

УДК 372.851

ПРОВЕДЕНИЕ ЭКЗАМЕНА ПО КУРСУ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» В ФОРМЕ ОНЛАЙН-ТЕСТИРОВАНИЯ

Н. В. БЕЛЕЦКАЯ, М. И. ДЖИОЕВА, Т. С. ХАЧЛАЕВ
Российский технологический университет (РТУ МИРЭА)
Москва, Россия

Ситуация в связи с возникшей пандемией COVID-19 повлияла на все сферы жизни общества. Не могла она не затронуть и сферу высшего образования. РТУ МИРЭА, как и многие другие вузы России, перешел на дистанционную форму обучения. И если к дистанционным лекциям и практическим занятиям преподавательское сообщество адаптировалось довольно быстро, то удаленно проводить контрольные мероприятия, такие как зачеты и экзамены, оказалось не так легко при полном отсутствии контроля над тестируемым контингентом. Опыт летней сессии 2020 г. показал, что студенты, обычно не отличавшиеся успехами в математических дисциплинах, легко получили хорошие и даже отличные оценки, успешно воспользовавшись помощью более «продвинутых» товарищей, а также прикладными пакетами. Учитывая этот опыт, мы осуществили более серьезный подход к созданию тестов. И этим подходом на примере экзамена по курсу «Дифференциальные уравнения» хочется поделиться с коллегами.

Тестирование в нашем вузе проходит централизованно, поэтому при составлении заданий мы были ограничены теми рамками, которые нам обозначило руководство, а именно: максимальное количество баллов за тест должно быть равно 50. За активность в семестре преподаватель имеет возможность дать дополнительные баллы от 1 до 25. Таким образом, максимальный суммарный балл равен 75. В тесте предлагается восемь заданий различного уровня сложности. В каждом из заданий содержится 10 вариантов. Система автоматически перемешивает задания и составляет набор, индивидуальный для каждого экзаменуемого.

Первый уровень: четыре задания по 4 балла. Темы 1-го уровня: «Уравнения первого порядка, интегрируемые в квадратурах», «Составление дифференциального уравнения ортогонального семейства кривых», «Фундаментальная система решений линейного дифференциального уравнения и определитель Вронского», «Неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью в виде квазиполинома».

Второй уровень: два задания по 7 баллов. Темы 2-го уровня: «Преобразование Лапласа», «Линейные системы с постоянными коэффициентами».

Третий уровень: два задания по 10 баллов. Темы 3-го уровня: «Задача Коши с нулевыми начальными условиями для ДУ 2-го порядка» (предполагается использование формулы Дюамеля или метода Лагранжа

вариации произвольных постоянных), «Уравнения, допускающие понижение порядка».

Семь из восьми заданий предполагают не выбор из нескольких вариантов ответов, а ввод ответа в виде числа. И только одно из заданий (уровень 1, тема 2) – с выбором.

При составлении теста были использованы как популярные задачки по ДУ [1, 2], так и менее известные пособия, но содержащие большое количество разнообразных задач [3], а также методические материалы кафедр высшей математики Института кибернетики РТУ МИРЭА.

Приводим варианты задач 3-го уровня итогового теста.

Пример 1 – Решите уравнение 2-го порядка $xuy'' + x(2\ln x - 1)(y')^2 = yu''$ при заданных начальных условиях $y(1) = -2$, $y'(1) = -2$. В ответе укажите $y(e^{-4})$.

Замена $z = \frac{y'}{y}$ приводит к понижению порядка, уравнение сводится к уравнению Бернулли, а затем заменой $u = -1/z$ – к линейному 1-го порядка. Тогда $u = \frac{D}{x} - x\ln x + \frac{x}{2}$. Из начальных условий $D = 0 \Rightarrow y = C(2\ln x - 1)$. Из начальных условий $C = -1 \Rightarrow y = 1 - 2\ln x \Rightarrow y(e^{-4}) = 9$.

Пример 2 – Решите задачу Коши с нулевыми начальными условиями $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^{t+5}}$, $y(0) = y'(0) = 0$. В ответе запишите значение выражения $16\ln 2 - 9y(\ln 3) - 8\ln 3$.

Нулевые начальные условия предполагают удобное использование формулы Дюамеля. Составим и решим вспомогательную задачу Коши: $z'' + 3z' + 2z = 1$, $z(0) = z'(0) = 0$. $z'(t) = e^{-t} - e^{-2t} \Rightarrow y(t) = z'(t) \frac{1}{e^{t+5}} = \int_0^t (e^{-(t-\tau)} - e^{-2(t-\tau)}) \frac{d\tau}{e^{\tau+5}} = e^{-t} \ln\left(\frac{e^{t+5}}{6}\right) - e^{-2t}(e^t - 1) + 5e^{-2t} \ln\left(\frac{e^{t+5}}{6}\right) \Rightarrow y(\ln 3) = \frac{8}{9} \ln \frac{4}{3} - \frac{2}{9}$ и $16\ln 2 - 9y(\ln 3) - 8\ln 3 = 2$.

В качестве помощи студентам за несколько дней до экзамена был предложен пробный тест, содержащий задания, аналогичные экзаменационным. Приводим вариант задачи пробного теста.

Пример 3 – Решите задачу Коши $y^3 y'' = 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. В ответе запишите $y(\sqrt{3})$.

Заменой $y' = p(y)$, $y'' = p(y)p'(y)$ порядок уравнения понижается. Его решение $p^2 = (y')^2 = -\frac{1}{y^2} + C$. Из начального условия находим $C = 1$.

Тогда $y' = \pm \sqrt{\frac{y^2 - 1}{y^2}} \Rightarrow \sqrt{y^2 - 1} = \pm x + D$. Из начального условия нахо-

дим $D = 0$. Итак, $y^2 - x^2 = 1$. В силу начального условия нас интересует только верхняя ветвь гиперболы $\Rightarrow y(\sqrt{3}) = 2$.

Правила выставления итоговой оценки за экзамен разработаны руководством университета и ориентированы на максимальный успех студентов: 16–45 – удовлетворительно, 46–60 – хорошо, 61–75 – отлично.

Предложенная нами система тестирования рассчитана на то, что если решены только задания 1-го уровня, то и при +25 за активность сумма не выйдет за границы удовлетворительной оценки. Если решены все задания 1-го уровня и хотя бы одна задача 2-го уровня, то при наличии +23 за активность получается «хорошо», а если две задачи 2-го уровня, то и при +16 будет достаточно. Оценку «отлично» никак не получить без дополнительных баллов. Для отличной оценки надо решить полностью 1 и 2-й уровни и хотя бы одну задачу из 3-го. Тогда при наличии хотя бы 21 балла за активность студент становится отличником. Если же студент за тест набрал максимальный балл, то для отличной оценки ему достаточно за активность иметь хотя бы 11 баллов. Таким образом, мы считываем максимально объективно оценить уровень подготовки наших студентов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Филиппов, А. Ф.** Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов. – Москва; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2005.

2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В. К. Романко [и др.]. – Москва: Юнимедиастайл, 2002.

3. **Битнер, Г. Г.** Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие / Г. Г. Битнер. – Казань: Казан. гос. техн. ун-т, 2008.

УДК: 372.85/.86+378.4/.6

ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В РЕСПУБЛИКЕ МОЛДОВА

В. Н. БОКАНЧА

Тираспольский государственный университет
Кишинев, Республика Молдова

В большинстве стран мира, в частности в США и Российской Федерации, уделяется особое внимание повышению качества естественно-научного и математического образования. Это связано с тем, что количество учащихся и студентов, которые выбирают профессии, требующие