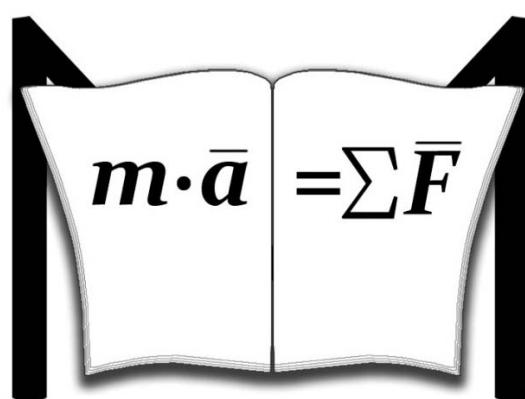


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Механика»

СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для студентов специальности 1-36 01 04 «Оборудование и технологии
высокоэффективных процессов обработки материалов»
дневной и заочной форм обучения*



Могилев 2020

УДК 531
ББК 22.21
С33

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Механика» «30» июня 2020 г., протокол № 12

Составители: д-р техн. наук, проф. П. Н. Громыко;
канд. техн. наук, доц. И. В. Трусов;
ассистент А. Н. Елисеева

Рецензент А. В. Прудников

Методические рекомендации составлены в соответствии с рабочими программами дисциплины «Статика твердого тела» для студентов специальности 1-36 01 04 «Оборудование и технологии высокоэффективных процессов обработки материалов» дневной и заочной форм обучения. Содержат материал для аудиторной работы студентов.

Учебно-методическое издание

СТАТИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Ответственный за выпуск	П. Н. Громыко
Корректор	И. В. Голубцова
Компьютерная верстка	Е. В. Ковалевская

Подписано в печать . Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 46 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 7.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2020

Содержание

1 Рекомендации по подготовке к практическим занятиям.....	4
2 Статика.....	5
2.1 Входной рейтинг-контроль. Основные понятия теоретической механики.....	5
2.2 Момент силы относительно точки и оси.....	5
2.3 Пара сил. Основные свойства пары сил.....	5
2.4 Аксиомы статики. Связи. Реакции связей.....	5
2.5 Принцип освобождаемости от связей. Основные типы связей и их реакции.....	5
2.6 Плоская система сил.....	5
2.7 Аналитический способ определения равнодействующей системы сходящихся сил.....	6
2.8 Условия равновесия системы сходящихся сил.....	6
2.9 Теорема о равновесии трех непараллельных сил.....	7
2.10 Приведение силы к заданному центру. Приведение произвольной системы сил к силе и паре сил.....	8
2.11 Главный вектор системы сил.....	8
2.12 Главный момент системы сил.....	8
2.13 Произвольная плоская система сил. Приведение плоской системы сил к равнодействующей. Частные случаи приведения плоской системы сил.....	10
2.14 Условия равновесия плоской системы сил.....	10
2.15 Сочлененная система сил.....	11
2.16 Равновесие системы тел.....	13
2.17 Понятие о ферме. Статически определимые и статически неопределимые фермы.....	14
2.18 Определение усилий в стержнях плоской фермы.....	14
2.19 Способ вырезания узлов. Способ сечений.....	14
2.20 Пространственная система сил.....	18
2.21 Условия равновесия произвольной пространственной системы сил.....	18
2.22 Сила сцепления. Сила трения скольжения. Условие скольжения и условия отсутствия скольжения.....	18
2.23 Трение качения. Коэффициент трения качения и момент сопротивления качению.....	20
2.24 Равновесие тел при наличии трения.....	21
2.25 Способы определения координат центра тяжести. Центр тяжести некоторых простейших тел.....	21
Список литературы.....	22

1 Рекомендации по подготовке к практическим занятиям

Статика твердого тела – фундаментальная дисциплина, которая является базовой для ряда общетехнических и специальных дисциплин: механика материалов, теория механизмов и машин, детали машин, гидравлика, сварные конструкции, теория сварочных процессов и др.

Целью курса является обучение студентов основным законам механики, совершенствование навыков, основанных на законах логического мышления и позволяющих специалисту в дальнейшем самостоятельно повышать свой профессиональный уровень.

Студенты специальности 1-36 01 04 «Оборудование и технологии высокоэффективных процессов обработки материалов» изучают статику твердого тела на протяжении второго семестра. Объемы часов лекций, практических занятий и самостоятельной работы, а также формы контроля приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Распределение часов в семестрах по теоретической механике

Курс	Семестр	Лекции, ч	Практическое занятие, ч	Самостоятельная работа, ч	Форма контроля	Всего ч/зач. ед.
1	2 (весенний)	34	50	36	Зачет	120/3

Рейтинг-контроль знаний студентов при изучении курса теоретической механики осуществляется по следующим видам работ:

- проводится опрос по разделам лекционного курса;
- студенты выполняют и защищают индивидуальные задания;
- студенты выполняют восемь контрольных работ;
- на практических занятиях ведется учет активности студентов.

К каждому практическому занятию студент должен:

- проработать по конспекту лекций или учебнику теоретический материал;
- ответить на контрольные вопросы, приведенные в методических рекомендациях;
- составить соответствующие расчетные схемы, вычислить заданные параметры.

На практических занятиях студенты решают задачи из [4] и [5].

Индивидуальные задания выполняются и сдаются в сроки, предусмотренные графиком учебного процесса. Студенты защищают индивидуальные задания во внеучебное время; защита проходит в виде собеседования по заданию.

Студенты, не сдавшие индивидуальные задания, не допускаются к экзамену или зачету по статике твердого тела как не выполнившие график учебного процесса по данной дисциплине.

2 Статика

2.1 Входной рейтинг-контроль. Основные понятия теоретической механики

- 1 Входной рейтинг-контроль.
- 2 Основные понятия статики.
- 3 Решить задачи 1.1.5, 1.1.10, 1.1.12, 1.1.31, 1.3.4, 1.3.6, 1.3.9 из [5].

2.2 Момент силы относительно точки и оси

- 1 Дать определение момента силы относительно точки (центра).
- 2 Дать определение линии действия силы.
- 3 Что называется «плечом» силы относительно точки?
- 4 Дать определение момента силы относительно оси.
- 5 Что называется «плечом» силы относительно оси?
- 6 Решить задачи 2.1.1, 2.1.2, 2.1.3, 2.1.4 из [5].

2.3 Пара сил. Основные свойства пары сил

- 1 Дать определение паре сил, плоскости действия пары сил.
- 2 Сформулировать основные свойства пары сил.
- 3 Дать определение момента пары сил.
- 4 Решить задачи 2.1.5, 2.1.6, 2.1.7, 2.1.9 из [5].

2.4 Аксиомы статики. Связи. Реакции связей

- 1 Сформулировать аксиомы статики.
- 2 Назвать две основные задачи статики.
- 3 Дать определения понятий: равновесие тела, связь, реакции связей.

2.5 Принцип освобождаемости от связей. Основные типы связей и их реакции

- 1 Сформулировать принцип освобождаемости от связей.
- 2 Проекция силы на ось.
- 3 Основные типы связей и их реакции.

2.6 Плоская система сил

Контрольная работа № 1. Плоская система сил.

2.7 Аналитический способ определения равнодействующей системы сходящихся сил

- 1 Дать определение системы сходящихся сил.
- 2 Как определить равнодействующую системы сходящихся сил?
- 3 Понятие силового многоугольника системы сходящихся сил.
- 4 Решить задачи 2.7 из [4]; 1.2.2, 1.2.7, 1.2.17, 1.2.23 из [5].

2.8 Условия равновесия системы сходящихся сил

- 1 Дать определение системы сходящихся сил.
- 2 Дать определение равнодействующей системы сходящихся сил.
- 3 Условие равновесия системы сходящихся сил в векторной форме.
- 4 Условие равновесия системы сходящихся сил в аналитической форме.
- 5 Выполнить индивидуальное задание № 1 «Определение реакций опор твердого тела».
- 6 Решить задачи 2.6, 2.10, 2.19 из [4]; 1.2.9, 1.2.12 из [5].

Задача 1. Шар 1 весом 16 Н и шар 2 связаны нитью, перекинутой через блок D , и удерживаются в равновесии. Определить вес шара 2, если угол $\alpha = 30^\circ$ (рисунок 1).

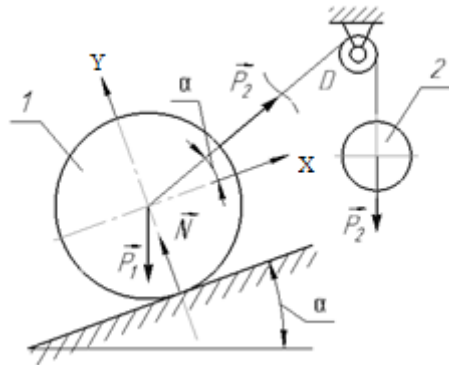


Рисунок 1 – Условие задачи 1

Решение

Расставим все силы и реакции на расчетной схеме. Применим принцип освобождения от связей. Так как шар 1 удерживается в равновесии шаром 2, то усилие в тросе между двумя шарами будет равно весу шара 2. Шар 1 свободно опирается на наклонную поверхность. В точке касания возникает реакция связи N , направленная перпендикулярно опоре. Направим оси координат.

Для шара 1 составим уравнение равновесия, спроецировав все силы на координатную ось Ox :

$$\sum \overline{F_{ix}} = 0 - P_1 \cdot \sin \alpha + P_2 \cdot \cos \alpha = 0. \quad (1)$$

$$P_2 = \frac{P_1 \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha} = P_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha = 16 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = 9,24 \text{ Н.}$$

Ответ: $P_2 = 9,24 \text{ Н.}$

2.9 Теорема о равновесии трех непараллельных сил

1 Аксиома о равновесии твердого тела, находящегося под действием двух сил.

2 Сформулировать теорему о трех силах.

3 Какие условия необходимы для равновесия системы сил?

Задача 2. Какую по модулю силу F_3 надо приложить к сходящимся силам $F_1 = 2 \text{ Н}$ и $F_2 = 4 \text{ Н}$, образующим с осью Ox углы $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 60^\circ$, чтобы равнодействующая этих трех сил равнялась нулю (рисунок 2)?

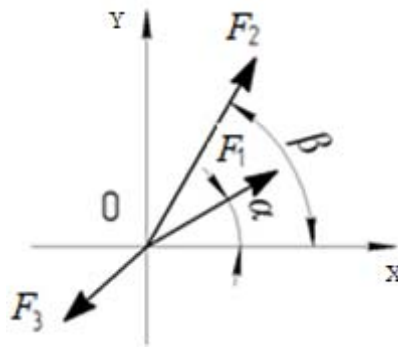


Рисунок 2 – Условие задачи 2

Решение

Для нахождения равнодействующей сил, расположенных произвольно в плоскости, необходимо спроецировать уравнение $\vec{R} = \sum \vec{F}_i$ на координатные оси.

Проекция на ось Ox

$$R_x = F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \cos \beta - F_{3x}. \quad (2)$$

Проекция на ось Oy

$$R_y = F_1 \cdot \sin \alpha + F_2 \cdot \sin \beta - F_{3y}. \quad (3)$$

Так как $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$, то равнодействующая будет равна нулю, когда

каждое слагаемое будет равно нулю:

$$0 = F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \cos \beta - F_{3X}; \quad (4)$$

$$0 = F_1 \cdot \sin \alpha + F_2 \cdot \sin \beta - F_{3Y}. \quad (5)$$

Из полученных уравнений находим проекции силы \vec{F}_3 на координатные оси Ox и Oy :

$$F_{3X} = F_1 \cdot \cos \alpha + F_2 \cdot \cos \beta = 2 \cdot \cos 30^\circ + 4 \cdot \cos 60^\circ = 3,73 \text{ Н};$$

$$F_{3Y} = F_1 \cdot \sin \alpha + F_2 \cdot \sin \beta = 2 \cdot \sin 30^\circ + 4 \cdot \sin 60^\circ = 4,46 \text{ Н}.$$

Тогда

$$F_3 = \sqrt{F_{3X}^2 + F_{3Y}^2} = \sqrt{3,73^2 + 4,46^2} = 5,81 \text{ Н}.$$

Ответ: $F_3 = 5,81 \text{ Н}$.

2.10 Приведение силы к заданному центру. Приведение произвольной системы сил к силе и паре сил

- 1 Пара сил, плоскость действия пары сил, момент пары сил.
- 2 Приведение силы к заданному центру (метод Пуансо).
- 3 Решить задачи 5.4.3, 5.4.7, 5.4.11, 5.4.22 из [5].

2.11 Главный вектор системы сил

- 1 Дать определение главного вектора системы сил.
- 2 Проекция главного вектора на координатные оси.
- 3 Графический способ определения главного вектора.
- 4 Аналитический способ определения главного вектора.
- 5 Решить задачи 2.2.9, 2.2.12, 2.2.17 из [5].

2.12 Главный момент системы сил

- 1 Дать определение главного момента системы сил.
- 2 Аналитический способ определения главного момента системы сил.
- 3 Зависимость между главными моментами относительно различных центров приведения.
- 4 Решить задачи 2.2.2, 2.2.6, 2.2.10, 2.2.13 из [5].

Задача 3. Привести систему сил, действующую на куб, к простейшему виду, если $a = 2 \text{ м}$, $F_1 = 8 \text{ Н}$, $F_2 = 16 \text{ Н}$, $F_3 = 8 \text{ Н}$, $F_4 = 8\sqrt{2} \text{ Н}$ (рисунок 3).

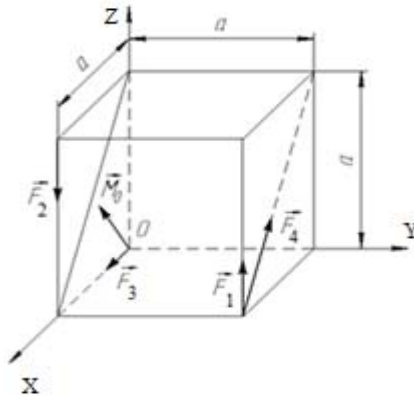


Рисунок 3 – Условие задачи 3

Решение

Определим модуль и направление главного вектора:

$$R_X = \sum_{i=1}^n F_{iX} = F_3 - F_4 \cdot \cos 45^\circ = 8 - 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0; \quad (6)$$

$$R_Y = \sum_{i=1}^n F_{iY}; \quad (7)$$

$$R_Z = \sum_{i=1}^n F_{iZ} = F_1 - F_2 + F_4 \cdot \cos 45^\circ = 8 - 16 + 8\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0; \quad (8)$$

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2} = 0. \quad (9)$$

Определим модуль и направление главного момента:

$$M_X = F_1 \cdot a - F_4 \cdot a \cdot \sin 45^\circ = 8 \cdot 2 + 8\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 32 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_Y = F_2 \cdot a - F_2 \cdot a + F_4 \cdot a \cdot \cos 45^\circ = 16 \cdot 2 - 8 \cdot 2 - 8\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_Z = F_4 \cdot a \cdot \cos 45^\circ = 8\sqrt{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 16 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$M_0 = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = 0 \text{ Н}\cdot\text{м};$$

$$\cos(x, \hat{\overrightarrow{M_0}}) = \frac{M_x}{M_0} = \frac{32}{16\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}; \quad (10)$$

$$\cos(z, \hat{\overrightarrow{M_0}}) = \frac{M_z}{M_0} = \frac{16}{16\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}. \quad (11)$$

Следовательно, система сил приводится к главному моменту, лежащему в плоскости Oxz . Направление главного момента определяется найденными косинусами.

2.13 Произвольная плоская система сил. Приведение плоской системы сил к равнодействующей. Частные случаи приведения плоской системы сил

- 1 Момент силы относительно точки.
- 2 Сформулировать теорему о моменте равнодействующей силы.
- 3 Как определяется равнодействующая распределенных сил (прямоугольный, треугольный и трапециевидальный законы распределения)?
- 4 Метод Пуансо и основная теорема статики.
- 5 Решить задачи 7.6, 7.11 из [4]; 1.1.4, 1.1.10, 2.2.13, 2.2.19 из [5].

2.14 Условия равновесия плоской системы сил

- 1 Написать уравнения равновесия произвольной плоской системы сил в векторном виде.
- 2 Различные формы уравнений равновесия произвольной плоской системы сил в аналитическом виде.
- 3 Условия равновесия плоской системы параллельных сил.
- 4 Решить задачи 4.27, 4.29 из [4]; 2.3.11, 2.4.2, 2.4.10, 2.4.24 из [5].

Задача 4. Определить реакции опор балки AB (рисунок 4), если $F=10$ кН, $q=2$ кН/м, $M=3$ кН·м.

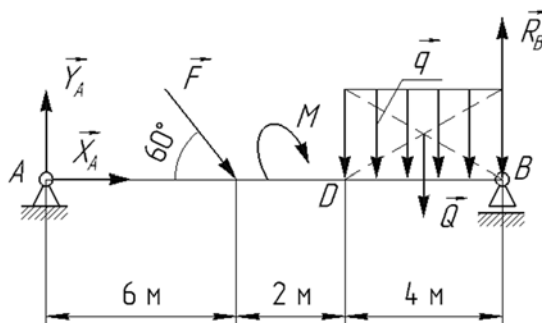


Рисунок 4 – Условие задачи 4

Решение

Рассмотрим равновесие балки AB под действием силы F , момента M , равномерно распределенной нагрузки и реакций связей \vec{X}_A , \vec{Y}_A , \vec{R}_B .

Составим три уравнения равновесия по первой форме. Равномерно распределенную нагрузку заменим равнодействующей $Q = 4q = 8$ кН, которая приложена в середине участка BD :

$$\sum_{i=1}^n F_{iX} = X_A + F \cdot \cos 60^\circ = 0; \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iY} = Y_A - F \cdot \sin 60^\circ - Q + R_B = 0; \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_A(\vec{F}_i) = -6 \cdot F \cdot \sin 60^\circ - M - 10 \cdot Q + 12 \cdot R_B = 0. \quad (14)$$

Из (12) находим

$$X_A = -F \cdot \cos 60^\circ = -10 \cdot 0,5 = -5 \text{ кН};$$

из (14)

$$R_B = \frac{6 \cdot F \cdot \sin 60^\circ + M + 10 \cdot Q}{12} = \frac{6 \cdot 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 3 + 10 \cdot 8}{12} = 11,25 \text{ кН};$$

из (13)

$$Y_A = F \cdot \sin 60^\circ + Q - R_B = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 8 - 11,25 = 5,41 \text{ кН}.$$

Ответ: $X_A = -5$ кН, $Y_A = 5,41$ кН, $R_B = 11,25$ кН.

Знак «минус» показывает, что направление X_A противоположно направлению, отображенному на рисунке 4.

2.15 Сочлененная система тел

1 Дайте определение понятия сочлененной системы тел.

2 Статически определимые и статически неопределимые системы.

3 Методика расчета сочлененных систем тел: возможные варианты составления расчетных схем, используемые аксиомы, количество линейно независимых уравнений равновесия.

4 Решить задачи 8.14, 8.15, 8.16, 8.24 из [4]; 5.7.2, 5.7.7, 5.7.9, 5.7.13 из [5].

5 Контрольная работа № 2. Равновесие плоской системы сил.

Задача 5. Определить реакции опор A , B и шарнира C составной балки (рисунок 5), если $M = 8$ кНм, $q = 2$ кН/м, $P = 6$ кН.

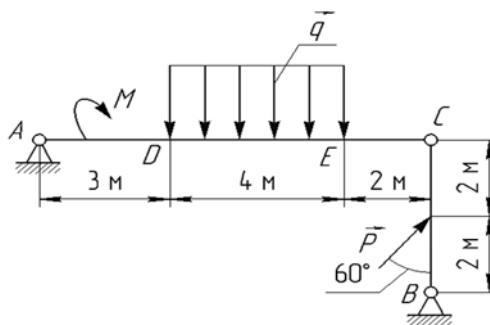


Рисунок 5 – Условие задачи 5

Решение

Расчленим составную балку по шарниру C и рассмотрим равновесие балки AC под действием момента M , равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q и реакций \vec{X}_A, \vec{Y}_A шарнирно-неподвижной опоры A и реакций \vec{X}_C, \vec{Y}_C шарнира C (рисунок 6).

Для полученной уравновешенной плоской произвольной системы сил составим три уравнения равновесия. Заменим равномерно распределенную нагрузку сосредоточенной силой $Q = 4q = 8 \text{ кН}$, приложенной к середине нагруженного участка DE . Направление осей координат показано на рисунке 6.

$$\sum_{i=1}^n F_{iX} = X_A + X_C = 0; \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iY} = Y_A + Y_C - Q = 0; \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_A(\vec{F}_i) = -M - Q \cdot 5 + Y_C \cdot 9 = 0. \quad (17)$$

Теперь рассмотрим равновесие другой части, на которую действуют сила \vec{P} , реакции шарнирно-неподвижной опоры B и реакции шарнира C (рисунок 7).

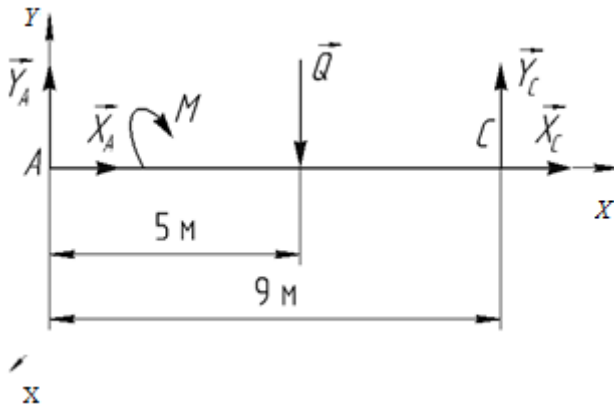


Рисунок 6 – Первая часть задачи 5

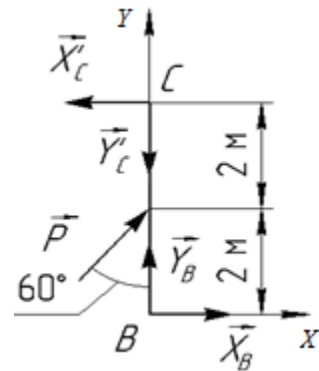


Рисунок 7 – Вторая часть задачи 5

На основании аксиомы действия-противодействия реакции в шарнире C равны по модулю и противоположно направлены:

$$X_C = X'_C; Y_C = Y'_C;$$

$$\vec{X}_C = -\vec{X}'_C; \vec{Y}_C = -\vec{Y}'_C.$$

Для полученной уравновешенной плоской произвольной системы сил составим три уравнения равновесия:

$$\sum_{i=1}^n F_{iX} = X_B - X'_C + P \cdot \cos 30^\circ = 0; \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^n F_{iY} = -Y'_C + P \cdot \sin 30^\circ + Y_B = 0; \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_C(\vec{F}_i) = P \cdot 2 \cos 30^\circ + X_B \cdot 4 = 0. \quad (20)$$

Находим из уравнения (20)

$$X_B = \frac{-P \cdot 2 \cos 30^\circ}{4} = \frac{-6 \cdot 2 \cos 30^\circ}{4} = -2,6 \text{ кН};$$

из (18)

$$X'_C = X_B + P \cdot \cos 30^\circ = -2,6 + 6 \cos 30^\circ = 2,6 \text{ кН};$$

из (17)

$$Y_C = \frac{M + Q \cdot 5}{9} = \frac{8 + 8 \cdot 5}{9} = 5,33 \text{ кН};$$

из (19)

$$Y_B = -P \cdot \sin 30^\circ + Y'_C = -6 \sin 30^\circ + 5,33 = 2,33 \text{ кН};$$

из (16)

$$Y_A = -Y_C + Q = -5,33 + 8 = 2,67 \text{ кН};$$

из (15)

$$X_A = -X_C = -2,6 \text{ кН}.$$

Ответ: $X_A = -2,6$ кН, $Y_A = 2,67$ кН, $X_B = -2,6$ кН, $Y_B = 2,33$ кН, $X_C = 2,6$ кН, $Y_C = 5,33$ кН.

Знак «минус» показывает, что реакции X_A и X_B направлены противоположно направлениям, отображенным на рисунках 6 и 7.

2.16 Равновесие системы тел

1 Дайте определение понятия сочлененной системы тел.

2 Условие равновесия произвольной плоской системы сил.

3 Методика расчета сочлененных систем тел: возможные варианты составления расчетных схем, используемые аксиомы, количество линейно независимых уравнений равновесия.

4 Выполнить индивидуальное задание № 2 «Определение реакций опор составной конструкции (система двух тел)».

2.17 Понятие о ферме. Статически определимые и статически неопределимые фермы

- 1 Что такое ферма?
- 2 Какую ферму называют плоской?
- 3 Простейшая и простая плоские фермы.
- 4 Решить задачи 4.1.2, 4.1.4, 4.1.6, 4.1.8 из [5].

2.18 Определение усилий в стержнях плоской фермы

- 1 К чему сводится расчет ферм?
- 2 Назовите основные допущения при расчете ферм.
- 3 Какими способами производится расчет ферм?
- 4 Решить задачи 4.1.1, 4.1.3, 4.1.5, 4.1.7 из [5].

2.19 Способ вырезания узлов. Способ сечений

- 1 Назовите способы определения усилий в стержнях фермы.
- 2 В чем заключается способ вырезания узлов?
- 3 Сколько и каких уравнений равновесия можно составить для одного узла фермы?
- 4 В чем заключается способ сечений?
- 5 Что называется «точкой Риттера»?
- 6 Решить задачи 4.2.3, 4.2.5, 4.2.12, 4.3.4, 4.3.13, 4.3.15 из [5].

Задача 6. Определить опорные реакции и усилия в стержнях фермы, если $P_1 = 20$ Н, $P_2 = 40$ Н, $\alpha = 30^\circ$, $a = 4$ м (рисунок 8).

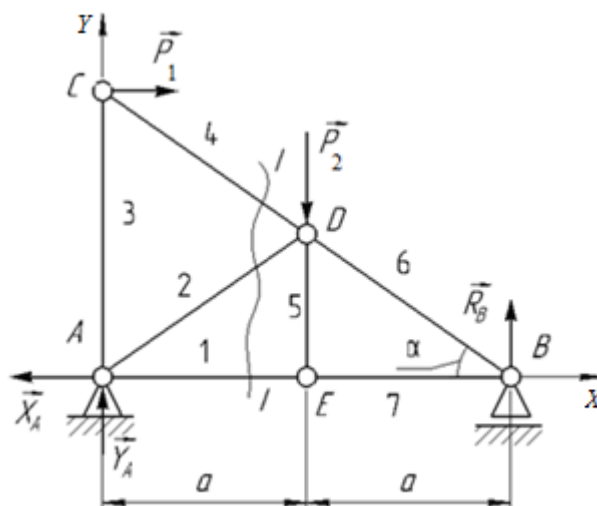


Рисунок 8 – Условие задачи 6

Решение

Рассмотрим равновесие фермы, считая ее абсолютно твердым телом. Отбросим связи и заменим их реакциями связей.

На опоре A имеются две составляющие \vec{X}_A и \vec{Y}_A , на опоре B – одна составляющая \vec{R}_B . Для полученной уравновешенной плоской произвольной системы сил составим три уравнения равновесия и найдем реакции связей:

$$\sum F_{iX} = -X_A + P_1 = 0 ; \quad (21)$$

$$\sum F_{iY} = -Y_A + R_B - P_2 = 0 ; \quad (22)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = -P_1 \cdot 2a \cdot \operatorname{tg}\alpha - P_2 \cdot a + R_B \cdot 2a = 0 . \quad (23)$$

Находим из первого уравнения

$$X_A = P_1 - 20 \text{ Н};$$

из третьего

$$R_B = \frac{P_1 \cdot 2a \cdot \operatorname{tg}\alpha + P_2 \cdot a}{2a} = \frac{20 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \operatorname{tg}30^\circ + 40 \cdot 4}{2 \cdot 4} = 31,55 \text{ Н};$$

из второго

$$Y_A = -R_B + P_2 = -31,55 + 40 = 8,45 \text{ Н}.$$

Определение усилий в стержнях начинаем с узла B (рисунок 9), где число неизвестных равно двум. Составим для узла B два уравнения равновесия в проекции на оси x и y . Направление осей показано на рисунке 8.

$$\sum F_{iX} = -S_7 - S_6 \cdot \cos \alpha ;$$

$$\sum F_{iY} = R_B + S_6 \cdot \sin \alpha .$$

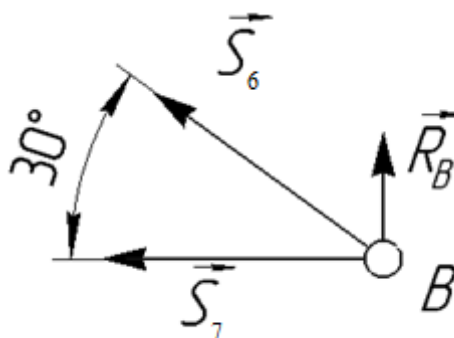


Рисунок 9 – Первая часть задачи 6

Находим из второго уравнения

$$S_6 = \frac{-R_B}{\sin \alpha} = \frac{-31,55}{\sin 30^\circ} = -63,1 \text{ Н};$$

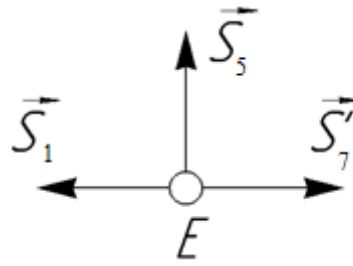
из первого

$$S_7 = -S_6 \cdot \cos \alpha = 63,1 \cdot \cos 30^\circ = 54,65 \text{ Н}.$$

Рассмотрим узел E (рисунок 10).
Составим два уравнения равновесия:

$$\sum F_{iX} = S_7' - S_1 = 0;$$

$$\sum F_{iY} = S_5 = 0.$$



Из первого уравнения находим

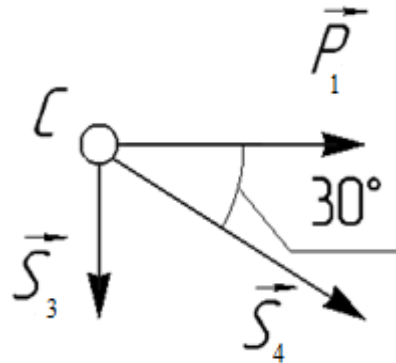
$$S_1 = S_7' = 54,65 \text{ Н.}$$

Рисунок 10 – Вторая часть задачи 6

Рассмотрим узел C (рисунок 11).
Составим два уравнения равновесия:

$$\sum F_{iX} = S_4 \cdot \cos \alpha + P_1 = 0;$$

$$\sum F_{iY} = -S_3 - S_4 \cdot \sin \alpha = 0.$$



Находим из первого уравнения

$$S_4 = \frac{P_1}{\cos \alpha} = \frac{-20}{\cos 30^\circ} = -23,09 \text{ Н;}$$

Рисунок 11 – Третья часть задачи 6

из второго

$$S_3 = -S_4 \cdot \sin \alpha = 23,09 \cdot \sin 30^\circ = 11,55 \text{ Н.}$$

Рассмотрим узел A (рисунок 12).
Составим одно уравнение равновесия:

$$\sum F_{iY} = Y_A + S_3 + S_2 \cdot \sin \alpha = 0.$$

Находим

$$S_2 = \frac{-Y_A - S_3}{\sin \alpha} = \frac{-8,45 - 11,55}{\sin 30^\circ} = -40 \text{ Н.}$$

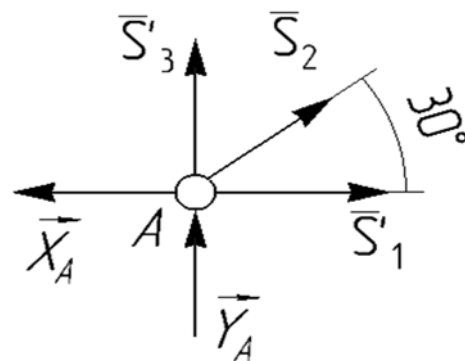


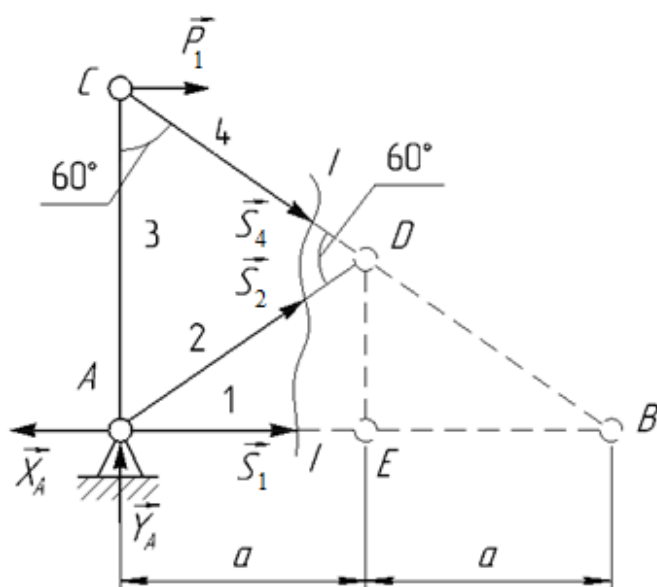
Рисунок 12 – Четвертая часть задачи 6

Результаты вычислений сведем в таблицу 2.

Таблица 2 – Результаты вычислений задачи 9

Параметры	Номер стержня						
	1	2	3	4	5	6	7
Знак усилия	+	-	+	-	0	-	+
Усилие, Н	54,56	40	11,55	23,1	0	63,1	54,65

Знак «минус» показывает, что стержни 2, 4, 6 сжаты, а не растянуты, как предполагалось.



Для фермы, рассмотренной ранее, найти усилия в стержнях 1, 2, 4.

Рисунок 13 – Условие задачи 6

Решение

Произведем сечение через стержни (1, 2, 4) и рассмотрим равновесие сечения $I-I$, лежащего слева (рисунок 13). Составим уравнение моментов относительно точки D :

$$\sum M_D(\vec{F}_i) = -X_A \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha - P_1 \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha - Y_A \cdot a + S_1 \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha = 0.$$

Находим

$$S_1 = \frac{X_A \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha + P_1 \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha + Y_A \cdot a}{a \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \frac{20 \cdot 4 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ + 20 \cdot 4 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ + 8,45 \cdot 4}{4 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ} = 54,64 \text{ Н.}$$

Составим уравнение моментов относительно точки A :

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = -P_1 \cdot AC - S_4 \cdot AC \cdot \cos \alpha = 0;$$

$$S_4 = \frac{P_1 \cdot AC}{AC \cdot \cos \alpha} = \frac{-20}{\cos 30^\circ} = -23,1 \text{ Н.}$$

Для определения S_2 рассмотрим равновесие сечения $I-I$, лежащего справа (рисунок 14).

Составим уравнение моментов относительно точки B :

$$\sum M_B(\vec{F}_i) = P_2 \cdot a + S_2 \cdot \cos \alpha \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha + S_2 \cdot \sin \alpha \cdot a = 0;$$

$$S_2 = \frac{-P_2 \cdot a}{\cos \alpha \cdot a \cdot \operatorname{tg} \alpha + \sin \alpha \cdot a} = \frac{-40}{\sin 30^\circ + \sin 30^\circ} = -40 \text{ Н.}$$

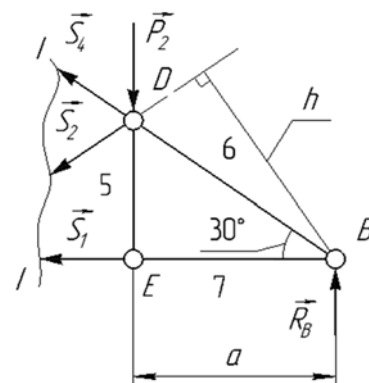


Рисунок 14 – Решение задачи 6

Результаты, полученные способами вырезания узлов и Риттера, совпадают.

2.20 Пространственная система сил

- 1 Проекция силы на ось.
- 2 Момент силы относительно оси.
- 3 Главный вектор и главный момент пространственной системы сил.
- 4 Основные типы связей и их реакции для произвольной пространственной системы сил.
- 5 Контрольная работа № 3. Пространственная система сил.

2.21 Условия равновесия произвольной пространственной системы сил

- 1 Запишите геометрические и аналитические условия равновесия произвольной пространственной системы сил.
- 2 Количество линейно независимых уравнений равновесия.
- 3 Методика расчета сочлененных систем тел: возможные варианты составления расчетных схем, используемые аксиомы.
- 4 Решить задачи 8.14, 8.15, 8.16, 8.24 из [4]; 5.7.2, 5.7.7, 5.7.9, 5.7.13 из [5].

2.22 Сила сцепления. Сила трения скольжения. Условие скольжения и условия отсутствия скольжения

- 1 Запишите формулу для определения значения максимальной силы сцепления.
- 2 Дайте определение трения скольжения. В чем разница между силой сцепления и силой трения скольжения?
- 3 Что называют углом трения, конусом трения?
- 4 Условия наличия и отсутствия скольжения.
- 5 Что Вы знаете о коэффициенте трения скольжения и его размерности?

6 Решить задачи 2.5.2, 2.5.4, 2.5.8 из [5].

7 Выполнить индивидуальное задание № 3 «Равновесие тел с учетом сцепления».

Задача 7. Каким должен быть вес тела l , для того чтобы началось скольжение вверх по наклонной плоскости, если $F = 90$ Н, а коэффициент трения скольжения $f = 0,3$ (рисунок 15)?

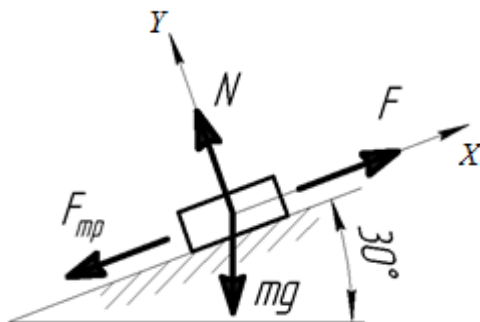


Рисунок 15 – Условие задачи 7

Решение

Для решения задачи составим уравнение равновесия в проекциях на ось x :

$$\sum F_x = 0; \quad (24)$$

$$F - F_{\text{тр}} - G \cdot \sin 30^\circ = 0. \quad (25)$$

Сила трения скольжения определяется из выражения

$$F_{\text{тр}} = f \cdot N, \quad (26)$$

где N – нормальная составляющая полной реакции опоры.

Для определения силы N составим уравнения проекций на ось Y :

$$\sum F_Y = 0; \quad (27)$$

$$N - G \cdot \cos 30^\circ = 0; N = G \cdot \cos 30^\circ; \quad (28)$$

$$F - f \cdot G \cdot \cos 30^\circ - G \cdot \sin 30^\circ = 0. \quad (29)$$

Из полученного выражения вес

$$G = \frac{F}{f \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ}.$$

Подставляя числовые значения, имеем $G = \frac{90}{0,3 \cdot \cos 30^\circ + \sin 30^\circ} = 118,45 \text{ Н}$.

Ответ: $G = 118,45 \text{ Н}$.

2.23 Трение качения. Коэффициент трения качения и момент сопротивления качению

- 1 Дайте определение трения качения.
- 2 Как определяется момент сопротивления качению?
- 3 Условия наличия и отсутствия качения.
- 4 Решить задачи 2.6.4, 2.6.11, 2.6.12, 2.6.13 из [5].

Задача 8. На наклонной поверхности находится цилиндр радиусом r (рисунок 16). Определить, при каких углах α наклона плоскости к горизонту цилиндр будет находиться в равновесии, если f – коэффициент трения скольжения, f_k – коэффициент трения качения.

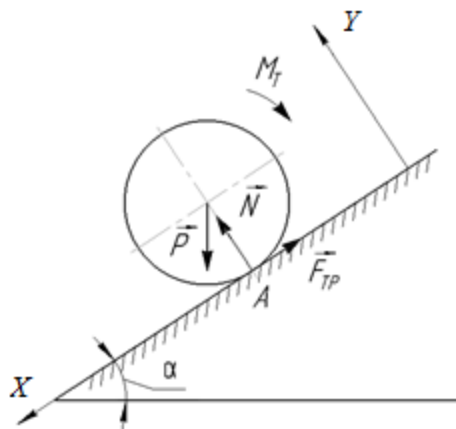


Рисунок 16 – Условие задачи 8

Решение

Изобразим действующие на цилиндр силы. Силу трения скольжения направим вверх по наклонной поверхности, момент трения качения – по часовой стрелке, одну из осей – по наклонной поверхности (см. рисунок 16).

Составим три уравнения равновесия для уравновешенной плоской произвольной системы сил:

$$\sum F_{iX} = -F_{mp} + P \cdot \sin \alpha = 0; \quad (30)$$

$$\sum F_{iY} = N + P \cdot \cos \alpha = 0; \quad (31)$$

$$\sum M_A(\vec{F}_i) = M_T - P \cdot \sin \alpha \cdot r = 0. \quad (32)$$

Находим из первого уравнения

$$F_{mp} = P \cdot \sin \alpha ;$$

из второго

$$N = P \cdot \cos \alpha ;$$

из третьего

$$M_T = P \cdot \sin \alpha \cdot r .$$

Для равновесия необходимо, чтобы выполнялись следующие неравенства:

$$F_{mp} \leq f \cdot N ; M_T = f_k \cdot N. \quad (33)$$

Подставим F_{mp} , N , M_T в неравенства (13):

$$P \cdot \sin \alpha \leq f \cdot P \cdot \cos \alpha \rightarrow \operatorname{tg} \alpha \leq f ; \quad (34)$$

$$P \cdot \sin \alpha \cdot r \leq f_k \cdot P \cdot \cos \alpha \rightarrow \operatorname{tg} \alpha \leq \frac{f_k}{r} . \quad (35)$$

Для равновесия цилиндра на наклонной поверхности необходимо, чтобы неравенства (34) и (35) выполнялись одновременно.

Если $\frac{f_k}{r} \leq f$, то потеря равновесия произойдет путем перехода к качению, так как нарушится неравенство (35).

Если $\frac{f_k}{r} \geq f$, то потеря равновесия произойдет за счет трения скольжения, так как нарушится неравенство (34).

2.24 Равновесие тел при наличии трения

Контрольная работа № 4. Равновесие тел при наличии трения.

2.25 Способы определения координат центра тяжести. Центр тяжести некоторых простейших тел

1 Центр тяжести твердого тела.

2 Центр тяжести объема, площади, линии.

3 Способы определения положения центров тяжести тел.

4 Решить задачи 9.7, 9.12, 9.27 из [4]; 6.1.11, 6.2.8, 6.2.10, 6.3.8, 6.3.10 из [5].

Список литературы

1 **Цивильский, В. Л.** Теоретическая механика: учебник / В. Л. Цивильский. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: КУРС; ИНФРА-М, 2016. – 368 с.

2 **Чигарев, А. В.** Теоретическая механика. Решение задач: учебное пособие / А. В. Чигарев, Ю. В. Чигарев, И. С. Крук. – Минск: Минфин, 2016. – 478 с.

3 Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Теория. Задания. Подробные примеры решения задач: учебное пособие / Б. Е. Ермаков [и др.]; под общ. ред. Б. Е. Ермакова. – Москва: ЛЕНАНД, 2015. – 464 с.

4 **Мещерский, И. В.** Задачи по теоретической механике: учебное пособие / И. В. Мещерский; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. – 46-е изд., стереотип. – Москва: Лань, 2006. – 448 с.

5 Сборник коротких задач по теоретической механике: учебное пособие для вузов / Под ред. О. Э. Кепе. – Санкт-Петербург: Лань, 2009. – 368 с.

6 **Бать, И. М.** Теоретическая механика в примерах и задачах: учебное пособие для вузов / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – Москва: Наука, 1990. – Т. 1–3. – 1655 с.

7 **Кирсанов, М. Н.** Теоретическая механика. Сборник задач: учебное пособие / М. Н. Кирсанов. – Москва: ИНФРА-М, 2015. – 430 с.