 $I_{y3} = 82,6 \text{ см}^4$; $b_3 = 90 \text{ мм}$.

Геометрические характеристики сечения

$$A_3 = 2 \cdot A_3^{\text{об}} = 2 \cdot 23,4 = 46,8 \text{ см}^2;$$

$$I_{x,3} = 2 \cdot 1290 = 2580 \text{ см}^4;$$

$$I_{y,3} = 2 \cdot \left(82,6 + \left(\frac{9}{2} + \frac{2}{2} \right)^2 \cdot 23,4 \right) = 1580,9 \text{ см}^4;$$

$$i_{x,3} = \sqrt{\frac{I_{x,3}}{A_3}} = \sqrt{\frac{2580}{46,8}} = 7,42 \text{ см};$$

$$i_{y,3} = \sqrt{\frac{I_{y,3}}{A_3}} = \sqrt{\frac{1580,9}{46,8}} = 5,81 \text{ см}.$$

Гибкости колонны

$$\lambda_{x3} = \frac{\mu \cdot L}{i_{x,3}} = \frac{0,7 \cdot 540}{7,42} = 50,49;$$

$$\lambda_{y3} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{\mu \cdot L}{i_{y_c3}}\right)^2} = \sqrt{40^2 + \left(\frac{0,7 \cdot 540}{5,81}\right)^2} = 76,37;$$

$$\lambda_{\max} = \lambda_{y3} = 76,37.$$

Уточняем коэффициент φ :

$$\varphi'_3 = 0,81 - \frac{0,8 - 0,75}{80 - 70} \cdot (76,37 - 70) = 0,772; \quad \varphi_3 \neq \varphi'_3.$$

Четвертое приближение.

Коэффициент продольного изгиба определяем следующим образом:

$$\varphi_4 = \frac{\varphi_3 + \varphi'_3}{2} = \frac{0,732 + 0,772}{2} = 0,752;$$

$$A_4^{\text{расч}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{\varphi_4 \cdot [\sigma]} = \frac{520 \cdot 10^3}{2 \cdot 0,752 \cdot 160 \cdot 10^6} = 2,16 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 21,6 \text{ см}^2.$$

По ГОСТ 8239–89 повторно выпадает двутавр № 18. Проверяем его устойчивость ($A = 46,8 \text{ см}^2$; $\lambda_{\max} = 76,37$; $\varphi = 0,772$):

$$\sigma_{\text{уст}} = \frac{P}{A} = \frac{520 \cdot 10^3}{46,8 \cdot 10^{-4}} = 11,1 \cdot 10^7 \text{ Па} = 111 \text{ МПа};$$

$$\varphi[\sigma] = 0,772 \cdot 160 = 123,52 \text{ МПа};$$

$$\sigma = 111 \text{ МПа} < \varphi[\sigma] = 123,52 \text{ МПа}.$$

Условие устойчивости соблюдается.

Так как значение максимальной гибкости для выбранного сечения не превышает предельного значения гибкости для стали $\lambda_{\max} = 76,37 < \lambda_{\text{пред}} = 100$, то критическую силу определяем по формуле Ясинского:

$$P_{\text{кр}} = (a - b \cdot \lambda_{\max}) \cdot A,$$

где a , b – коэффициенты формулы Ясинского, зависящие от материала, МПа; $a = 310 \text{ МПа}$, $b = 1,14 \text{ МПа}$ – для малоуглеродистой стали.

$$P_{кр} = (310 - 1,14 \cdot 76,37) \cdot 10^6 \cdot 46,8 \cdot 10^{-4} = 1043,35 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1043,35 \text{ кН}.$$

Коэффициент запаса устойчивости

$$n_{уст} = \frac{P_{кр}}{P} = \frac{1043,35}{520} \approx 2.$$

Вывод: для заданной колонны выбрано поперечное сечение, состоящее из двух двутавров № 18, для которого выполняется условие устойчивости с коэффициентом запаса 2.

Задания для самостоятельной работы

Подобрать размеры поперечного сечения колонны при помощи метода последовательных приближений, определить величину критической силы $P_{кр}$ и коэффициент запаса устойчивости. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.

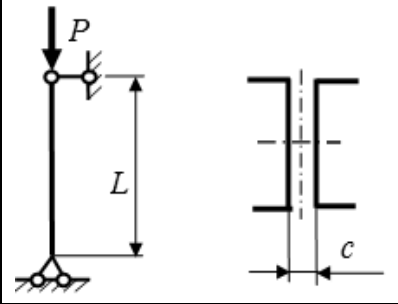
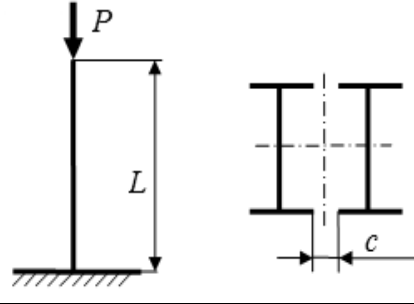
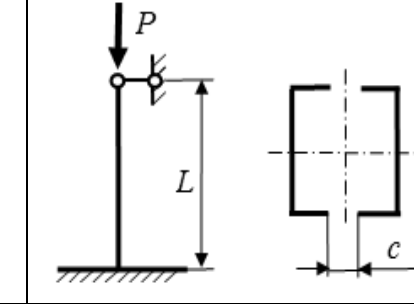
		
$L = 2,5 \text{ м}, P = 250 \text{ кН},$ $c = 15 \text{ мм}$	$L = 2 \text{ м}, P = 320 \text{ кН},$ $c = 20 \text{ мм}$	$L = 2,8 \text{ м}, P = 180 \text{ кН},$ $c = 25 \text{ мм}$

Рисунок 4.3 – Задания для самостоятельной работы

5 Принципы расчета конструкций при динамическом воздействии. Расчеты на прочность и жесткость при ударе

Пример – На двутавровую стальную балку (рисунок 5.1) с высоты h падает груз весом G .

Исходные данные: $h = 16 \text{ мм}$; $G = 1,6 \text{ кН}$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; двутавр № 24: $W_x = 289 \text{ см}^3 = 289 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$; $I_x = 3460 \text{ см}^4 = 3460 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$.

Требуется: найти максимальное нормальное напряжение, возникающее в балке.

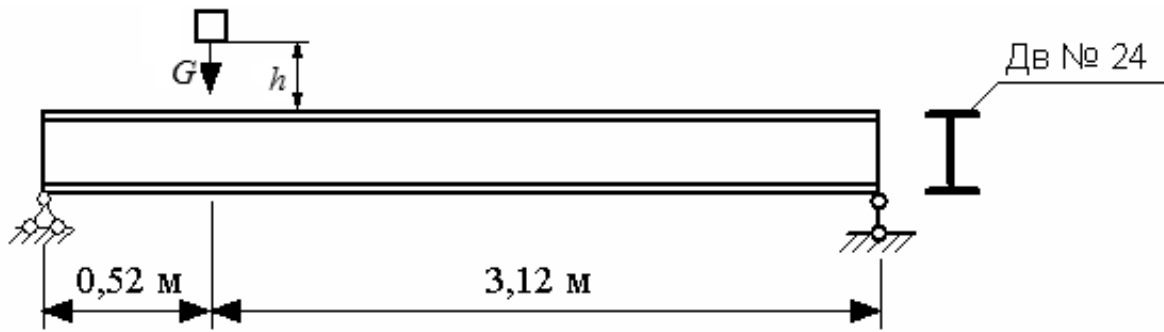
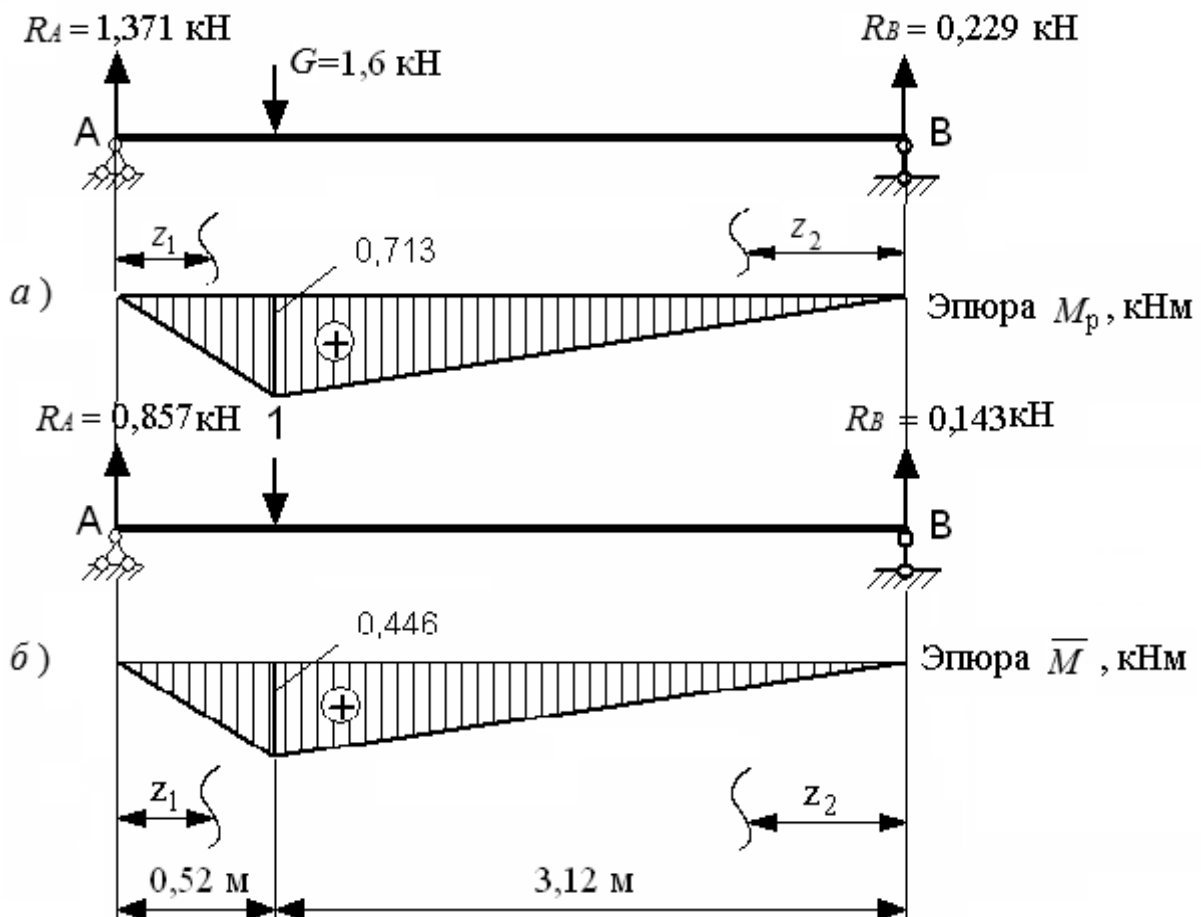


Рисунок 5.1 – Заданная схема балки

Решение

Для определения опасного сечения балки и деформаций в точке удара рассмотрим вспомогательные схемы, для которых построим эпюры изгибающих моментов (рисунок 5.2).



a – грузовая, *б* – единичная

Рисунок 5.2 – Вспомогательные схемы балки и эпюры изгибающих моментов

Для схемы балки, в которой груз G приложен статически, строится грузовая эпюра изгибающих моментов M_p (см. рисунок 5.2, а).

Определим реакции на опорах:

$$\sum M_A = 0; \quad G \cdot 0,52 - R_B \cdot 3,12 = 0;$$

$$R_B = \frac{1,6 \cdot 0,52}{3,12} = 0,229 \text{ кН};$$

$$\sum y = 0; \quad R_A + R_B - G = 0;$$

$$R_A = G - R_B = 1,6 - 0,229 = 1,371 \text{ кН}.$$

Рассчитаем ординаты эпюры M_p по участкам:

– участок I: $0 \leq z_1 \leq 0,52$ м

$$M = R_A \cdot z_1 = 1,371 \cdot z_1;$$

$$z_1 = 0; \quad M = 0;$$

$$z_1 = 0,52 \text{ м}; \quad M = 0,713 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

– участок II: $0 \leq z_2 \leq 3,12$ м

$$M = R_B \cdot z_2 = 0,229 \cdot z_2;$$

$$z_2 = 0; \quad M = 0;$$

$$z_2 = 3,12 \text{ м}; \quad M = 0,713 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

От схемы балки, в которой в месте падения груза приложена единичная сила, строится единичная эпюра изгибающих моментов \bar{M} (см. рисунок 5.2, б).

Определим реакции на опорах:

$$\sum M_A = 0; \quad 1 \cdot 0,52 - R_B \cdot 3,12 = 0;$$

$$R_B = \frac{1 \cdot 0,52}{3,12} = 0,143 \text{ кН}.$$

$$\sum y = 0; \quad R_A + R_B - 1 = 0;$$

$$R_A = 1 - R_B = 1 - 0,143 = 0,857 \text{ кН}.$$

Рассчитаем ординаты эпюры \bar{M} по участкам:

– участок I: $0 \leq z_1 \leq 0,52$ м

$$M = \bar{R}_A \cdot z_1 = 0,857 \cdot z_1;$$

$$z_1 = 0; \quad M = 0;$$

$$z_1 = 0,52 \text{ м}; \quad M = 0,446 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

– участок II: $0 \leq z_2 \leq 3,12$ м

$$M = R_B \cdot z_2 = 0,143 \cdot z_2;$$

$$z_1 = 0; \quad M = 0;$$

$$z_2 = 3,12 \text{ м}; \quad M = 0,446 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

По грузовой эпюре M_p определим опасное сечение, в котором $M_{\max} = 0,713$ кН·м.

Максимальное статическое напряжение

$$\sigma_{cm}^{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{0,713 \cdot 10^3}{289 \cdot 10^{-6}} = 2,47 \cdot 10^6 \text{ Па} = 2,47 \text{ МПа}.$$

Рассчитаем статическое перемещение в точке удара по формуле Верещагина, перемножив эпюры \bar{M} и M_p :

$$\begin{aligned} \Delta_{cm} &= \frac{1}{E \cdot I_x} \left(\frac{1}{2} \cdot 0,713 \cdot 0,52 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,446 + \frac{1}{2} \cdot 0,713 \cdot 3,12 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,446 \right) = \\ &= \frac{0,386}{E \cdot I_x} = \frac{0,386 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3460 \cdot 10^{-8}} = 0,0557 \cdot 10^{-3} \text{ м}. \end{aligned}$$

Определим динамический коэффициент по формуле

$$k_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_{cm}}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 16}{0,0557}} = 25.$$

Определим максимальное динамическое напряжение

$$\sigma_{\delta}^{\max} = \sigma_{cm}^{\max} \cdot k_{\delta} = 2,47 \cdot 25 = 61,65 \text{ МПа.}$$

Задания для самостоятельной работы

На двутавровую стальную балку (рисунок 5.3) с высоты h падает груз G . Модуль продольной упругости материала $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Требуется: найти максимальное нормальное напряжение в балке.

Исходные данные берутся из таблицы 5.1.

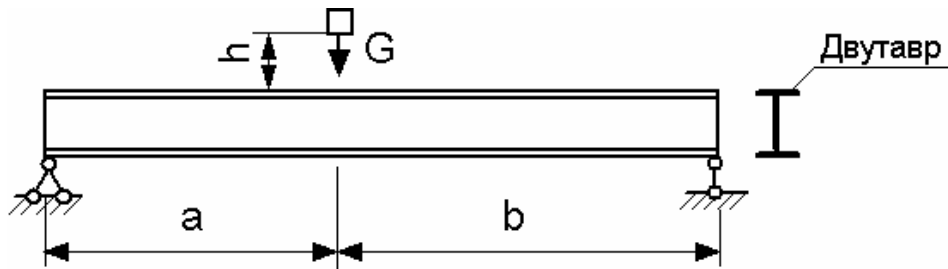


Рисунок 5.3 – Расчетная схема для самостоятельной работы

Таблица 5.1 – Исходные данные

Номер строки	a , м	b , м	h , мм	Номер двутавра	G , кН
1	1,1	3,1	11	14	2,1
2	1,2	3,2	12	16	2,2
3	1,3	3,3	13	18	2,3
4	1,4	3,4	14	20	2,4
5	1,5	3,5	15	22	2,5
6	1,6	3,6	16	24	2,6
7	1,7	3,7	17	27	2,7
8	1,8	3,8	18	30	2,8

6 Расчеты на прочность при переменных напряжениях

Пример – Гладкий цилиндрический стержень диаметром $d = 50$ мм подвергается растяжению-сжатию по симметричному циклу. Определить допускаемую величину амплитуды нагрузки на стержень, если коэффициент запаса прочности должен быть равен $n = 1,8$. Предел выносливости материала стержня $\sigma_{-1p} = 250$ МПа.

Решение

Значение предела выносливости материала стержня $\sigma_{-1p} = 250$ МПа относится к образцам малых диаметров. Предел выносливости материала стержня диаметром $d = 50$ мм.

Площадь поперечного сечения стержня

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,05^2}{4} = 19,6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Допускаемая амплитуда нагрузки

$$|P_a| = A \cdot |\sigma_a| = 19,6 \cdot 10^{-4} \cdot 108 \cdot 10^6 = 212 \text{ кН}.$$

Следовательно, нагрузка на стержень может изменяться по симметричному циклу в пределах от +212 до –212 кН.

Задания для самостоятельной работы

1 Гладкий цилиндрический стержень диаметром $d = 50$ мм подвергается растяжению-сжатию по симметричному циклу. Определить допускаемую величину амплитуды нагрузки на стержень, если коэффициент запаса прочности должен быть равен $n = 2$. Предел выносливости материала стержня $\sigma_{-1p} = 210$ МПа.

2 Гладкий цилиндрический стержень диаметром $d = 50$ мм подвергается растяжению-сжатию по симметричному циклу с амплитудой $P_a = 100$ кН. Определить коэффициент запаса прочности стержня, если предел выносливости материала стержня $\sigma_{-1p} = 280$ МПа.

Список литературы

1 **Александров, А. В.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – 2-е изд., испр. – Москва: Высшая школа, 2000. – 560 с.

2 **Окопный, Ю. А.** Механика материалов и конструкций: учебник для вузов / Ю. А. Окопный, В. П. Радин, В. П. Чирков. – 2-е изд., доп. – Москва: Машиностроение, 2002. – 436 с.

3 **Писаренко, Г. С.** Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, Ф. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – 5-е изд., перераб. и доп. – Киев: Дельта, 2008. – 816 с.

4 **Подскребко, М. Д.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / М. Д. Подскребко. – Минск: Вышэйшая школа, 2007. – 797 с.

5 **Старовойтов, Э. И.** Сопротивление материалов: учебник для вузов / Э. И. Старовойтов. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 384 с.