

М.Е. Лустенков, Д.М. Макаревич

**ПЛАНЕТАРНЫЕ ШАРИКОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТИПА**

**Могилев
ГУ ВПО «Белорусско - Российский университет»
2005**

УДК 621.83.06
ББК 34.445
Л 86

Рекомендовано к опубликованию Советом Белорусско - Российского университета 25.03. 2005 г., протокол № 7

Рецензенты: зав. каф. «Теоретическая механика и теория механизмов и машин» Витебского государственного технологического университета, д-р техн. наук, проф. А.В. Локтионов; ст. науч. сотрудник Института механики и надежности машин НАН Беларуси, канд. техн. наук, доц. В.Л. Басинюк

Лустенков М.Е. Планетарные шариковые передачи цилиндрического типа: монография / М.Е. Лустенков, Д.М. Макаревич. – Могилев: Бел.- Рос. ун-т, 2005. – 123 с.: ил.

ISBN 985-492-001-1.

Рассмотрены вопросы структуры, кинематики и динамики планетарных передач с телами качения в зацеплении цилиндрического типа. Показаны преимущества этой группы передач: широкие кинематические возможности, компактность, низкая себестоимость изготовления, высокая нагрузочная способность. Рассмотрены вопросы методик их расчета и технологии изготовления. Продемонстрированы возможности внедрения этих передач в различные отрасли промышленности.

Для инженеров-конструкторов, аспирантов, магистрантов и студентов технических специальностей университетов.

УДК 621.83.06
ББК 34.445

ISBN 985-492-001-1

© Лустенков М.Е.,
Макаревич Д.М., 2005
© ГУ ВПО «Белорусско-Российский
университет», 2005

Введение

Машина должна быть прочной, надежной в работе, высокопроизводительной, но вместе с тем и легкой, с минимальными материалоемкостью и энергозатратами, не должна загрязнять окружающую среду, должна соответствовать требованиям технической эстетики и эргономики [1]. То же относится и к механическим передачам, согласовывающим режим работы двигателя с режимом работы исполнительных органов машины.

Настоящая работа посвящена исследованию механических передач планетарного типа, использующих промежуточные тела качения в зацеплении. Надо признать, что в настоящее время в отечественной промышленности разработки по этой тематике не распространены широко и находят лишь эпизодическое внедрение, несмотря на то, что исследований в этой области произведено немало, и в Белорусско-Российском университете сформировалась научная школа, включающая исследователей развивающих это направление.

Для создания механизмов со встроенными редуцирующими узлами, мультипликаторами и дифференциалами чаще всего применяют зубчатые передачи, которые имеют многовековую историю развития, проверенные практикой и постоянно совершенствующиеся технологии изготовления и методики расчетов.

Не конкурируя в настоящее время с зубчатыми передачами по всему спектру редукторов общемашиностроительного назначения, планетарные шариковые передачи (ПШП) цилиндрического типа имеют ряд преимуществ перед ними и в некоторых случаях применение последних целесообразнее. В частности, когда:

- необходимо встроить *силовую* передачу в очень малые диаметральные габариты (требование конструкции, работа в трубах, скважинах, передача крутящих моментов в труднодоступные места и т. д.);

- встроенная передача должна обладать при этом широкими кинематическими возможностями, дополняющими и превосходящими возможности известных планетарных передач, быть технологичной и дешевой в изготовлении, а ее конструкция обеспечивать легкость сборки-разборки.

По этому направлению выполнено несколько фундаментальных исследований и очевидны достигнутые успехи. Однако, во-первых, их эффективность не в полной мере удовлетворяет современному уровню развития механических передач, во-вторых, потенциал ПШП до сих пор не раскрыт в полной мере. На их основе возможна разработка не только редукторов, на чем сосредоточено большинство исследователей, но и механизмов с возвратно-поступательным движением звеньев (механизмов поршневых насосов, двигателей), дифференциалов, механизмов, воспроизводящих заданный закон движения выходного звена, голономных муфт и т.д.

И в традиционно рассматриваемой области проектирования редукторов возможности ПШП далеко не исчерпаны. Мировой энергетический кризис заставляет уделять особое внимание повышению эффективности добывающей

отрасли промышленности. Существует необходимость создания нового оборудования для выполнения и обслуживания операций по добыче нефти при геологоразведочном бурении на территории нашей страны, и которое может являться экспортным потенциалом Республики Беларусь. Бурение скважин – это область, где возможности ПШП уже раскрылись в достаточной степени.

Планетарные шариковые редукторы могут разрабатываться для создания средств малой механизации: встраиваться в механизмы подъемно-тяговых устройств, гайковертов для отворота резьб, в механизмы устройств для передачи крутящего момента в труднодоступные места и т.п.

Цели настоящей работы, построенной по ставшему уже классическим принципу исследования механических передач «структура-кинематика-динамика», заключаются в разработке нового типа ПШП с использованием известных и новых преимуществ этого класса передач, а также в расширении областей применения и спектра механизмов, использующих ПШП, с одновременным снижением их себестоимости. Проведенный анализ не следует рассматривать как завершающий этап, он является лишь очередным шагом в выбранном научном направлении. Авторы надеются, что результаты представленной работы окажутся полезными не только коллегам, занимающимся исследованиями схожей направленности, но и разработчикам традиционных зубчатых передач, волновых редукторов, кулачковых механизмов, новых видов шарикоподшипников. Одна из целей написания этой работы заключалась в возможном привлечении молодых ученых, аспирантов и студентов к этой, несомненно интересной тематике, которые смогут в дальнейшем развить вопросы, изложенные в данной монографии, на качественно новом уровне.

Авторы выражают признательность рецензентам: доктору технических наук, профессору Анатолию Васильевичу Локтионову и кандидату технических наук, доценту Владимиру Леонидовичу Басинюку за внимательное прочтение рукописи и ряд сделанных ценных замечаний.

1 Состояние исследований в настоящее время

1.1 Обоснование выбора планетарных передач с телами качения в качестве объекта исследования

Как отмечено во введении, в цели настоящего исследования входило исследование механических передач, которые удовлетворяли бы следующим основным требованиям:

- 1) имели бы высокую нагрузочную способность при небольших диаметральных габаритах (менее 100 мм);
- 2) обладали бы широкими кинематическими возможностями;
- 3) имели бы низкую себестоимость изготовления, сборки и ремонта.

Прежде всего, следует проанализировать возможность применения планетарных зубчатых передач, так как они в определенной мере удовлетворяют вышеперечисленным требованиям. История развития зубчатого зацепления исчисляется столетиями. Теория эвольвентного зубчатого зацепления разработана Л. Эйлером еще в 1750-1762 гг., и в настоящее время зубчатые колеса выпускаются промышленностью серийно, а планетарные зубчатые редукторы широко исследованы в теории и на практике. Результаты этих исследований приведены в источниках [2], [3] и многих других. Среди зубчатых зацеплений следует отметить зацепление Новикова, отличающееся повышенной нагрузочной способностью. И в последнее время исследования планетарных зубчатых передач продолжают, а их конструкции совершенствуются [4].

Однако встроить *силовую* планетарную зубчатую передачу в ограниченный диаметральный размер (особенно менее 50 мм) достаточно сложно, высокие требования предъявляются к точности изготовления зубчатых колес для успешной сборки. К тому же затраты на изготовление планетарных зубчатых редукторов значительны, особенно, если речь идет об освоении нового производства.

Волновые зубчатые передачи имеют принцип действия, во многом схожий с передачами, рассматриваемыми в данной работе. Впервые сведения о волновых передачах в печати появились в 1959 году [5]. В США и Японии налажено серийное производство волновых редукторов общего назначения [6]. И хотя в СССР они выпускались серийно с типоразмерами, начиная с 50,8 мм (диаметр делительной окружности гибкого элемента), очевидна относительная сложность их проектирования и изготовления, прочность редуктора определяется прочностью гибкого элемента.

Передачи с телами качения вышепоставленным требованиям отвечают в полной мере и определенным образом развивают принцип действия волновых зубчатых передач, разновидности которых предполагают и торцовое исполнение (Пат. 2019760 РФ. Волновая зубчатая торцевая передача. М.Я. Гурьянов, А.Б. Савиных, 1994 г.).

1.2 Анализ развития передач с телами качения

Использование тел качения для передачи нагрузки имеет уже многолетнюю историю, но внедрение в промышленность получили лишь некоторые, наиболее успешные конструкции. Отдельные попытки разработать такие передачи предпринимались еще в начале XX века, значимые импульсы научные исследования в этом направлении получали в 30-х и 60-х годах прошлого столетия, но разработки велись и ведутся не централизованно, а отдельными научными коллективами и исследователями. Вопрос систематизации и классификации этих передач по-прежнему актуален. Разработано большое количество передач, которые с учетом структуры и кинематики могут быть сгруппированы определенным образом, причем при современном уровне развития теории механизмов и машин эти группы находятся в тесном переплетении: передачи с телами качения по принципу действия могут быть отнесены к волновым, клиновым и кулачковым передачам. В настоящей работе предлагается одна из новых концепций систематизации.

Прежде всего, передачи с телами качения могут быть разделены на передачи с жесткими и нежесткими кинематическими связями. К передачам с нежесткими кинематическими связями можно отнести шариковые фрикционные передачи или шарикоподшипниковые передачи. В них используют тела качения, которые помещаются в сепаратор и, при помощи нажимных устройств, прижимаются к беговым дорожкам. За счет сил трения они получают вращение вокруг общей оси совместно с сепаратором, который является ведомым звеном такой передачи. Научные работы о шарикоподшипниковых передачах появились еще в 30-х годах прошлого столетия [7]. Преимущества: низкая металлоемкость, невысокая трудоемкость их изготовления, бесшумность работы. Основные недостатки: фрикционные передачи имеют непостоянное передаточное отношение и низкую нагрузочную способность, ограниченную максимальной силой сцепления. К тому же эти передачи имеют в несколько раз больший вес по сравнению с зубчатыми промышленными аналогами и низкий КПД.

В структуре передач с жесткими кинематическими связями, которые следует признать более перспективным видом передач, нежели шарикоподшипниковые, следует выделить группу передач с промежуточными телами качения в зацеплении. Систематически исследования стали вестись отечественными учеными с начала 60-х годов. Шарикоподшипники выполняли роль зубьев зубчатых колес и шайбами крепились в углублениях ведущего и ведомого валов [8]. Позже, в 1968 году, появляются шариковые передачи для валов с пересекающимися осями и многоступенчатые передачи с шариковыми промежуточными телами для параллельных валов более сложных конструкций. Нагрузочная способность таких передач примерно в 1,3 раза выше чем у зубчатых за счет низких изгибных напряжений, КПД этих передач примерно соответствует КПД эвольвентных зубчатых передач (0,98...0,99), но уровень шума при работе ниже.

На рисунке 1.1 изображена схема одной из конструкций шариковой передачи с параллельными осями. Она состоит из шестерни-обоймы 1 со сферическими углублениями на торцевой поверхности, в которых находятся шарики и колеса 2, на торцевой поверхности которого выполнены зубья в виде канальных поверхностей сложной формы. Тела качения (шарики) обозначены индексом 3.

В Томском политехническом институте в 80-х годах была сформирована научная школа под руководством А.Е. Беляева, занимавшаяся шариковыми передачами с параллельными валами [9]. Проведен большой объем исследований, результаты которых отражены в источниках [10, 11].

Однако передачи с промежуточными телами сложны в изготовлении: формообразование профилей зубьев на колесах, особенно сложной формы, связано с определенными технологическими трудностями, которые дополняются требованиями повышенной точности к изготовлению деталей передач.

Представители Томской научной школы – группа исследователей ЗАО «Томские трансмиссионные системы» - занимается также разработкой передач, отличных от передач рассматриваемой группы (Пат. 2179272 РФ. Дифференциальный преобразователь скорости «Редуктор-подшипник». В.В. Становский, 2001 г.). Признавая оригинальность данных конструкций, нельзя не отметить потребность в уникальном станочном оборудовании для их изготовления.

Передачи с промежуточными телами их исследователи часто относят к зубчатым передачам, так как они предусматривают *два основных звена в зацеплении: шестерню и колесо*.

Следующая структурная группа – планетарные шариковые (роликовые) передачи, отличается от предыдущей тем, что эти передачи имеют три основных звена и способны кроме редукторов образовывать дифференциалы. Работая в режиме редуктора, шариковая планетарная передача имеет три основных звена: ведущее, ведомое и заторможенное, а также промежуточные звенья в виде тел качения, выполняющие функции сателлитов.

Примером использования принципа клина в передаче вращения является шариковый редуктор Сопрунова (Пат. 236138 Германия, kl.47h от 12.05.1910, Ф.П. Сопрунов), явившийся прообразом современной шаровинтовой передачи. Передача вращательного движения осуществлялась путем взаимодействия трех

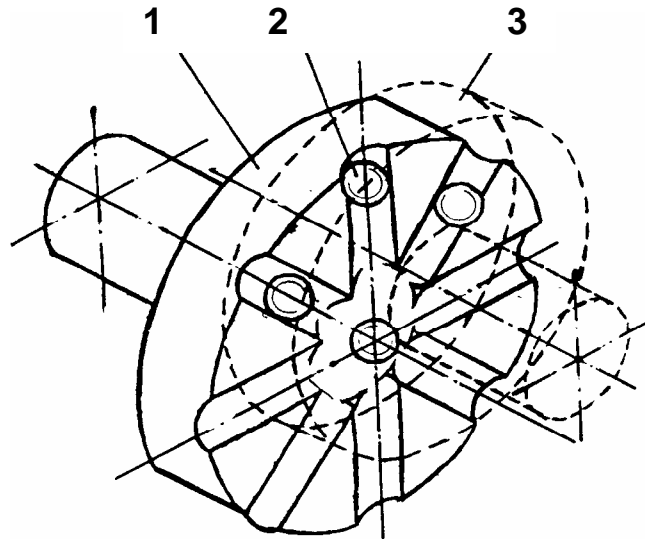


Рисунок 1.1 - Передача с параллельными осями с передаточным отношением $u = 2$

тел вращения через подвижные элементы (шарики), расположенные в направляющих этих тел. В Советском Союзе впервые конструкции шариковых винтовых механизмов были разработаны в 30-х годах XX-го столетия И.Р. Неменом и Г.В. Никоновым [12]. За рубежом известны планетарные роликовинтовых передачи, разработкой которых на уровне серийного производства занимается концерн SKF (Швеция). Их особенность – наличие тел качения в виде резьбовых роликов, расположенных между винтом и гайкой и совершающих планетарное движение относительно оси ходового винта. В [13] отмечается КПД этих передач – более 80 %, грузоподъемность при тех же габаритах что и у шаровинтовых передач – в три раза больше. Эти передачи предназначены для линейного перемещения выходного звена. Фирма SVC (Франция) выпускала роликовинтовые передачи для железнодорожных тележек-домкратов с электроприводом от аккумуляторных батарей, предназначенных для подъема локомотивов и вагонов [14]. Также известны фирмы, специализирующиеся на разработке шарико- и роликовинтовых передач: «Rotex» (Англия), «La Teknic Integral» (Франция), «Seginow» (США), «Volvis» (Швеция).

В настоящее время шариковинтовые и роликовинтовые механизмы стандартизованы и выпускаются централизованно. Однако применение они находят для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное и изготавливаются в бесступенчатом исполнении (два основных звена – ходовой винт и гайка). Как отмечается в [15], ролико- и шариковинтовые передачи относительно дороги требуют исполнителей очень высокой квалификации и доступны не каждому машиностроительному заводу. Технология изготовления таких передач сложна и требует специального оборудования.

В 1964 году В.В. Воробьев предложил шаровинтовую передачу вращения [16] для создания соосного редуктора, отличающуюся более прогрессивным механизмом возврата шаров, нежели редуктор Сопрунова. Передача содержала три коаксильных обоймы, крайние из которых на поверхностях, обращенных к средней обойме, снабжены винтовыми пространственными дорожками для шаровых сателлитов, размещенных в прорезях промежуточной обоймы (рисунок 1.2).

Беговая дорожка одной из обойм помимо своей рабочей части имеет участок возврата шаров в исходное положение. Этот участок выполнен в виде винтовой линии, наклоненной в другую сторону, и имеет глубину, обеспечивающую выход шаров из зацепления с другой крайней обоймой. При вращении одной (например, внутренней) обоймы и торможении другой (наружной) шары-сателлиты, выполняя планетарное движение, увлекают за собой третью обойму. Передаточ-

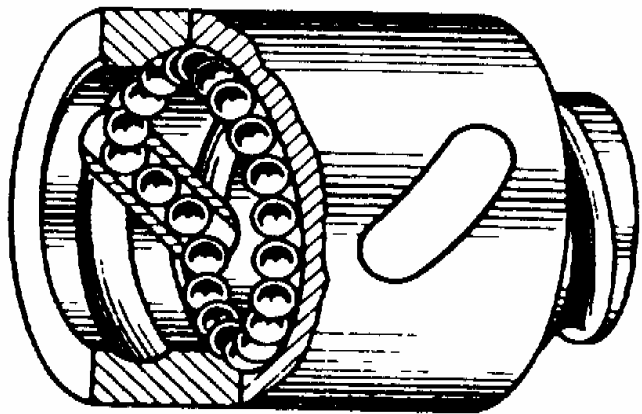


Рисунок 1.2 - Наружная обойма шариковинтовой передачи

ное отношение такой передачи определяется соотношением между шагами винтовых дорожек или между углами их подъема.

Широкие исследования передач с пространственными дорожками для шариков и каналами их возврата в исходное положение в 70-80-х годах были проведены В.Н. Стрельниковым [17].

Исключить недостаток ненагруженности сателлитов при возврате в исходное положение также удалось благодаря применению замкнутых пространственных периодических беговых дорожек [18]. В 1968 году Р.М. Игнатищев предложил синусошариковый редуктор (СШР), в котором тела качения перемещались по синусоидальным беговым дорожкам, выполненным на цилиндрических поверхностях двух втулок, а также вдоль продольных прорезей сепаратора, помещенного между втулками.

На рисунке 1.3 приведены детали СШР, а также СШР в сборе. Структуру СШР можно сравнить со структурой радиального шарикоподшипника, удлиненного в осевом направлении, у которого тела качения 4 перемещаются по канавкам, выполненным не в виде окружностей, замкнутых на цилиндре, как у подшипника, а в виде периодических волнообразных кривых одинаковой амплитуды, также замкнутых на цилиндре. Одна такая канавка с числом периодов (волн) Z_1 исполнена на поверхности внутренней втулки 1, а другая, с числом периодов Z_3 - на внутренней поверхности наружной втулки 3. Между двумя втулками располагается сепаратор (водило) 2, который имеет удлиненные прорези.

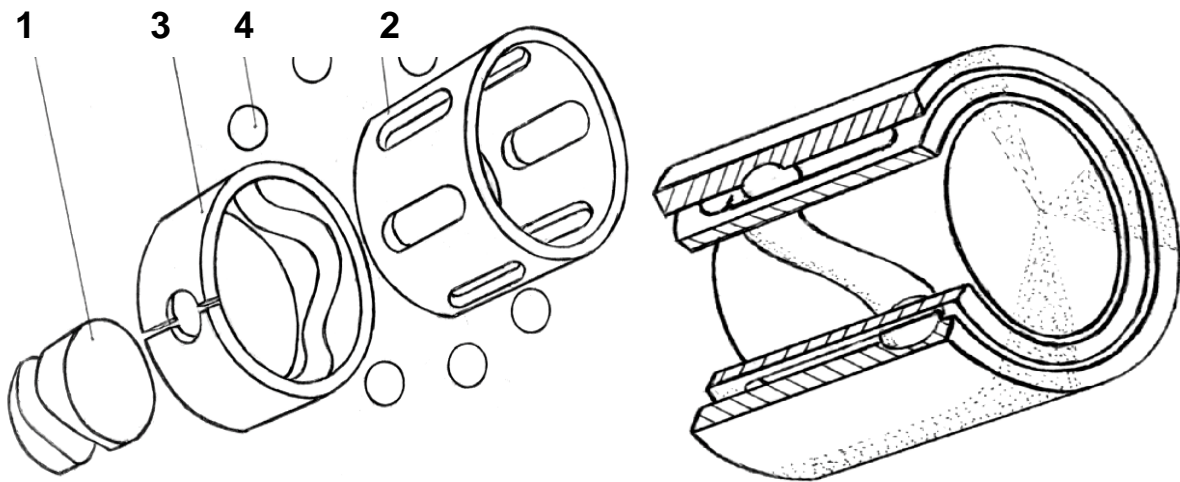


Рисунок 1.3 - Секция СШР в сборе и его детали

Эти передачи можно изготавливать многорядными, благодаря чему возможно значительное увеличение их несущей способности без увеличения диаметральных размеров.

За рубежом исследования кинематики планетарных шариковых передач с цилиндрическими обоймами и замкнутыми периодическими дорожками на них в виде синусоид выполнил М. Леманн (ФРГ) [19]. Среди значимых работ отечественных ученых одной из первых по данной тематике была кандидатская

диссертация [20]. Наиболее полно синусошариковые передачи исследованы Р.М. Игнатищевым (основные результаты исследований отражены в [21] и [22]), основавшим в 70-х годах в Могилевском машиностроительном институте (сейчас Белорусско-Российский университет) научную школу синусных передач.

Одно из основных преимуществ СШР заключается в том, что его передаточное отношение не зависит непосредственно от размеров сечения, перпендикулярного оси, т.е. от максимального диаметра редуктора. Это позволяло разрабатывать редукторы с максимальным наружным диаметром 195, 164, 127 мм и менее, с высокой нагрузочной способностью, нашедшие применение при создании буровой техники. Это направление и по сей день считается наиболее перспективным для применения синусоцилиндрических шариковых передач (СШП) [23, 24].

В 80-х годах особое развитие получили кругосинусоидные передачи (шариковые и роликовые торцовые планетарные передачи). В этих передачах периодические дорожки исполнены на плоскостях, обращенных друг к другу. Между ними располагается дисковый сепаратор, в прорезях которого перемещаются тела качения. Основные результаты исследований по этому направлению отражены М.Ф. Пашкевичем в [25], [26]. Работы велись учеными ММИ, Института проблем надежности и долговечности машин АН БССР, коллективом специалистов из Технического университета Ключа Напока (Румыния) M.Вара, V.Handra-Luca, E.Teutan и другими [27]. Недостатком торцовых передач являются их увеличенные диаметральные размеры (соизмеримые с размерами планетарных зубчатых редукторов) и нецелесообразность использования их, вследствие этого, в качестве редукторов общемашиностроительного назначения, а также в добывающей промышленности (для работ в скважинах).

К этой же группе, по причине схожести принципа действия, следует отнести эксцентриковые шариковые планетарные передачи. Это, пожалуй, одна из самых распространенных и исследованных групп передач этого класса. Известны патенты прошлого столетия с шариковыми (Пат. 1 738 662 США. Ball transmission. G.S.Morisson, 1929 г.), (Пат. 1 946 358 США. Articulated differential gear. F. Porsche et al., 1929 г.) и роликовыми (Пат. 1 689 285 США. Differential gear for propelled vehicles. H.Knab, 1928 г.) сателлитами. В СССР эти передачи широко исследованы В.П. Брюховецким [28].

Основная конструктивная особенность этих передач состоит в классической волновой схеме тел качения (шариков или роликов) вместо гибкого элемента (рисунок 1.4). Передача состоит из четырех основных элементов: приводного вала с эксцентриком 1, сепаратора 2, тел качения 3 и венца кулачковых секторов 4. Эксцентриковый вал 1, вращаясь, вызывает радиальное перемещение тел качения 3 в пазах сепаратора 2. Создается эффект «волны», бегущей по цепочке сепарированных тел качения, т.е. эта цепочка является аналогом гибкого элемента в классических волновых схемах. Тела качения, контактируя с рабочими поверхностями венца кулачковых секторов 4, вызывают его вращение. Каждый полный оборот эксцентрикового вала поворачивает венец на один ку-

лачковый сектор. Таким образом, передаточное отношение определяется количеством кулачковых секторов венца.

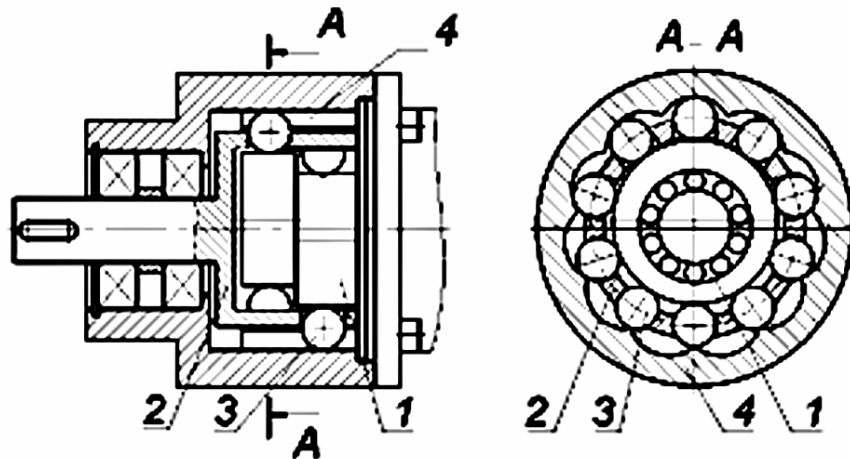


Рисунок 1.4 - Схема волновой передачи с промежуточными звеньями («СибМашКом», НТО «Приборостроение», РФ)

Недостатком эксцентриковых передач является пониженная нагрузочная способность, обусловленная ограниченным числом шариков, несущих нагрузку. Также среди недостатков невозможность компенсации износа профильных поверхностей кулачков в радиальном направлении, что приводит к повышению шума при длительной работе, и технологические сложности изготовления профильных торцовых поверхностей.

Следует отметить, что торцовые планетарные шариковые передачи, волновые передачи с промежуточными звеньями, несмотря на различные названия и некоторые конструктивные особенности, имеют общий принцип действия известных плунжерных передач [29, 30]. Принцип планетарного зацепления с промежуточными телами был положен в основу при создании кулачкового (сухарного) автотракторного дифференциала повышенного трения, принцип работы которого был рассмотрен в [29] и в настоящее время описан в многочисленной учебной и научной литературе по расчету трансмиссий автомобилей. Одна из конструкций этого дифференциала широко реализована на практике в автомобилях ГАЗ–62 (образец 1959 года выпуска), ГАЗ–66. Кулачковые дифференциалы установлены также на бронетранспортерах БТР-60ПБ и БТР-70. Аналогичный принцип действия имеют и гидромоторы. Общий, уже отмеченный недостаток данного типа передач – увеличенные диаметральные размеры. Также очевидно отсутствие возможности компенсации износа кулачков в радиальном направлении.

Заметный вклад в развитие теории планетарного зацепления внес коллектив ученых из Молдавии под руководством И.А. Бостана (А.с. 1044868 СССР. Планетарный механизм. И.А. Бостан, В.Е. Дулгеру, 1982 г.; А.с. 1551898 СССР. Планетарный механизм. И.А. Бостан, К.Б. Глушко, 1987 г.), а также ученые ИНДМАШ НАН Беларуси (А.с. 1753102 СССР. Планетарная цевочная передача. О.В. Берестнев, 1990 г.).

Заслуживает внимания конструкция, предложенная А.А. Рябцевым [31]. Сущность изменений заключается в том, что эксцентриковые передачи можно изготавливать не только торцевыми, но и цилиндрическими, причем на внутренней поверхности наружной втулки выполнены продольные пазы сферической формы, равномерно расположенные по диаметру наружной втулки. На торце ведущего звена изготовлен переменный по глубине в осевом направлении сферический паз, а торец ведомого звена представляет собой многопериодный кулачок, с которым взаимодействуют шарики, находящиеся одновременно в пазах втулки. Рассмотрим аналогичную по принципу действия конструкцию передачи, приведенную в [32].

Передача (А.с. 1221418 СССР) (рисунок 1.5) содержит ведущий барабан 1 с профильной торцевой поверхностью, образованной синусоидой с целым числом периодов, ведомый барабан 2 с аналогичной торцевой поверхностью, корпус 3 с пазами, параллельными оси вращения, равномерно распределенными по диаметру, и тела качения 4.

Эта передача, а также конструкция А.А. Рябцева, имеют те же недостатки, что и конструкции В.П. Брюховецкого.

Использование роликов в качестве тел качения (плунжеров) хотя и повышает несущую способность передачи благодаря увеличению длины контактной линии, однако чувствительность этих передач к перекосам вызывает их повышенную склонность к заеданию. К недостаткам таких передач можно также отнести невозможность регулировки зазора в зацеплении, возникающего в процессе износа контактирующих звеньев передачи, что ведет к появлению люфтов, увеличению шумовых и вибрационных характеристик. Шариковые передачи имеют более высокий КПД (у шариковинтовых механизмов КПД на 10-15 % выше, чем у роликовинтовых [15]) и надежны в работе благодаря меньшей склонности к заеданию и заклиниванию.

За рубежом работы в направлении создания редукторов с телами качения проводят: фирмы «Synkinetics Inc.», «АЕС 81», «Computer Drive Corporation» (США), «Bollman Hydraulik GmbH» (Германия), «Axial Wave Drive» (Нидерланды), «Twinspin» (Словакия), «Precision Mechanical Devices» (Великобритания); исследователи: Imase Kenji (Япония), Xu Xiandong, Gong Zyongliang (КНР) и многие другие.

Структура передач с использованием тел качения может быть представлена в виде схемы (рисунок 1.6), демонстрирующей также положение в этой структуре выбранного объекта исследований.

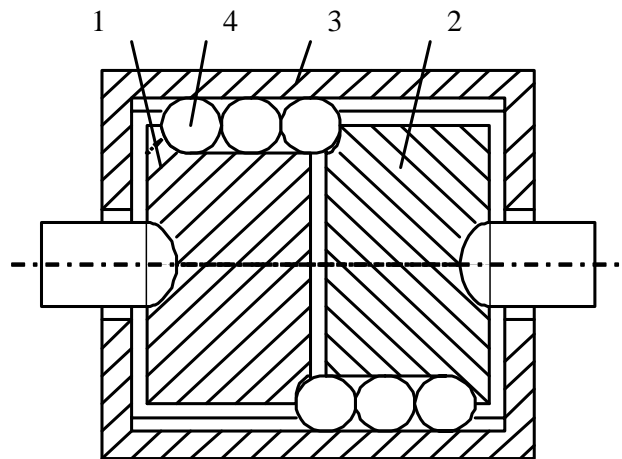


Рисунок 1.5 - Передача с телами качения



Рисунок 1.6 - Классификация передач с телами качения

Из общей группы планетарных передач с телами качения с замкнутыми периодическими дорожками под сателлиты группа синусных передач (цилиндрических и торцовых) имеет очень важное преимущество по сравнению с эксцентриковыми передачами: она обеспечивает многопарность зацепления, что значительно повышает нагрузочную способность редукторов.

На основе проведенного анализа можно сделать вывод о том, что среди многообразия передач, передающих нагрузку с помощью тел качения, СШП

наиболее полно отвечают одновременно двум требованиям: высокой нагрузочной способности при небольших диаметральных габаритах.

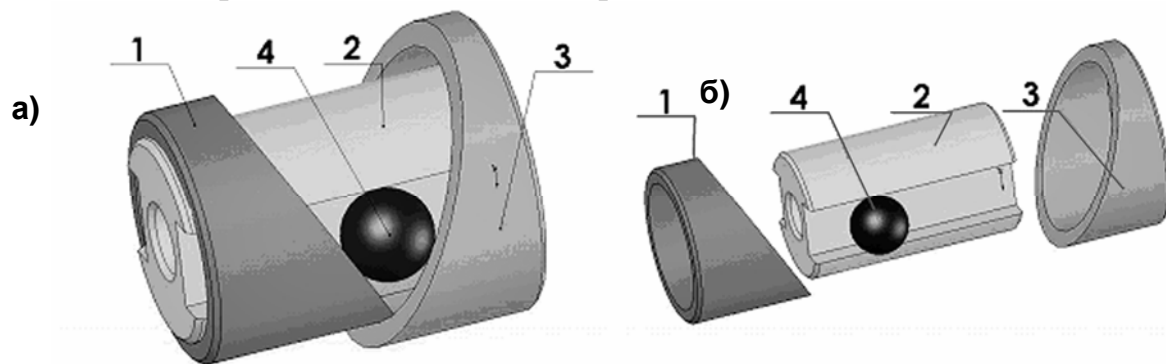
Однако в последние десятилетия интенсивность работы над СШП заметно снизилась. Наряду с объективными причинами, связанными с распадом СССР и свертыванием объемов научно-исследовательских работ по внедрению новой буровой техники, это обстоятельство объясняется также следующим:

- 1) низким КПД редуктора по сравнению с зубчатыми передачами;
- 2) технологическими трудностями в изготовлении деталей СШП. Для воспроизведения замкнутых периодических дорожек (синусоиды, циклоиды и пр.) на цилиндрических поверхностях (особенно на внутренних) требуются специальные приспособления, копиры. Необходим также специальный режущий инструмент, точная наладка станочного оборудования, высокая квалификация исполнителей.

1.3 Разработка конструкции простейшего ЭШР и предварительный анализ кинематических возможностей ЭШП

Передача нового типа была предложена в 2002 г. [33], причем в начале исследования передачи имели название «эллипсоидные», которое затем было скорректировано. Основные детали передачи показаны на рисунке 1.7: внутренний кулачок 1, вал с пазами 2, наружный кулачок 3, тела качения (шарики) 4. Для создания редуцирующего узла одно из звеньев (1, 2 или 3) конструируется ведущим, другое – затормаживается, а третье оказывается ведомым.

При этом тела качения выполняют функцию спутников планетарного редуктора. Рассмотрим одну из кинематических схем передачи. При вращении ведущего вала 1, тела качения 4, вследствие наложенных связей, перемещаются по поверхности неподвижного наружного кулачка 3, а также вдоль продольных пазов ведомого вала 2, вынуждая его вращаться с редуцицией. Все детали передачи размещаются в цилиндрическом корпусе, в котором наружный кулачок фиксируется с помощью шпоночного, винтового или иного соединения. Корпус накладывает ограничения на осевые перемещения деталей.



а – в сборе; б – детали секции

Рисунок 1.7 - Секция ЭШР

Так как траектории центров тел качения, а также рабочие поверхности внутреннего и наружного кулачков представляют собой эллипсы, эти передачи названы *эллипсными шариковыми передачами (ЭШП)*, а редуцирующие узлы такого типа – *эллипсными шариковыми редукторами (ЭШР)*. На рисунке 1.8 изображены детали ЭШР и два односекционных ЭШР в сборе.

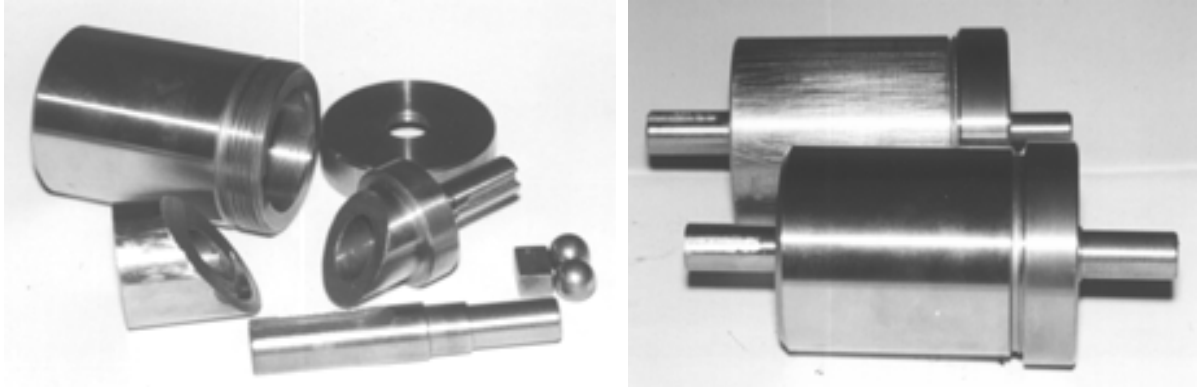


Рисунок 1.8 - Детали односекционного редуктора и два ЭШР в сборе

Преимущества передачи (они же являются и основными *отличиями* от уже известных СШП) [34, 35]:

1) простота и технологичность изготовления деталей ЭШП. Для изготовления деталей ЭШП (кроме шариков, которые извлекаются из шарикоподшипников) требуются два станка: токарный и фрезерный. Не нужны специальных приспособлений, инструмента и сложной наладки. Появляется возможность изготавливать планетарные передачи практически в «полевых» условиях (в условиях ремонтных мастерских и т. д.). Здесь же – высокая ремонтпригодность и взаимозаменяемость деталей ЭШП;

2) впервые предложена передача с двумя сопряженными кривыми *различной амплитуды*, ранее эта возможность просто не рассматривалась. В связи с этим появляется теоретическая возможность реализации *любого* значения передаточного отношения, в том числе и дробного (это будет доказано далее) на рабочих участках зацепления; впервые рассмотрена возможность создания планетарных шариковых передач с наружным зацеплением;

3) в конструкциях ЭШП, где вал с пазами не располагается между кулачками, отсутствуют детали, испытывающие изгибные нагрузки. Это в значительной мере компенсирует то, что нагрузку передает одно тело качения, к тому же известно, что тела качения способны выдерживать статические давления порядка 5000 МПа при твердости 63-65HRC [36]. В дополнение к этому, ЭШП можно проектировать многосекционной. Это значительно увеличит нагрузочную способность, увеличит длину редуктора, но не увеличит его диаметральные размеры.

1.4 Классификация планетарных шариковых передач с жесткими кинематическими связями и структурный анализ ЭШП

Терминология и классификация. В большинстве литературных источников по теории механизмов и машин и по деталям машин понятие планетарных механизмов и передач неразрывно связано с зубчатыми передачами. Между тем, многие исследователи употребляют термин «планетарные передачи» применительно к передачам с телами качения на протяжении многих десятков лет [18, 25–26, 28 и др.], он употребляется в справочной технической литературе [37, С. 325-327], этот термин встречается в различной научно-технической литературе, не вызывая возражений со стороны специалистов. К тому же в учебной литературе по деталям машин и теории механизмов определение «дифференциальный механизм» также связано с зубчатыми передачами (колесами), в то время как существуют кулачковые дифференциалы.

Из вышесказанного следует вывод, что термин «планетарные» допустим применительно к передачам с телами качения. Как дополнительное доказательство служат кинематические зависимости, приведенные в разделе 2 данной работы, которые у зубчатых планетарных передач и у шариковых планетарных передач аналогичны. В связи с этим, дадим следующие определения планетарным механизмам.

Планетарным механизмом назовем механизм, состоящий из трех основных вращающихся звеньев и промежуточного звена (звеньев) с возможностью осуществления его (их) сложного движения.

Планетарным шариковым механизмом назовем планетарный механизм, у которого промежуточными звеньями являются шарики.

Рассмотрим математическую модель зацепления. Все планетарные зацепления с телами качения (шаровинтовые, синусошариковые, эллипсные и др.) образованы рабочими поверхностями двух деталей (представим их в виде пространственных кривых), по которым перемещаются тела качения, собственно тел качения (материальных точек) и промежуточного звена (промежуточной обоймы, сепаратора, вала с пазами и т. д.). Если пространственные кривые располагаются на цилиндрических поверхностях, то назовем эти кривые цилиндрическими (цилиндрическая синусоида, циклоида и т.д.). R – радиус цилиндрической кривой (радиус цилиндрической поверхности, на которой располагаются центры масс шариков).

Пространственные кривые налагаются друг на друга, и их точки пересечения – тела качения. Любая периодическая пространственная кривая имеет *среднюю* (нулевую) *линию*, относительно которой эту кривую можно представить как периодическую функцию:

$$z_i = f(x_i), \quad (1.1)$$

где z_i – кратчайшее расстояние от средней линии до некоторой произвольной точки кривой;

x_i – соответствующее расстояние, отмеренное вдоль средней линии от некоторой точки O , принятой за начало отсчета. Координата x , отмеряемая вдоль средней линии, может измеряться как в единицах длины, так и в радианах.

Если пространственную кривую трансформировать так, чтобы ее средняя линия обратилась в прямую, при этом поверхность, несущая пространственную кривую, обратится в плоскость, то получим *развертку кривой на плоскость* (плоскую развертку кривой).

Совместив плоские развертки двух кривых и выбрав общее начало отсчета O , получим математическую модель шарикового зацепления (рисунок 1.9). При этом важно соблюдение условия: длины средних линий у обеих кривых должны быть равны и численно равны $2\pi R$.

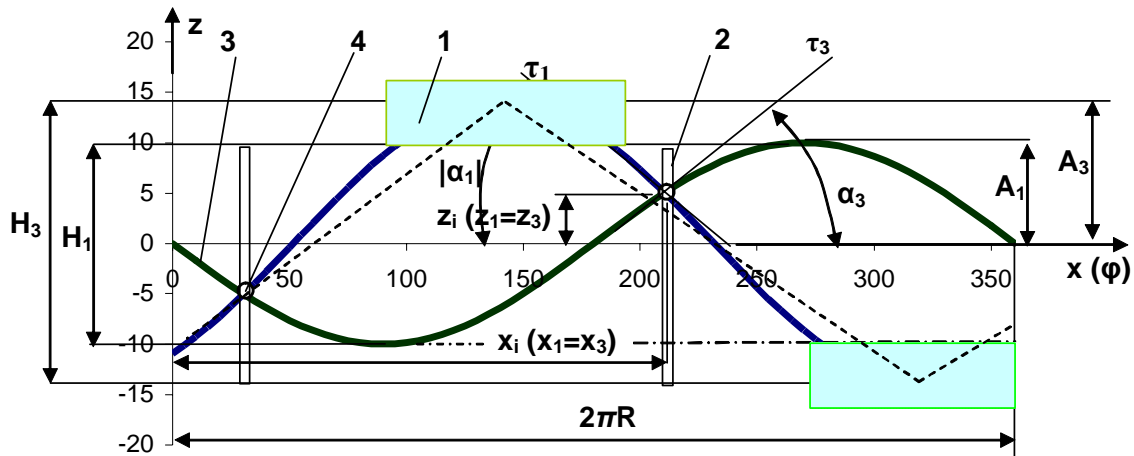


Рисунок 1.9 - Математическая модель шарикового планетарного зацепления

Традиционно сложилось обозначение: 1 – первая периодическая кривая, 3 – вторая периодическая кривая. Если точки пересечения кривых 1 и 3 сделать неподвижными относительно средней линии (вдоль оси Ox) и одновременно перемещать одну из кривых вдоль этой линии, другая кривая вынуждена будет перемещаться вдоль средней линии в обратную сторону. Точки пересечения кривых (тела качения) начнут совершать колебательное движение вдоль оси Oz , образуя участки прямой 2. Точки пересечения кривых обозначены индексом 4.

Введем обозначения:

A_1 – амплитуда первой кривой (амплитуда кривой 1);

A_3 – амплитуда второй кривой, сопряженной с первой кривой (амплитуда кривой 3);

$H_i = 2A_i$ – размах соответствующей кривой;

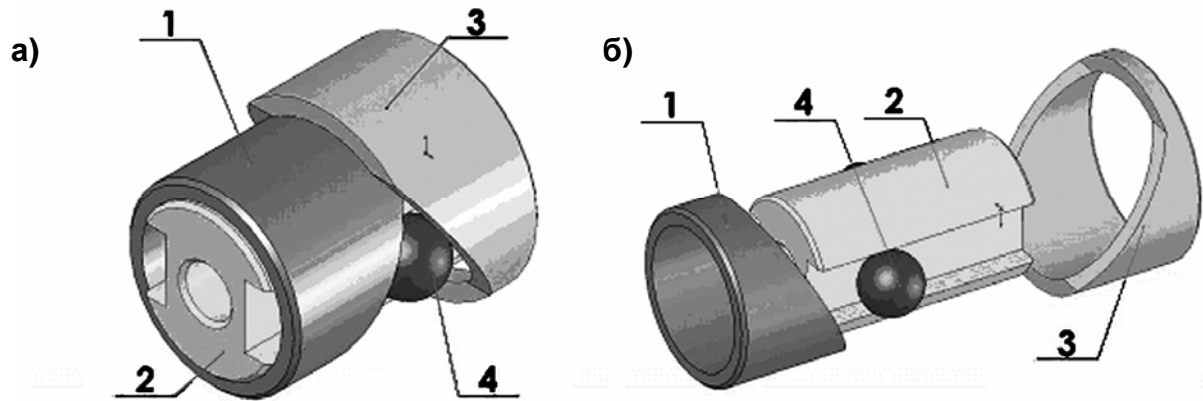
α_i – угол подъема i -ой кривой в некоторой точке B , измеряемый как угол между касательной к кривой в этой точке τ и средней линией.

Сделав в рассматриваемой математической модели еще одно допущение о постоянстве углов подъема кривой на плоской развертке, соединим вершины кривых прямыми (пунктирные линии на рисунке 1.9), получив, таким образом, вместо кривых совокупность наклонных отрезков прямых (кусочно-винтовая линия).

Если мы из каждой точки кривой (любой из двух сопрягаемых) проведем перпендикуляр до средней линии, то получим поверхность в пространстве, называемую *поверхностью размаха кривой*.

Итак, шариковые планетарные передачи с жесткими кинематическими связями можно классифицировать следующим образом.

По равенству амплитуд двух кривых: передачи с правильным зацеплением ($A_1=A_3$) передачи с неправильным зацеплением ($A_1 \neq A_3$) [38]. При неправильном зацеплении (рисунок 1.10) во избежание заклинивания, вершины одного из эллипсов (у которого амплитуда больше) необходимо срезать.



а – в собранном виде; б – в разобранном виде

Рисунок 1.10 - ЭШП с неправильным зацеплением ($A_1 \neq A_3$)

Наклонные участки поверхности кулачка, где реализуется заданное передаточное отношение механизма, называют рабочими, а срезанные – холостыми. При попадании тел качения на срезанные участки, ЭШП работает в режиме муфты (передаточное отношение равно единице).

Если в зацеплении взаимодействуют два эллипса, то передача называется однопериодной, если эллипс взаимодействует с многопериодной беговой дорожкой, то передача называется многопериодной. Многопериодное зацепление будет рассмотрено ниже.

Внутренние и наружные кулачки ЭШП могут быть цельными и составными (рисунок 1.11). В однопериодных ЭШП нагрузку в зацеплении попеременно передают два шарика и в каждый момент времени нагружен только один из них. Это означает, что при работе зацепления в неревверсивном режиме, участвуют только половины рабочих поверхностей эллипсов.

Нагрузочную способность передачи можно увеличить в два раза (оба тела качения одновременно будут передавать нагрузку), если использовать составные кулачки. При



Рисунок 1.11 - Конструктивные исполнения кулачков ЭШП

этом два кулачка фиксируются на валу (см. рисунок 1.11) либо на цилиндрической заготовке фрезеруется эллипсоидный паз.

Для планетарных механизмов с одной степенью свободы возможна реализация шести кинематических схем (таблица 1.1). Первые три схемы являются основными, вторые три – дополнительными.

Таблица 1.1 – Кинематические схемы ЭШП

Номер кинематической схемы	Ведущее звено	Ведомое звено	Заторможенное звено
1	1	2	3
2	1	3	2
3	2	1	3
4	2	3	1
5	3	1	2
6	3	2	1

По конструктивному исполнению одной секции (ряда) ЭШП можно разделить на три вида (таблица 1.2).

Таблица 1.2 – Конструктивные исполнения секции ЭШП

Номер конструктивной схемы	Внутреннее звено	Промежуточное звено	Наружное звено
1	2	1 (3)	3 (1)
2	1	2	3
3	1 (3)	3 (1)	2

По виду поверхности, на которой располагаются средние линии кривых зацепления, передачи классифицируются на цилиндрические, плоские (торцовые), конические, сферические и другие.

По функциональному назначению ЭШП могут образовывать механизмы редукторов, мультипликаторов, дифференциалов, муфт, механизмы, воспроизводящие заданный закон движения выходного звена, механизмы преобразования вращательного движения во возвратно-поступательное движение (рисунок 1.12). При этом снимаются ограничения на осевые перемещения вала с пазами, и на нем вместо двух пазов фрезеруется один паз и углубление с диаметром, равным диаметру тела качения. При вращении ве-

дущего вала (вала с внутренними кулачками) ведомый вал (вал с пазом и отверстием) под действием наложенных связей совершает колебательные движения. Связав с ним поршень, можно разрабатывать механизмы объемных поршневых насосов на базе ЭШП.

По характеру соединения секций передачи бывают с параллельным и последовательным соединением.

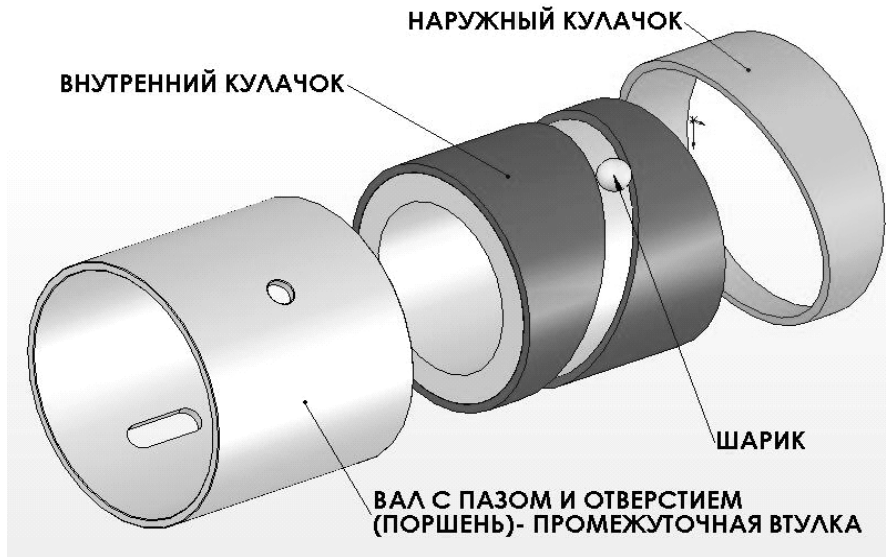


Рисунок 1.12 - Механизм возвратно-поступательного движения на базе ЭШП

Параллельное соединение секций осуществляется для распределения крутящего момента по потокам и снижения удельных нагрузок. По количеству секций (рядов) ЭШП могут быть односекционными и многосекционными. В конструкциях, где вал с пазами - промежуточное звено, число рядов можно сделать неограниченным. Однако пазы на валу в этом случае выполняются в виде прорезей (как у СШП) и вал испытывает изгибные нагрузки. Схема двухрядной ЭШП с деталями, не испытывающими изгибных нагрузок, представлена на рисунке 1.13: ведущий вал 1 изготовлен с двумя рядами внутренних кулачков, которые исполнены двухсторонними, что повышает нагрузочную способность зацепления, так как оба шарика в ряду начинают передавать нагрузку. Пазы на валу с пазами 2 исполнены на внутренней поверхности. Наружные кулачки (левый 3 и правый 4) повернуты друг относительно друга на угол 180° , пазы двух рядов на валу с пазами – на 90° . При этом угловом смещении, при попадании тел качения одного ряда в мертвые

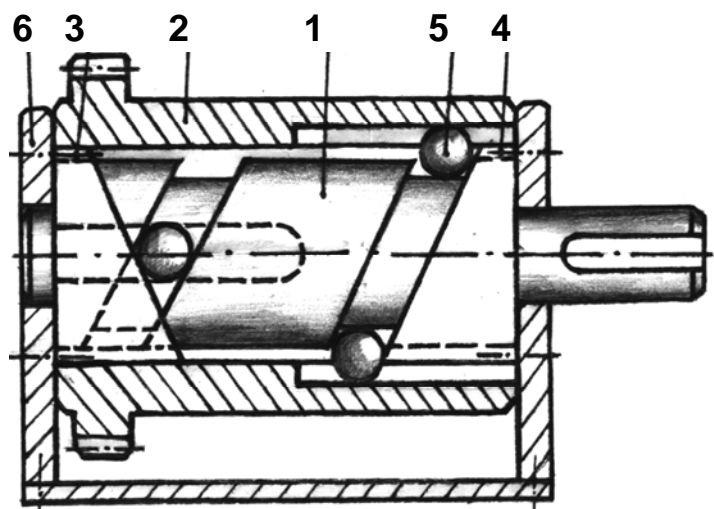


Рисунок 1.13 - Схема двухрядного ЭШП

этом угловом смещении, при попадании тел качения одного ряда в мертвые

точки, другой ряд обеспечивает максимальную нагрузочную способность. Далее на рисунке 1.13: тела качения 5, стойка 6, к которой крепятся наружные кулачки с помощью винтов. Таким образом, представленная ЭШП пригодна для создания механизма ленточного конвейера, причем наружная поверхность вала 2 служит барабаном. Возможна дальнейшая передача вращательного движения соосно расположенным механизмам с помощью зубчатого колеса, зубья которого нарезаны на торце вала 2.

Последовательное соединение секций осуществляется для увеличения передаточного отношения. В этом случае секции являются ступенями редуктора (мультипликатора) и по числу ступеней ЭШП делятся на одноступенчатые и многоступенчатые.

По виду эллиптического зацепления передача может быть с внутренним (см. рисунок 1.7) и наружным (рисунок 1.14) зацеплением.

Структурный анализ ЭШП. В кинематическую цепь механизма ЭШП входят $n=3$ подвижных звена (для дифференциалов $n=4$): внутренний кулачок 1, вал с пазами 2, наружный кулачок (корпус) и стойка 3, сателлит (шарик) 4.

Кинематическая цепь является пространственной, сложной, замкнутой. Звенья цепи образуют пять кинематических пар: две низшие, одноподвижные, вращательные пары (1-3, 2-3), одна четырехподвижная, высшая пара «шар – цилиндр» (2-4) и две одноподвижные высшие пары (1-4, 3-4). При структурном анализе ЭШП учитывались кинематические пары, образуемые только одним телом качения. Другое тело качения, образующее дублирующие (тождественные) связи не рассматриваем (рисунок 1.15, а).

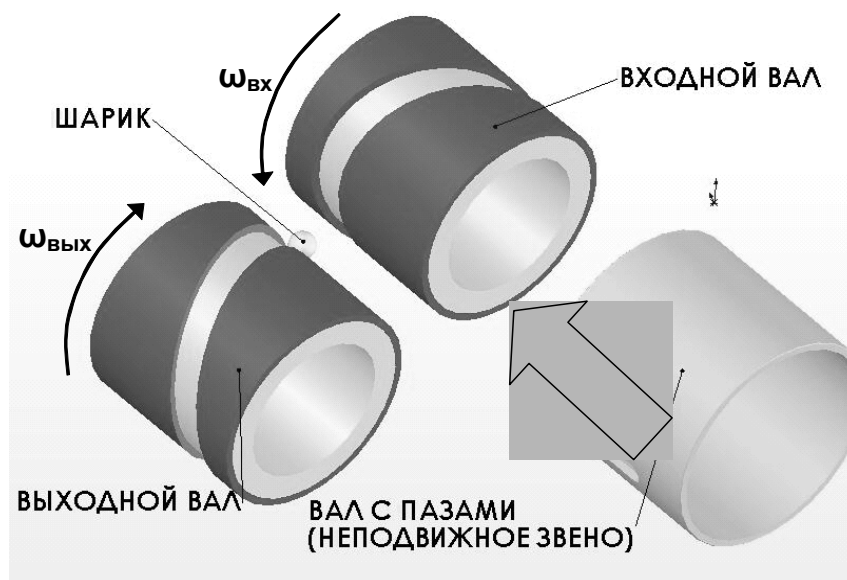
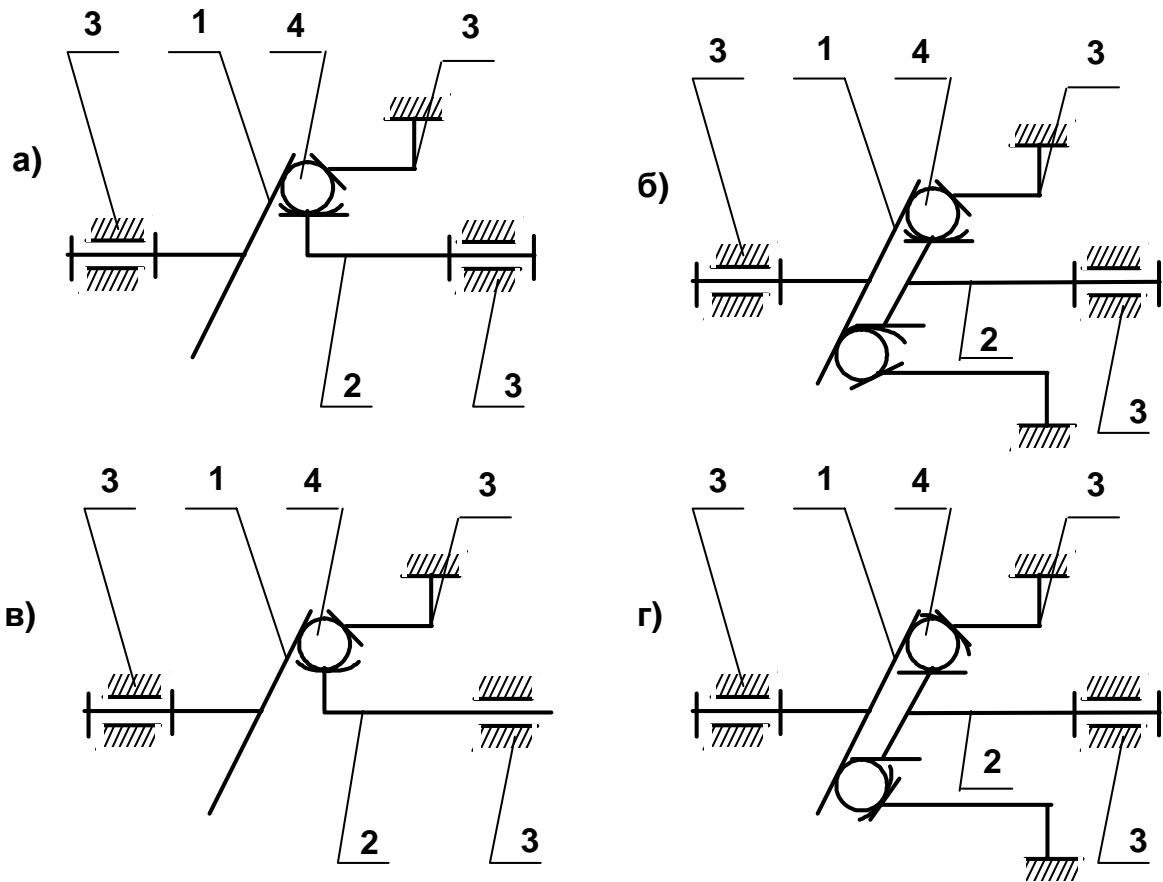


Рисунок 1.14 - Схема ЭШП с наружным зацеплением



- а – ЭШП с одним шариком; б – ЭШП с несколькими шариками
 в – ЭШП-преобразователь вращательного движения
 во возвратно-поступательное;
 г – СШП с несколькими шариками

Рисунок 1.15 - К структурному анализу ЭШП

Число степеней свободы пространственного механизма определяется по формуле Сомова - Малышева:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 (6-i)p_i = 6n - 5p_1 - 2p_4 - p_5 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 2 = 4. \quad (1.2)$$

Число пассивных связей для механизма с одним шариком равно 3 - возможность поворачиваться вокруг трех координатных осей. Отняв эти связи, получим $W_0 = 1$. Таким образом, подвижность основной схемы механизма с одним телом качения равна 1. ЭШП в этом случае не содержит избыточных контурных связей и является самоустанавливающимся механизмом [39].

При использовании двух тел качения (рисунок 1.15,б) число высших пар удваивается:

$$W = 6n - \sum_{i=1}^5 (6-i)p_i = 6n - 5p_1 - 2p_4 - p_5 = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 4 = 6. \quad (1.3)$$

С учетом шести лишних степеней свободы двух шариков степень подвижности механизма $W=0$. Так как основная структурная схема механизма ЭШП имеет заданное число степеней свободы $W_0=1$, то в данном случае появляется одна избыточная контурная связь, и кинематическая цепь становится статически неопределимой.

Для пространственного механизма преобразования вращательного движения во возвратно-поступательное (рисунок 1.15,в) вместо четырехподвижной пары «шар-цилиндр» появляется трехподвижная сферическая, а вместо одной одноподвижной вращательной пары - двухподвижная, цилиндрическая.

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - p_5 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 3 \cdot 1 - 2 = 4. \quad (1.4)$$

С учетом трех пассивных связей шарика $W=1$.

Несмотря на то, что звено 2 совершает и поступательное и вращательное движения, на эти движения наложена одна дополнительная связь, и число степеней свободы механизма равно единице. Выходное звено - вал с пазами совершает винтовое движение.

Отметим, что кинематическая цепь синусошариковых передач (рисунок 1.15,г) даже с одним сателлитом статически неопределима, т.к. ведущее и заторможенное звенья образуют с телом качения четырехподвижные пары «шар-цилиндр».

$$W = 6n - 5p_1 - 2p_4 - p_5 = 6 \cdot 3 - 5 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 3. \quad (1.5)$$

С учетом пассивных связей сателлита $W=0$, что свидетельствует о наличии одной избыточной контурной связи.

Рассмотрим структурную схему дифференциала на базе ЭШП. Если преобразовать схему ЭШП (рисунок 1.15,а) сделав звено 3 подвижным с возможностью вращения вокруг общей оси передачи, то число степеней свободы дифференциала при этом будет равно:

$$W = 6n - 5p_1 - 2p_4 - p_5 = 6 \cdot 4 - 5 \cdot 3 - 2 \cdot 1 - 2 = 5. \quad (1.6)$$

С учетом пассивных связей сателлита $W = 2$. Структурная схема простейшего дифференциала приведена на рисунке 1.16: внутренний кулачок 1, вал с пазами 2, наружный кулачок (корпус) 3, сателлит (шарик) 4, стойка 5.

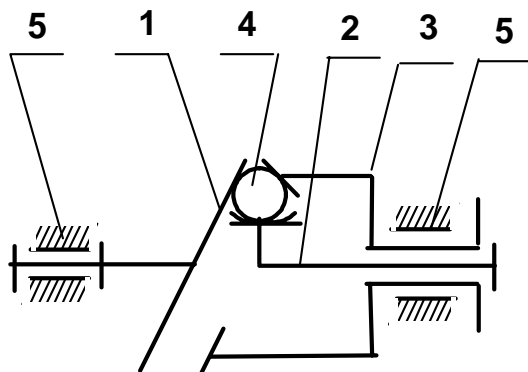


Рисунок 1.16 - Структурная схема простейшего эллипсного шарикового дифференциала

Необходимо отметить, что рассмотренный структурный анализ справедлив для идеально изготовленных звеньев шариковых передач. Для реальной ЭШП, даже с одним телом качения, в структурной схеме появляется как минимум одна пятиподвижная избыточная связь «тело качения-корпус». В действительности статическая неопределенность кинематических цепей снимается наличием зазоров и возможности, благодаря этому, взаимного относительного перемещения звеньев передачи.

2 Кинематический анализ ЭШП

2.1 Математическая модель эллипсного шарикового зацепления

Исследование функции положения ЭШП. Рассмотрим сечение цилиндрической поверхности 1 плоскостью (рисунок 2.1).

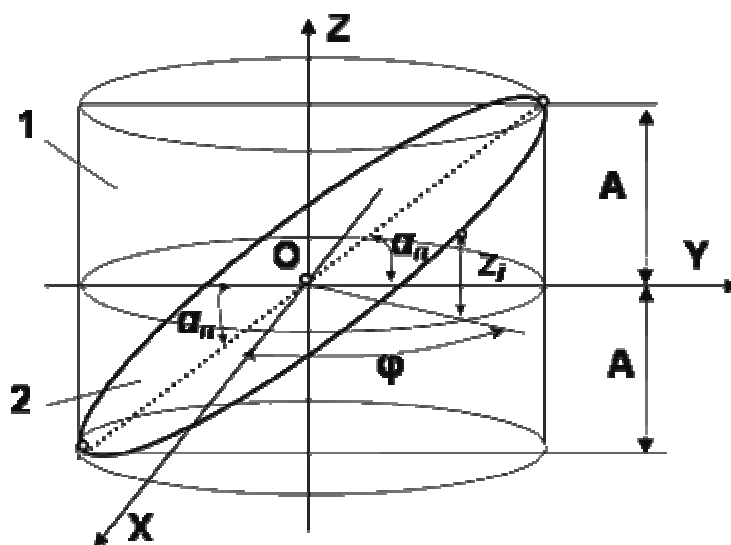


Рисунок 2.1 - Сечение цилиндра плоскостью

Уравнение поверхности цилиндра в системе координат OXYZ при оси OZ, являющейся осью симметрии, имеет вид:

$$\frac{x^2}{R^2} + \frac{y^2}{R^2} = 1. \quad (2.1)$$

Нормальное уравнение секущей плоскости можно записать в виде

$$x \cos \varepsilon + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0, \quad (2.2)$$

где ε , β , γ – углы, образуемые нормальным вектором плоскости с осями координат OX, OY, OZ соответственно;

p – расстояние от начала координат до плоскости.

Уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно оси OX и наклоненной под углом α_n к оси OY, примет вид:

$$y \sin \alpha_n + z \cos \alpha_n = 0. \quad (2.3)$$

Выразим из уравнения (2.3) ординату y и подставим ее в выражение (2.1):

$$\frac{x^2}{R^2} + \frac{\left(-z \frac{\cos \alpha_n}{\sin \alpha_n}\right)^2}{R^2} = 1. \quad (2.4)$$

Преобразуя, получим:

$$z^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha_n (R^2 - x^2). \quad (2.5)$$

Перейдем к полярному углу φ и учитывая, что

$$x = R \cos \varphi, \quad (2.6)$$

получим:

$$z^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha_n (R^2 - R^2 \cos^2 \varphi) = R^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_n (1 - \cos^2 \varphi) = R^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_n \sin^2 \varphi. \quad (2.7)$$

Таким образом,

$$z = R \cdot \operatorname{tg} \alpha_n \sin \varphi. \quad (2.8)$$

Выражая $\operatorname{tg} \alpha$ через амплитуду A (см. рисунок 2.1), выражение (2.8) приводим к виду:

$$z = R \frac{A}{R} \sin \varphi = A \sin \varphi. \quad (2.9)$$

Если вести отсчет угла φ от оси OY , то уравнение (2.9) запишется:

$$z = A \cos \varphi. \quad (2.10)$$

Уравнение (2.9) представляет собой уравнение однопериодной цилиндрической синусоиды [21, 22]. Аналогичную зависимость имеют вертикальные перемещения стержня синусного механизма, относящегося к механизмам тригонометрических функций [37, рисунок 10.47].

Рассмотрим две однопериодные цилиндрические синусоиды в пространстве (два эллипса) с одинаковыми радиусами ($R_1 = R_3 = R$) и амплитудами ($A_1 = A_3 = A$). Выясним, в скольких точках пересекаются рассматриваемые эллипсы, как расположены эти точки друг относительно друга и зависит ли угловое взаимное расположение точек от угла поворота одного эллипса относительно другого вокруг оси OZ .

Анализ этого вопроса для многопериодных синусоид изложен в [21, 22]. Рассмотрим решение этой задачи для однопериодных синусоид для общего случая, не исключая условие $A_1 \neq A_3$ (рисунок 2.2).

Имеем уравнения для двух однопериодных синусоид $z_1 = A_1 \cdot \sin \varphi_2$ и $z_3 = A_3 \cdot \sin \varphi_2$. Учитывая, что одна из них (z_3) статична (неподвижна), а другая перемещается вдоль первой, в данном случае влево, мы можем составить уравнение для нахождения точек пересечения:

$$A_3 \cdot \sin \varphi_2 - A_1 \cdot \sin(\varphi_2 + \varphi_1) = 0. \quad (2.11)$$

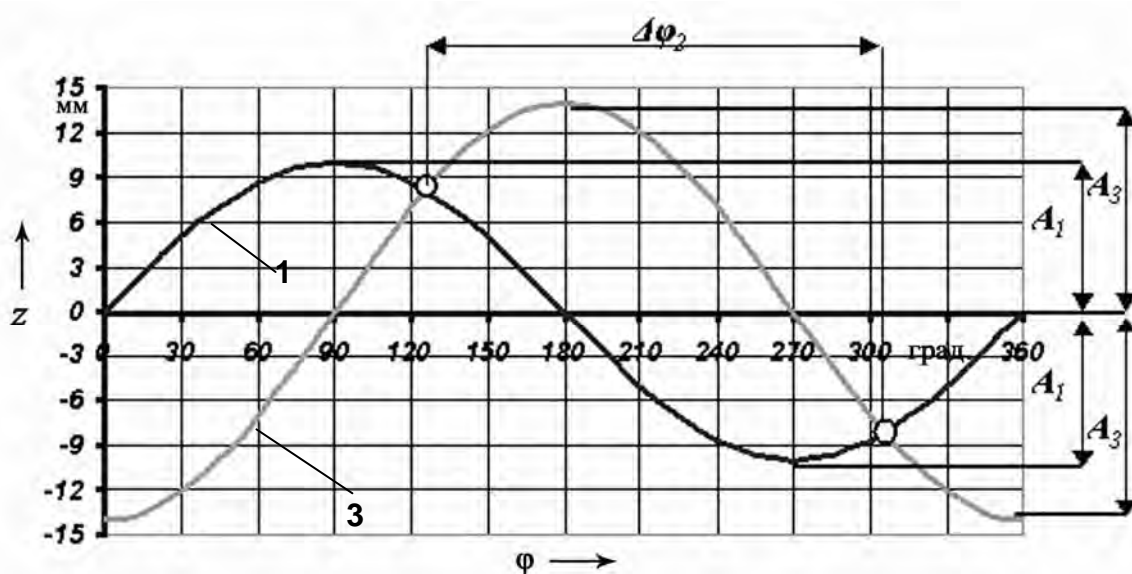


Рисунок 2.2 - Пересечение двух однопериодных синусоид с различными амплитудами

Преобразуем выражение (2.11):

$$A_3 \cdot \sin \varphi_2 - A_1 \cdot (\sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 + \cos \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1) = 0; \quad (2.12)$$

$$A_3 \cdot \sin \varphi_2 - A_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \cos \varphi_1 - A_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 = 0; \quad (2.13)$$

$$\sin \varphi_2 \cdot (A_3 - A_1 \cdot \cos \varphi_1) - A_1 \cos \varphi_2 \cdot \sin \varphi_1 = 0. \quad (2.14)$$

Воспользуемся заменой:

$$\begin{aligned} A_3 - A_1 \cdot \cos \varphi_1 &= \alpha; \\ -A_1 \cdot \sin \varphi_1 &= \beta. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Получаем уравнение вида:

$$\alpha \sin \varphi_2 + \beta \cos \varphi_2 = 0. \quad (2.16)$$

Рассмотрим возможные случаи:

$$1) \alpha \neq 0; \beta = 0; \quad 3) \alpha = 0; \beta = 0;$$

$$2) \alpha = 0; \beta \neq 0; \quad 4) \alpha \neq 0; \beta \neq 0.$$

Случай 1. $\alpha \neq 0; \beta = 0$. $\alpha \cdot \sin \varphi_2 = 0$. $\sin \varphi_2 = 0$. $\varphi_2 = \pi k; k \in \mathbb{Z}$. (2.17)

Случай 2. $\alpha = 0; \beta \neq 0$. $\beta \cdot \cos \varphi_2 = 0$. $\cos \varphi_2 = 0$.

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \pi n; \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (2.18)$$

Случай 3. $\alpha = 0; \beta = 0$. $\varphi_2 \in \mathbb{R}$. (2.19)

Случай 4. $\alpha \neq 0; \beta \neq 0$. $\alpha \sin \varphi_2 + \beta \cos \varphi_2 = 0$.

$$\sin \varphi_2 + \frac{\beta}{\alpha} \cdot \cos \varphi_2 = 0. \quad (2.20)$$

Очевидно, что $\cos \varphi_2$ и $\sin \varphi_2$ не могут быть одновременно равны нулю, так как эти функции связаны уравнением:

$$\sin^2 \varphi_2 + \cos^2 \varphi_2 = 1. \quad (2.21)$$

Преобразуем выражение (2.20):

$$\frac{\left(\sin \varphi_2 + \frac{\beta}{\alpha} \cdot \cos \varphi_2 \right)}{\cos \varphi_2} = 0; \quad (2.22)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 + \frac{\beta}{\alpha} = 0; \quad (2.23)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = -\frac{\beta}{\alpha}; \quad (2.24)$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left(-\frac{\beta}{\alpha} \right) + \pi m; \quad m \in \mathbb{Z}; \quad (2.25)$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{A_1 \sin \varphi_1}{A_3 - A_1 \cos \varphi_1} \right) + \pi m; \quad m \in \mathbb{Z}. \quad (2.26)$$

Решая данное уравнение, пришли к выводу, что исходя из численных значений A_3, A_1, φ_1 , можно получить следующие ответы.

Случай 1. Если $\begin{matrix} A_3 - A_1 \cdot \cos \varphi_1 \neq 0 \\ -A_1 \cdot \sin \varphi_1 = 0 \end{matrix}$, то $\varphi_2 = \pi k; \quad k \in \mathbb{Z}$. (2.27)

Случай 2. Если $\begin{matrix} A_3 - A_1 \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ -A_1 \cdot \sin \varphi_1 \neq 0 \end{matrix}$, то $\varphi_2 = \frac{\pi}{2} + \pi n; \quad n \in \mathbb{Z}$. (2.28)

Случай 3. Если $\begin{matrix} A_3 - A_1 \cdot \cos \varphi_1 = 0 \\ -A_1 \cdot \sin \varphi_1 = 0 \end{matrix}$, то $\varphi_2 \in \mathbb{R}$. (2.29)

Случай 4. Если $A_3 - A_1 \cdot \cos \varphi_1 \neq 0$
 $- A_1 \cdot \sin \varphi_1 \neq 0$, то

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{A_1 \cdot \sin \varphi_1}{A_3 - A_1 \cdot \cos \varphi_1} \right) + \pi m; \quad m \in Z. \quad (2.30)$$

Случаи 1 и 2 являются частными случаями 4. Случай 3 реализуется при условии:

$$A_1 = A_3. \quad \varphi_1 = 0 + \pi m, \quad m \in Z. \quad (2.31)$$

Так как выражения (2.27)-(2.30) периодичны и кратны π , то приходим к выводу, что угловое расстояние между точками пересечения будет постоянным, а число точек пересечения равно либо 2, так как угол φ_2 изменяется от 0 до 2π , либо число точек пересечения бесконечно при наложении двух идентичных эллипсов (случай 2). Из доказанного постоянства углового расстояния следует возможность введения в передачу третьего звена – вала с пазами (угловое расстояние между фрезерованными пазами не может изменяться).

Для удобства возможных дальнейших математических преобразований синусоиду 3 в начальный момент времени отразим зеркально относительно синусоиды 1, и движение синусоиды 1 относительно синусоиды 3 на плоской развертке примем вправо. Тогда формула (2.11) запишется:

$$A_1 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = -A_3 \sin \varphi_2. \quad (2.32)$$

После аналогичных преобразований получим:

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1 + \frac{A_3}{A_1}} \right). \quad (2.33)$$

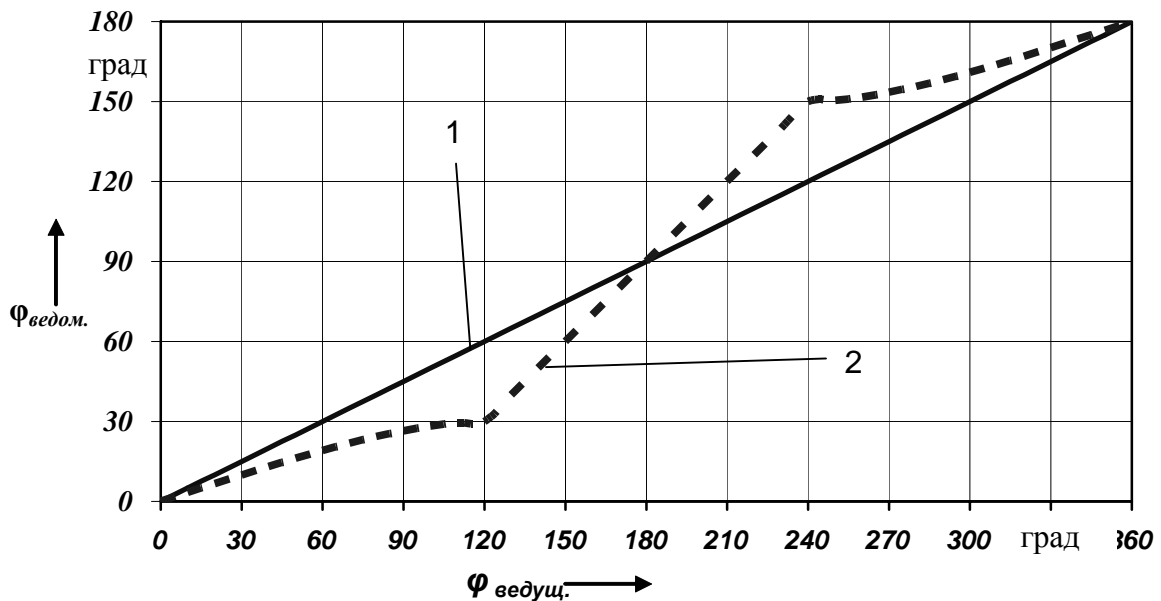
Данное выражение для функции положения математически равнозначно формуле (2.30), полученной ранее, при доказательстве постоянства углового шага между телами качения.

На основании этого можно сделать следующие выводы.

1 ЭШП является реверсивной передачей, постоянство углового расстояния между телами качения не зависит от направления движения ведущего эллипса.

2 Направление движения точек пересечения (шариков) эллипсов совпадает с направлением движения ведущего эллипса (для первой кинематической схемы). Это доказывает анализ формул (2.30) и (2.32).

Проанализируем изменение угла поворота ведомого вала φ_2 от угла поворота ведущего вала φ_1 (выражение (2.33)) с помощью средств ПЭВМ (рисунок 2.3).



1 – правильное зацепление; 2 – неправильное зацепление

Рисунок 2.3 - Функции положения ЭШП для первой кинематической схемы при $Z_1=Z_3=1$. Параметры ЭШП с неправильным зацеплением: $R=20$ мм, $A_1=10$ мм, $A_3=20$ мм

Теорема 1. При равенстве амплитуд A_1 и A_3 функция положений ЭШП есть постоянное число.

Доказательство. Для ЭШП с условием $A_1=A_3$ формула (2.33) запишется:

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1 + 1} \right). \quad (2.34)$$

Разделим выражение в скобках в формуле (2.34) на 2 и преобразуем его.

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \varphi_1}{2 \left(\frac{1}{2} (1 + \cos \varphi_1) \right)} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \varphi_1}{2 \cos^2 \left(\frac{\varphi_1}{2} \right)} \right). \quad (2.35)$$

Используя известную формулу преобразования суммы тригонометрических функций

$$\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

и принимая $\alpha = \beta = \frac{\varphi_1}{2}$, получим:

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1 + 1}\right) = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)}{2} = \operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_1}{2}\right); \quad (2.36)$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_1}{2}\right)\right) = \frac{\varphi_1}{2}. \quad (2.37)$$

Теорема доказана.

Для расчета кинематических характеристик ЭШП можно воспользоваться приближенными формулами, разложив выражение (2.34) в ряд Тейлора, пренебрегая членами высокого порядка малости.

$$\varphi_2 \approx \frac{A_1 \sin \varphi_1}{A_1 \cos \varphi_1 + A_3} - \frac{A_1^3 \sin^3 \varphi_1}{3(A_1 \cos \varphi_1 + A_3)^3} + \frac{A_1^5 \sin^5 \varphi_1}{5(A_1 \cos \varphi_1 + A_3)^5}.$$

Продифференцировав это выражение по времени получим ω_2 . Вторая производная по времени определяет угловое ускорение ε_2 .

Теорема 2. При смещении одной из синусоид относительно другой вдоль оси z и при равенстве амплитуд A_1 и A_3 функция положений ЭШП есть постоянное число.

Взаимодействие двух смещенных эллипсов показано на рисунке 2.4.

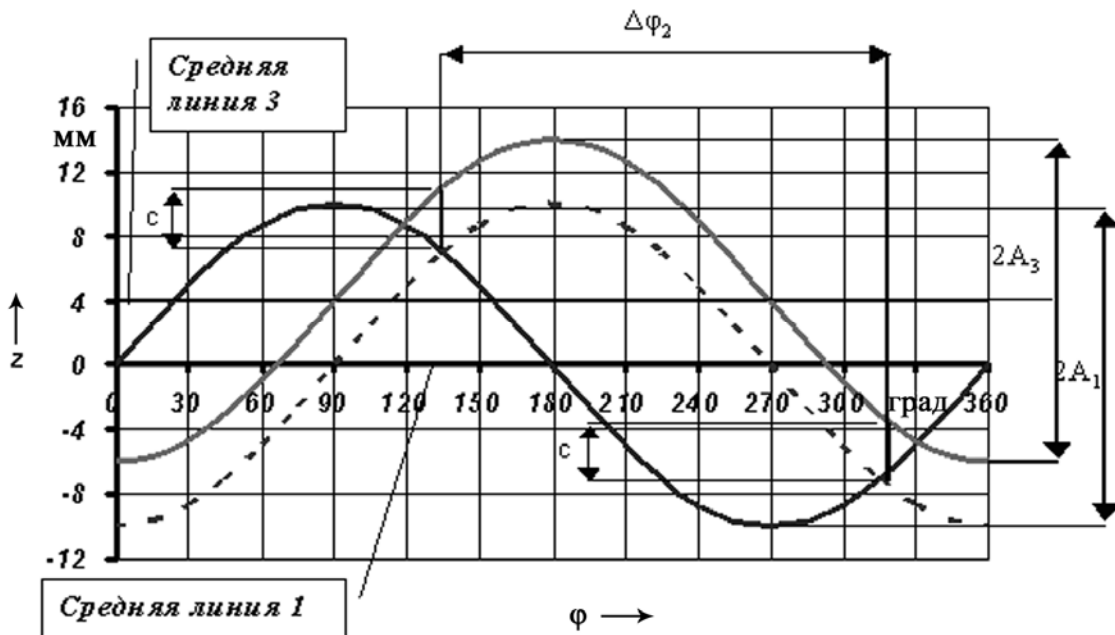


Рисунок 2.4 - К доказательству теоремы 2

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin \varphi_1}{\cos \varphi_1 + 1} + c \right) = \frac{\varphi_1}{2}. \quad (2.38)$$

Доказательство. Предположим, что синусоида 3 смещена вдоль оси OZ относительно синусоиды 1 на величину c . Тогда ее уравнение:

$$z_3 = A_3 \sin \varphi + c. \quad (2.39)$$

Тогда положение тел качения (точек пересечения кривых), определяемое ранее согласно выражению (2.11), запишется в виде:

$$A_3 \sin \varphi_2 + c - A_1 \sin(\varphi_2 + \varphi_1) = c', \quad (2.40)$$

где c' – расстояние вдоль оси OZ между некоторыми двумя точками обеих синусоид.

Выражение (2.40) будет тождественно выражению (2.11) только при условии $c = c' = \text{const}$. При этом согласно теореме 1 функция положения – постоянное число, согласно ранее доказанному, таких отрезков должно быть два. Теорема доказана.

Согласно теореме 2 тела качения можно заменить плунжерами стержневидной формы длиной c (c может быть произвольной).

2.2 Основы теории многопериодного эллипсного шарикового зацепления

Так как теория планетарного шарикового зацепления достаточно подробно изложена в источниках [21, 26] и других, многие выводы для многопериодных ЭШП приводятся без доказательств, по причине их идентичности.

Многопериодную беговую дорожку одного из кулачков ЭШП развернем на плоскость, так же как и однопериодную. Рассматриваем математическую модель зацепления с известными допущениями: кривые имеют одинаковую амплитуду A , «навернуты» на один цилиндр с радиусом R , размерами тел качения пренебрегаем (рисунок 2.5).

Многопериодную дорожку можно представить как сочетание Z эллипсов на цилиндрических поверхностях с длинами средних линий (периодом) $2\pi R / Z$.

Однопериодная синусоида ($Z_1=1$) пересекает каждый эллипс в двух точках. Таким образом, общее количество точек пересечения равно $2Z_3$. Это справедливо и для условия $Z_1 \neq 1$, так как, например при $Z_1=2$, число точек пересечения Z_3 также удваивается.

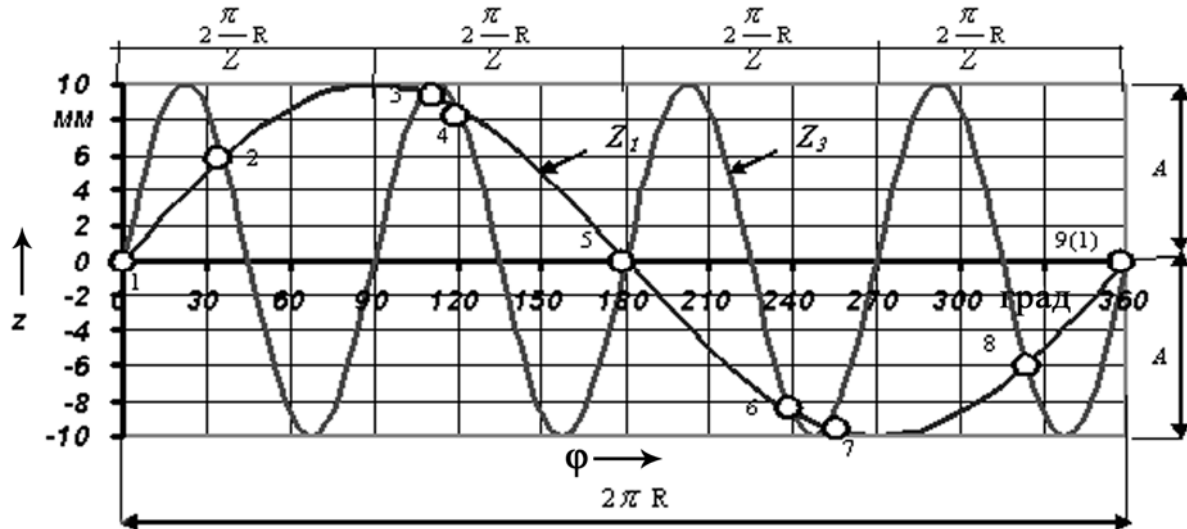


Рисунок 2.5 - Математическая модель многопериодного эллипсного шарикового зацепления

Все точки пересечения подразделяются на две группы, так как решение уравнения

$$A_3 \sin(Z_3 \varphi) - A_1 \sin(Z_1 \varphi) = 0. \quad (2.41)$$

имеет два корня.

К первой группе точек пересечения относятся точки пересечения разноименных ветвей взаимодействующих синусоид: восходящих и нисходящих и, наоборот, нисходящих и восходящих. На рисунке 2.5 эти точки обозначены номерами 2, 3, 5, 7 и 8. Число точек пересечения определяется по формуле

$$t = Z_3 + Z_1. \quad (2.42)$$

Ко второй группе точек пересечения относятся точки пересечения одноименных ветвей взаимодействующих синусоид. На рисунке 2.5 эти точки обозначены номерами 1, 4 и 6. Число точек пересечения определяется по формуле

$$t = Z_3 - Z_1. \quad (2.43)$$

Доказано, что использование для зацепления первой группы точек предпочтительнее вследствие большего числа тел качения, несущих нагрузку, и более благоприятных условий клинового взаимодействия синусоид и шариков.

Среднее значение угла подъема многопериодной синусоиды:

$$\alpha_{icp} = \arctg\left(\frac{2AZ_i}{\pi R}\right), \quad (2.44)$$

где индекс $i=1(3)$ характеризует принадлежность подставляемого параметра внутреннему либо наружному кулачку соответственно.

Теоремы 1 и 2 справедливы также и для многопериодных эллипсных шариковых передач. Детали одной секции многопериодной ЭШП приведены на рисунке 2.6.



Рисунок 2.6 - Основные детали многопериодной ЭШП

Зависимость углов α_1 и α_3 от угла φ_1 . Выразим изменение углов подъема синусоид кулачков через изменение угла поворота входного звена. Отметим, что тангенс угла наклона кривой $z = f(x)$, есть производная dz/dx . Осуществив переход от углового параметра к линейному и обратно, получим:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_i &= \frac{dz_i}{dx} = \frac{d}{dx} \left(A_i \sin Z_i \varphi_i' \right) = \frac{d}{dx} \left(A_i \sin \left(\frac{Z_i x_i'}{R} \right) \right) = \frac{A_i Z_i}{R} \cos \left(\frac{Z_i x_i'}{R} \right) = \\ &= \frac{A_i Z_i}{R} \cos \left(Z_i \varphi_i' \right), \end{aligned} \quad (2.45)$$

где i – номер звена (1 или 3);

φ_i' – полярный угол, который отсчитывается от нулевого положения до точки пересечения кривых.

Объясним верхнюю индексацию параметров φ_i' и x_i' на примере первой кинематической схемы. Предположим, что при начальном положении угол поворота внутреннего кулачка $\varphi_1 = 0$. При повороте внутреннего кулачка на некоторый угол φ_1 тело качения вместе с ведомым валом повернется на угол φ_2 в том же направлении. При этом угол подъема α_1 необходимо определить в точке, повернутой относительно начального положения на угол $\varphi_1' = \varphi_2 - \varphi_1$. Из теории сложного движения тела (оси слагаемых движений параллельны) следует арифметическое равенство:

$$\varphi_r = \varphi_a - \varphi_e, \quad (2.46)$$

где φ_a – угол поворота тела в абсолютном движении относительно стойки (угол поворота ведомого звена);

φ_e – угол поворота тела в переносном движении (угол поворота рассматриваемого звена).

Таким образом, в общем случае угол подъема кривой любого звена можно представить как функцию от угла поворота ведущего звена:

$$\alpha_i = \arctg\left(\frac{A_i Z_i}{R} \cos Z_i \varphi_r\right), \quad (2.47)$$

где φ_r - угол, характеризующий относительное движение шарика (перемещение тела качения относительно рассматриваемого звена).

Возвращаясь к первой кинематической схеме и формуле (2.45):

$$\dot{\varphi}_1 = \varphi_2 - \varphi_1; \quad \dot{\varphi}_3 = \varphi_2; \quad (2.48)$$

$$\alpha_1 = \arctg\left(\frac{A_1 Z_1}{R} \cos(Z_1(\varphi_2 - \varphi_1))\right) = \arctg\left(\frac{A_1 Z_1}{R} \cos\left(Z_1 \varphi_1 \left(\frac{1}{u} - 1\right)\right)\right); \quad (2.49)$$

$$\alpha_3 = \arctg\left(-\frac{A_3 Z_3}{R} \cos(Z_3 \varphi_2)\right) = -\arctg\left(\frac{A_3 Z_3}{R} \cos\left(\frac{Z_3 \varphi_1}{u}\right)\right). \quad (2.50)$$

Знак минус в выражении (2.50) отражает синусоиду звена 3 зеркально относительно оси OX (см. выражение (2.32)). Рассмотрим на рисунке 2.7 как изменяется значение углов подъема α_1 , α_3 , а также угла клина $\psi = |\alpha_1 + \alpha_3|$ в одной движущейся точке пересечения кривых при изменении угла поворота ведущего вала φ_1 от 0 до 2π (один оборот) при следующих параметрах передачи: $Z_1 = 1$, $Z_3 = 4$, $R = 30$ мм, $A_1 = A_3 = 10$ мм. За рассматриваемую точку (тело качения) принята точка, в начальный момент времени совпадавшая с началом координат и принадлежащая первой группе точек пересечения синусоид.

Для проведения прочностных расчетов необходимо рассчитать усредненное значение углов подъема α_{1cp} и α_{3cp} , а также получить аналитическую зависимость для вычисления максимальных значений углов подъема α_{1max} и α_{3max} . Если для упрощения модели принять допущение о постоянстве углов подъема синусоид на рабочих участках кривых (соединить вершины синусоид на плоской развертке прямыми), то получим среднее значение угла подъема кривых. При этом тангенсы средних углов подъема α_{1cp} и α_{3cp} определяются как отношения амплитуды к отрезку средней линии, длина которого кратна числу периодов. Таким образом:

$$\alpha_{icp} = \arctg\left(\frac{2Z_i A_i}{\pi R_i}\right), \quad (2.51)$$

где i – номер звена (1 – внутренний кулачок, 3 – наружный кулачок).

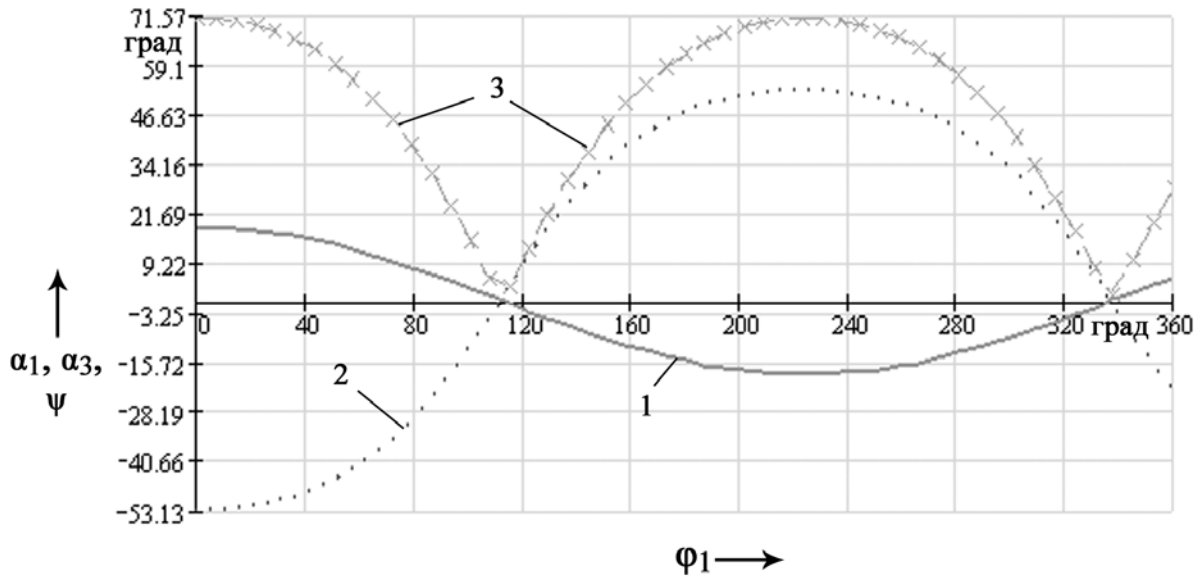


Рисунок 2.7 - Изменение углов подъема α_1 (1), α_3 (2) и угла клина (3) от угла поворота ведущего вала

Максимальные значения углов наклона кривых $\alpha_{1\max}$ и $\alpha_{3\max}$ определяются при $\cos(Z_i\varphi_r) = 1$ в выражении (2.47).

$$\alpha_{i\max} = \operatorname{arctg}\left(\frac{Z_i A_i}{R_i}\right). \quad (2.52)$$

Для однопериодной синусоиды максимальный угол наклона является углом наклона плоскости, несущей рабочую поверхность кулачка ЭШП (α_{1n} или α_{3n} соответственно).

Взаимозависимость углов подъема α_1 и α_3 . Выразив тангенсы углов подъема синусоид из выражений (2.49) и (2.50) и разделив их друг на друга, получим:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_3} = -\frac{A_1 Z_1 \cos(Z_1(\varphi_2 - \varphi_1))}{A_3 Z_3 \cos(Z_3 \varphi_2)}. \quad (2.53)$$

Рассмотрим сначала правильное зацепление ($A_1 = A_3$).

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_3} = -\frac{Z_1 \cos\left(Z_1 \varphi_1 \left(\frac{1}{u} - 1\right)\right)}{Z_3 \cos\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right)} = -\frac{Z_1 \cos\left(\varphi_1 \left(\frac{Z_1 - u Z_1}{u}\right)\right)}{Z_3 \cos\left(\varphi_1 \frac{Z_3}{u}\right)} = \frac{Z_1}{Z_3}. \quad (2.54)$$

Последнее выражение следует из формулы для определения передаточного отношения (первая кинематическая схема), доказательство справедливости которой будет рассмотрено ниже:

$$Z_1 - uZ_1 = -Z_3. \quad (2.55)$$

Из выражения (2.53) следует:

$$\alpha_3 = \operatorname{arctg} \left(\frac{Z_3}{Z_1} \operatorname{tg} \alpha_1 \right). \quad (2.56)$$

Из выражений (2.54) и (2.56) следуют выводы.

1 Углы подъема и угол клина в движущейся точке пересечения синусоид не зависят от углов поворота звеньев.

2 Для однопериодных ЭШП следует очевидная зависимость $\alpha_1 = \alpha_3$.

Уравнение (2.54) можно преобразовать:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{Z_1}{Z_3} \operatorname{tg} \alpha_3 \Rightarrow \frac{\sin^2 \alpha_1}{\cos^2 \alpha_1} = \frac{Z_1^2 \sin^2 \alpha_3}{Z_3^2 \cos^2 \alpha_3} = \frac{Z_1^2 (1 - \cos^2 \alpha_3)}{Z_3^2 \cos^2 \alpha_3}; \quad (2.57)$$

$$\cos^2 \alpha_3 = \frac{Z_1^2 \cos^2 \alpha_1}{Z_3^2 \sin^2 \alpha_1 + Z_1^2 \cos^2 \alpha_1}; \quad (2.58)$$

$$\alpha_3 = \arccos \left(\sqrt{\frac{Z_1^2 \cos^2 \alpha_1}{Z_3^2 \sin^2 \alpha_1 + Z_1^2 \cos^2 \alpha_1}} \right). \quad (2.59)$$

Для неправильного зацепления ($A_1 \neq A_3$) преобразования (2.54)-(2.59) неприменимы, так как функция положения $\varphi_2 = f(\varphi_1)$ и передаточное отношение непостоянны за цикл зацепления (см. выражение (2.33) и рисунок 2.3). Используя упрощенную модель многопериодной кривой (соединив на плоскости соседние вершины синусоиды прямыми), можно получить зависимость между средними значениями углов подъема кривых при неправильном зацеплении:

$$\alpha_3 = \operatorname{arctg} \left(\frac{A_3}{A_1} \operatorname{tg} \alpha_1 \right). \quad (2.60)$$

2.3 Определение передаточного отношения ЭШП

Метод возможных перемещений. $A_1 = A_3$. Рассмотрим простейший случай $Z_1 = Z_3 = 1$. На рисунке 2.8 представлена модель шарикового зацепления с принятым допущением о постоянстве углов подъема α_1 и α_3 .

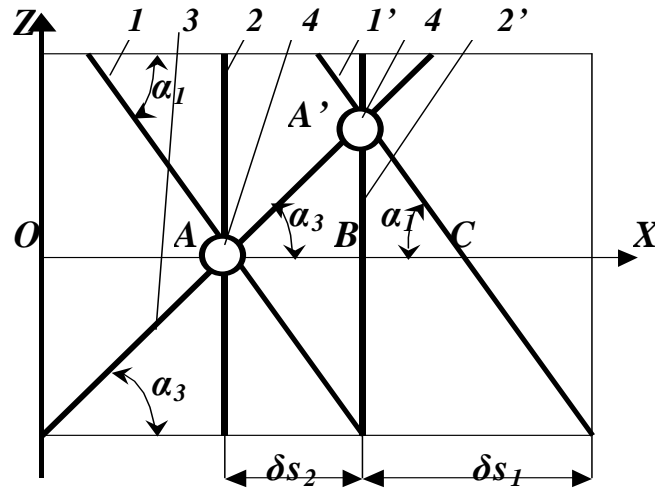


Рисунок 2.8 - К определению передаточного отношения ЭШП с помощью принципа возможных перемещений

При повороте ведущего вала за некоторый промежуток времени Δt на угол $\delta\varphi_1$ его рабочая поверхность 1 переместится вдоль оси OX на расстояние δs_1 , тела качения 4 (рассматриваемые как точки) переместятся по поверхности наружного кулачка 3 и вдоль пазов ведомого вала 2. Наложённые связи вынуждают вертикальный паз ведомого вала 2 повернуться на угол $\delta\varphi_2$ (переместиться вдоль оси OX на расстояние δs_2).

Рассматривая равномерное движение, передаточное отношение редуктора при равенстве углов подъема α_1 и α_3 и, соответственно, при равенстве треугольников $AA'B$ и $A'BC$ (см. рисунок 2.8) определится:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\delta\varphi_1 \Delta t}{\delta\varphi_2 \Delta t} = \frac{\delta\varphi_1}{\delta\varphi_2} = \frac{\delta s_1 R}{\delta s_2 R} = 2. \quad (2.61)$$

$A_1 \neq A_3$. Определим передаточное отношение для ЭШП при условии неравенства амплитуд взаимодействующих кривых. Для этого вновь обратимся к рисунку 2.8. Согласно формуле (2.61):

$$u = \frac{\delta s_1}{\delta s_2} = \frac{AB + BC}{AB} = 1 + \frac{BC}{AB}. \quad (2.62)$$

Из геометрических построений:

$$AB = \frac{A'B}{\operatorname{tg} \alpha_3}; \quad BC = \frac{A'B}{\operatorname{tg} \alpha_1}; \quad \frac{BC}{AB} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_3}{\operatorname{tg} \alpha_1}. \quad (2.63)$$

Окончательно получим:

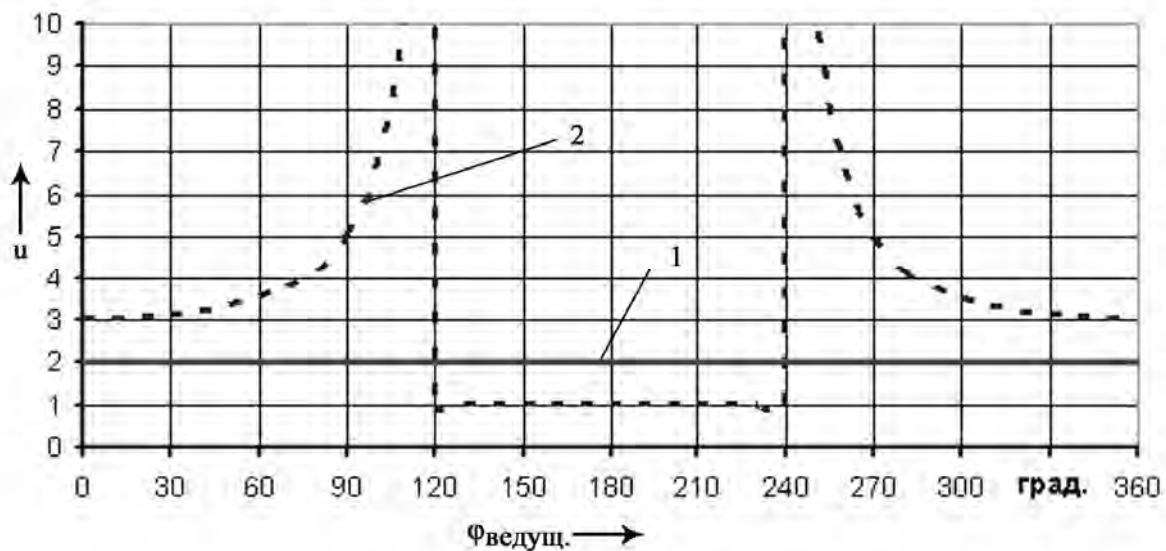
$$u = 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_3}{\operatorname{tg} \alpha_1}. \quad (2.64)$$

Из формулы (2.64) следует: при заданном передаточном отношении u и значении угла подъема наружного кулачка α_3 , угол подъема кривой ведущего вала определится по формуле

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg} \alpha_3}{u - 1}\right). \quad (2.65)$$

Как важное преимущество однопериодной ЭШП в этом случае следует теоретическая возможность получения любого значения передаточного отношения (мгновенного), в том числе и дробного, так как угол α_3 можно сделать сколь угодно большим или малым.

Изменение значения передаточного отношения ЭШП с параметрами $Z_1 = Z_3 = 1$, $R = 20$ мм, $A_1 = 10$ мм, $A_3 = 10$ мм и $A_3 = 20$ мм за цикл зацепления показано на рисунке 2.9. Очевидно, что редукция (рабочий ход) осуществляется при повороте внутреннего кулачка в интервале углов от 0° до 120° и от 240° до 360° .



1 – правильное зацепление; 2 – неправильное зацепление

Рисунок 2.9 - Изменение передаточного отношения ЭШП

Аналитический метод. Применим выражение (2.32) для многопериодного зацепления и выполним математические преобразования.

$$A_1 \sin(Z_1(\varphi_2 - \varphi_1)) = -A_3 \sin(Z_3\varphi_2). \quad (2.66)$$

$$A_1(\sin(Z_1\varphi_2)\cos(Z_1\varphi_1) - \cos(Z_1\varphi_2)\sin(Z_1\varphi_1)) = -A_3 \sin(Z_3\varphi_2). \quad (2.67)$$

Продифференцируем выражение (2.67) по времени:

$$A_1 Z_1 (\dot{\varphi}_2 \cos(Z_1 \varphi_2) \cos(Z_1 \varphi_1) - \dot{\varphi}_1 \sin(Z_1 \varphi_2) \sin(Z_1 \varphi_1) + \dot{\varphi}_2 \sin(Z_1 \varphi_2) \sin(Z_1 \varphi_1) - \dot{\varphi}_1 \cos(Z_1 \varphi_2) \cos(Z_1 \varphi_1)) = -A_3 Z_3 \dot{\varphi}_2 \cos(Z_3 \varphi_2). \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} & \dot{\varphi}_2 (A_1 Z_1 (\cos(Z_1 \varphi_2) \cos(Z_1 \varphi_1) + \sin(Z_1 \varphi_2) \sin(Z_1 \varphi_1)) + A_3 Z_3 \cos(Z_3 \varphi_2)) = \\ & = \dot{\varphi}_1 A_1 Z_1 (\cos(Z_1 \varphi_2) \cos(Z_1 \varphi_1) + \sin(Z_1 \varphi_2) \sin(Z_1 \varphi_1)). \end{aligned} \quad (2.69)$$

После преобразований выразим передаточное отношение.

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\dot{\varphi}_1}{\dot{\varphi}_2} = \frac{A_3 Z_3 \cos \varphi_2}{A_1 Z_1 (\cos(Z_1 \varphi_2) \cos(Z_1 \varphi_1) + \sin(Z_1 \varphi_2) \sin(Z_1 \varphi_1))} + 1. \quad (2.70)$$

Окончательно

$$u = \frac{A_3 Z_3 \cos(Z_3 \varphi_2)}{A_1 Z_1 \cos(Z_1 \varphi_1 - Z_1 \varphi_2)} + 1. \quad (2.71)$$

Проверка полученного выражения с помощью средств ЭВМ подтвердила его справедливость, т.к. построенные зависимости передаточного отношения согласно выражению (2.71) полностью совпали с зависимостями, представленными на рисунке 2.9.

Метод эквивалентных окружностей. Аналогом любой планетарной шариковой передачи можно считать планетарную зубчатую передачу 2К-Н.

На рисунках 2.10, 2.11, 2.12 приведены структурные схемы зубчатой планетарной передачи 2К-Н, СШП и ЭШП соответственно. Определим передаточное отношение СШП и ЭШП проводя аналогию с передачей 2К-Н, доказав тем самым еще раз планетарный тип этих передач.

Проанализируем обращенную схему передачи (с заторможенным сепаратором). Введем понятие *эквивалентной окружности* - окружности, длина которой равна длине цилиндрической синусоиды.

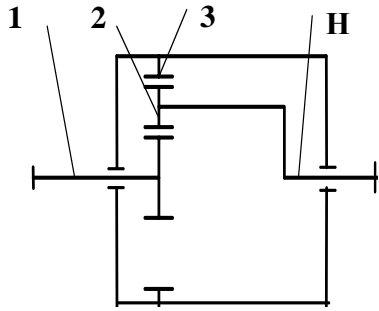
При анализе шарикового зацепления по схеме 2К-Н (рисунок 2.9), роль делительных окружностей зубчатых колес выполняют эквивалентные окружности. Длина делительной окружности сателлита не влияет на передаточное отношение. Передаточное отношение в этом случае:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{v/R_1}{v/R_3} = \frac{l_3}{l_1}, \quad (2.72)$$

где v – скорость точки касания двух эквивалентных окружностей;

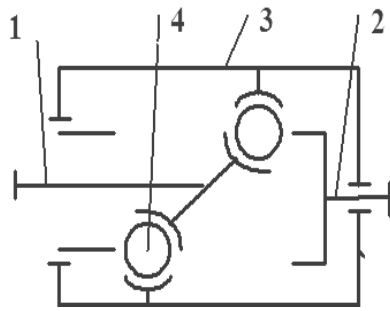
l_1, l_3 – длины эквивалентных окружностей 1 и 3;

R_1, R_3 – радиусы эквивалентных окружностей.



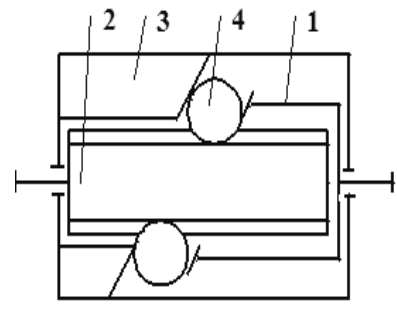
1 - центральное колесо; 2 - сателлит; 3 - солнечное колесо; Н - водило

Рисунок 2.10 – Структурная схема планетарной зубчатой передачи 2К-Н



1 - внутренняя втулка; 2 - сепаратор; 3 - наружная втулка; 4 - шарика

Рисунок 2.11 – Структурная схема СШР



1 - вал с прорезями; 2 - внутренний кулачок; 3 - наружный кулачок; 4 - шарики

Рисунок 2.12 – Структурная схема ЭШР

Взаимное перемещение двух синусоид можно представить как взаимное качение их эквивалентных окружностей без скольжения, вращательное движение сателлита в зубчатой передаче для тела качения-сателлита вырождается в колебательное перемещение вдоль оси передачи. Длина замкнутой кривой на цилиндре с радиусом R с учетом формулы (2.45) определяется согласно выражению:

$$l_i = \int_0^{2\pi R} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx = \int_0^{2\pi R} \sqrt{1 + \frac{A_i^2 Z_i^2}{R^2} \cos^2\left(\frac{Z_i x}{R}\right)} dx. \quad (2.73)$$

Интеграл (2.73) не выражается в элементарных функциях. Однако очевидно, что длины периодических кривых пропорциональны числу их периодов.

$$u = \frac{m' Z_3}{m' Z_1} = \frac{Z_3}{Z_1}, \quad (2.74)$$

где m' – коэффициент пропорциональности (модуль), принимаемый одинаковым для двух кривых при $A_1=A_3$.

Зависимости (2.64), (2.74) свидетельствуют о том, что для определения передаточного отношения планетарных шариковых передач можно использовать формулу Виллиса (таблица 2.1).

Таблица 2.1 – Передаточные отношения планетарных передач (2К-Н, СШП, ЭШП)

Ведущее звено	Ведомое звено	Оставленное звено	Передаточное отношение		
			Зубчатые планетарные передачи (Z – число зубьев) и многопериодные ЭШП (Z – число периодов)	Однопериодные ЭШП с правильным зацеплением	Однопериодные ЭШП с неправильным зацеплением (среднее значение передаточного отношения за цикл зацепления)
1	H(2)	3	$u_{1H}^3 = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}$	$u_{1H}^3 = 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_3}{\operatorname{tg} \alpha_1}$	$u_{1H}^3 = 1 + \frac{A_3}{A_1}$
1	3	2(H)	$u_{13}^H = -\frac{Z_3}{Z_1}$	$u_{13}^H = -\frac{\operatorname{tg} \alpha_3}{\operatorname{tg} \alpha_1}$	$u_{13}^H = -\frac{A_3}{A_1}$
H(2)	1	3	$u_{H1}^3 = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3}$	$u_{H1}^3 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_3}$	$u_{H1}^3 = \frac{A_1}{A_1 + A_3}$
H(2)	3	1	$u_{H3}^1 = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3}$	$u_{H3}^1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_3}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_3}$	$u_{H3}^1 = \frac{A_3}{A_1 + A_3}$
3	1	H(2)	$u_{31}^H = -\frac{Z_1}{Z_3}$	$u_{31}^H = -\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_3}$	$u_{31}^H = -\frac{A_1}{A_3}$
3	H(2)	1	$u_{3H}^1 = 1 + \frac{Z_1}{Z_3}$	$u_{3H}^1 = 1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_3}$	$u_{3H}^1 = 1 + \frac{A_1}{A_3}$

Таким образом:

-при определении передаточного отношения, число периодов синусоид для многопериодных шариковых планетарных передач выполняет такую же функцию, что и число зубьев для зубчатых передач;

-при определении передаточного отношения, амплитуда либо тангенс угла подъема рабочих поверхностей для ЭШП выполняет такую же роль, что и число зубьев для зубчатых передач.

2.4 Искажение профиля беговых дорожек под сателлиты и минимизация его влияния

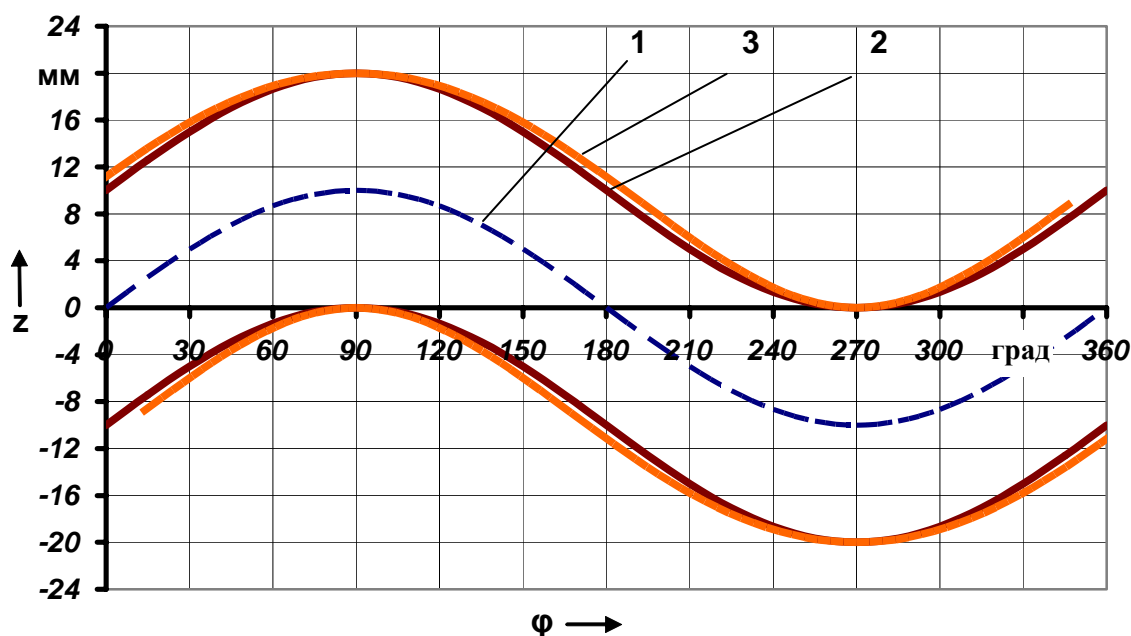
Рассмотренные модели шарикового зацепления предполагали рассмотрение шариков как материальных точек. В реальности тело качения (шарик) имеет определенный диаметр, и при воспроизведении беговой дорожки путем его обкатывания по эллипсоидному профилю одного из кулачков центр масс шарика движется по линии, отличной от однопериодной синусоиды. Это явление

ние, называемое самопересечением [40], подрезанием [26] или заострением вершин [21] беговых дорожек для СШП уменьшает длину активных участков зацепления, снижает значение коэффициента перекрытия, что в свою очередь приводит к снижению нагрузочной способности и плавности работы передачи.

Рассмотрим это явление у ЭШП и оценим его количественно. Центр шарика (в рассмотренных моделях сам шарик) движется по однопериодной синусоиде, описываемой известным уравнением:

$$z = A \sin(Z\varphi) = A \sin\left(Z \frac{x}{R}\right). \quad (2.75)$$

Кривую, описываемую этим уравнением, назовем *центральной синусоидой* (рисунок 2.13). Угол плоской развертки φ изменяется в пределах от 0 до 2π , абсцисса x , соответственно, от 0 до $2\pi R$.



- 1 - центральная синусоида; 2 - двухэллипсная беговая дорожка, образованная двумя эллипсами, смещенными вдоль оси передачи на расстояние $\pm r_{ш}$;
3 - реальная беговая дорожка, формируемая шариком

Рисунок 2.13 - К исследованию явления искажения профиля

Если воспроизводить беговую дорожку под шарик с помощью двух кулачков с эллипсовидными торцами, смещенными относительно центральной синусоиды вдоль оси передачи на величину $\pm r_{ш}$ (радиус шарика), то получим уравнения двух однопериодных эллипсов, верхнего и нижнего соответственно:

$$z_o^g = A \sin(Z\varphi) + r_{ш} = A \sin\left(Z \frac{x}{R}\right) + r_{ш}; \quad (2.76)$$

$$z_o^H = A \sin(Z\varphi) - r_{ш} = A \sin\left(Z \frac{x}{R}\right) - r_{ш}. \quad (2.77)$$

Представим шарик, с радиусом $r_{ш}$, центр масс которого перемещается по центральной синусоиде. Он формирует беговую дорожку с линиями, верхней и нижней, которые являются огибающими множества положений шарика (эквидистантами) и описываются соответствующими уравнениями:

$$z_p^6 = A \sin(Z\varphi) + r_{ш} \cos \alpha = A \sin\left(Z \frac{x}{R}\right) + r_{ш} \cos \alpha; \quad (2.78)$$

$$z_p^H = A \sin(Z\varphi) - r_{ш} \cos \alpha = A \sin\left(Z \frac{x}{R}\right) - r_{ш} \cos \alpha. \quad (2.79)$$

При этом абсциссы x_p^6 и x_p^H , соответствующие z_p^6 и z_p^H , будут равны:

$$x_p^6 = x - r_{ш} \sin \alpha; \quad (2.80)$$

$$x_p^H = x + r_{ш} \sin \alpha. \quad (2.81)$$

На рисунке 2.13 показаны беговая дорожка, образованная двумя смещенными относительно центральной синусоиды эллипсами, и беговая дорожка, образованная движением шарика, для кулачка ЭШП с параметрами: $Z = 1$ мм, $A = 10$ мм, $R = 10$ мм, $r_{ш} = 10$ мм.

Абсолютную линейную величину искажения профиля, измеренную по нормали к рабочим поверхностям, определяем как разность двух эллипсного и реального профилей. Искажения профиля вдоль оси передачи, соответствующие абсциссам x_p^6 и x_p^H , можно определить для верхней и нижней границ беговой дорожки соответственно по формулам:

$$\Delta b^6 = A \sin\left(Z \frac{x}{R}\right) + r_{ш} \cos \alpha - \left(A \sin\left(Z \frac{x - r_{ш} \sin \alpha}{R}\right) + r_{ш} \right); \quad (2.82)$$

$$\Delta b^H = A \sin\left(Z \frac{x}{R}\right) - r_{ш} \cos \alpha - \left(A \sin\left(Z \frac{x + r_{ш} \sin \alpha}{R}\right) - r_{ш} \right). \quad (2.83)$$

Характер искажения профиля у верхней и нижней границ беговой дорожки аналогичен, поэтому можно проанализировать одно из выражений (2.82) или (2.83). Проанализируем выражение (2.82).

$$\Delta b = \left(A \sin \left(Z \frac{x}{R} \right) + r_{ш} \cos \alpha - \left(A \sin \left(Z \frac{x - r_{ш} \sin \alpha}{R} \right) + r_{ш} \right) \right) \cos \alpha =$$

$$= A \cos \alpha \left(\sin(Z\varphi) - \sin \left(Z \left(\varphi - \frac{r_{ш} \sin \alpha}{R} \right) \right) \right). \quad (2.84)$$

Из выражения (2.84) следует, что для минимизации искажения профиля беговой дорожки, величины A и $r_{ш}$ необходимо уменьшать, а значение величины R – увеличивать [41]. Проанализируем выражение (2.84) с помощью средств ЭВМ. Результаты анализа для беговой дорожки с параметрами $Z = 1$, $A = 10$ мм, $R = 20$ мм и различными значениями радиуса шарика приведены на рисунке 2.14.

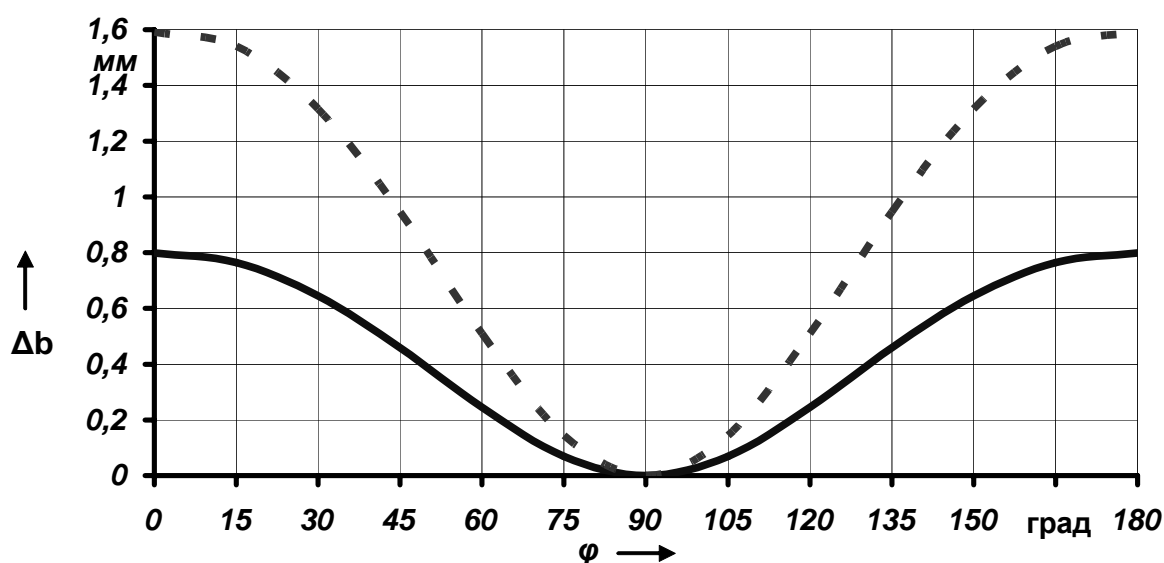


Рисунок 2.14 - Зависимость искажения профиля от угла плоской развертки φ (сплошная линия – для $r_{ш} = 4$ мм, штриховая линия – для $r_{ш} = 8$ мм)

Анализ зависимости (2.84) и рисунка 2.14 свидетельствует о том, что максимальное искажение профиля наблюдается при максимальном значении угла подъема центральной синусоиды α .

Так как шарик контактирует одновременно с двумя кулачковыми поверхностями, образующими беговую дорожку, суммарная погрешность определится:

$$\Delta b_{сумм} = 2\Delta b. \quad (2.85)$$

Следует отметить, что в выражениях (2.84) и (2.85) не всегда следует подставлять не реальный диаметр шарика, а диаметр окружности $d_{шк}$, контактирующей с кулачками, который по свойству хорд определяется согласно выражению:

$$d_{шк} = 2\sqrt{(d_{ш} - h)h}, \quad (2.86)$$

где h – глубина канавки под шарик на кулачках.

Если принять $h = 0,25d_{ш}$, то получаем зависимость $d_{шк} = 0,866d_{ш}$.

Зависимость степени искажения от числа периодов можно наблюдать на рисунках 2.15 - 2.16. На рисунке 2.15 изображена развертка профиля, образующегося при движении цилиндрической фрезы с радиусом, равным радиусу шарика ($r_{ш} = 26$ мм) с числом периодов $Z = 4$. Сплошной линией показан образующийся профиль кулачка, прерывистой линией – развертка центральной синусоиды (траектория движения центра фрезы). При этом радиус цилиндрической поверхности, на которой выполняется профиль, равен 86 мм.

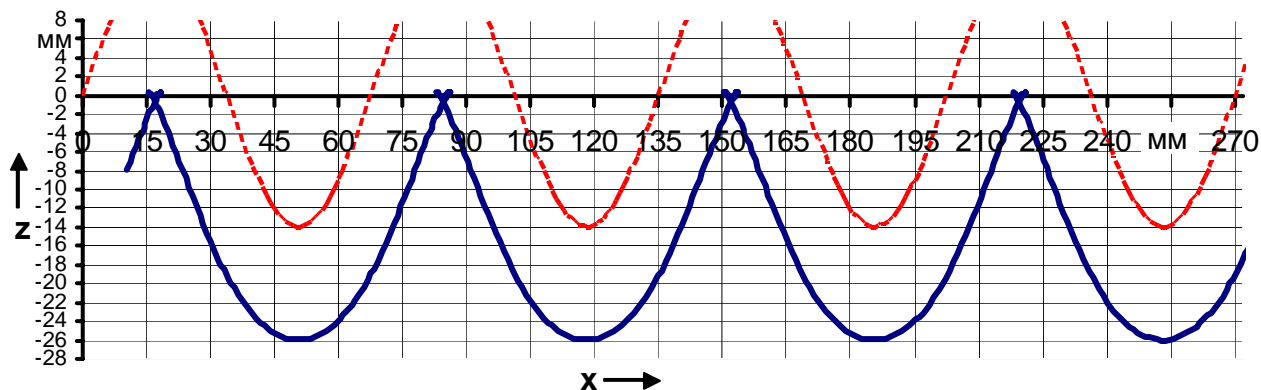


Рисунок 2.15 - Профиль кулачка многопериодной ЭШП с числом периодов $Z=8$

Если на той же цилиндрической поверхности ($R = 86$ мм) исполнить профильную поверхность фрезой того же радиуса ($r_{ш} = 26$ мм), то явление искажения профиля будет еще заметнее (рисунок 2.16). Самопересеченные области приводят к тому, что синусоидальный профиль преобразуется в заостренный.

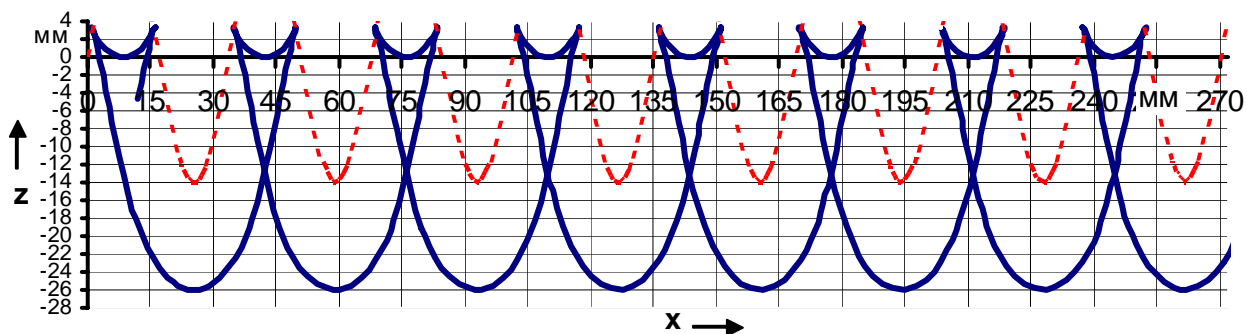


Рисунок 2.16 - Профиль кулачка многопериодной ЭШП с числом периодов $Z=8$

Явление искажения профиля может приводить к ухудшению динамической картины зацепления и снижению нагрузочной способности передачи. Однако при незначительных искажениях работа передачи не ухудшится, так как на вершинах кривых тела качения не передают нагрузку.

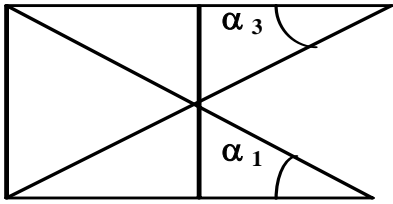
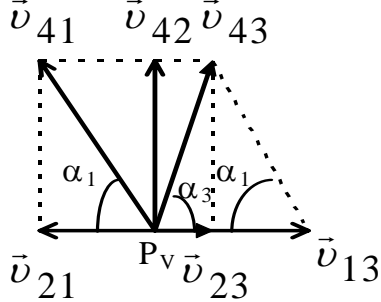
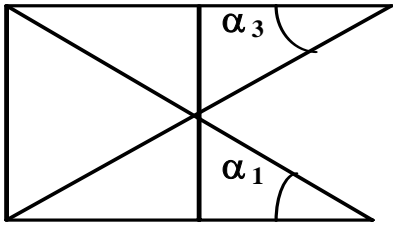
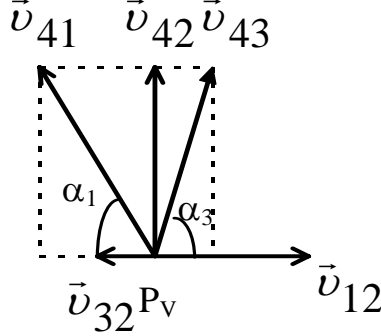
2.5 Определение скоростей и ускорений звеньев ЭШП

Ведущее и ведомое звенья ЭШП совершают вращательные движения с угловыми скоростями $\omega_{вх}$ и $\omega_{вых}$ соответственно, причем $\omega_{вх} = u\omega_{вых}$. Тела ка-

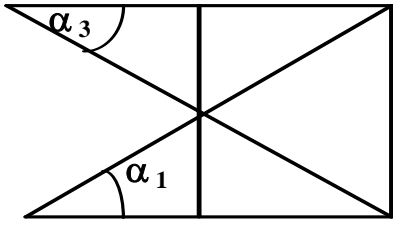
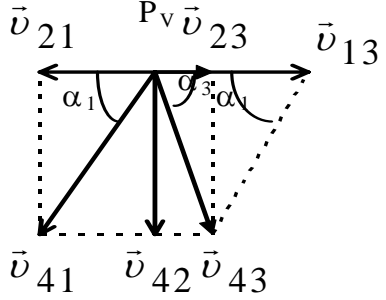
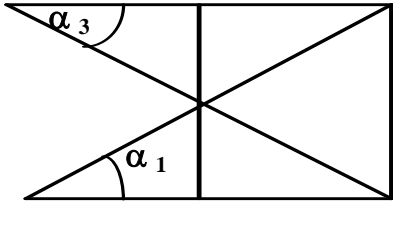
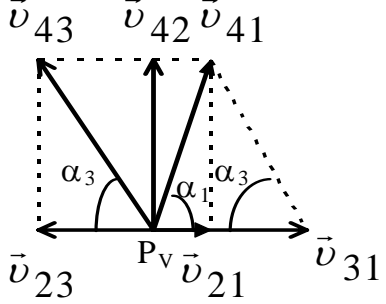
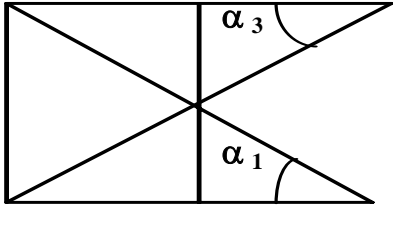
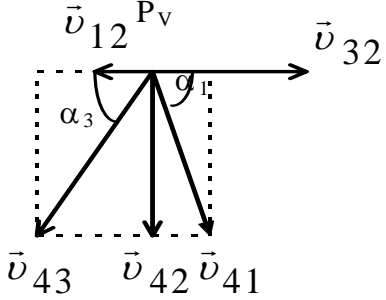
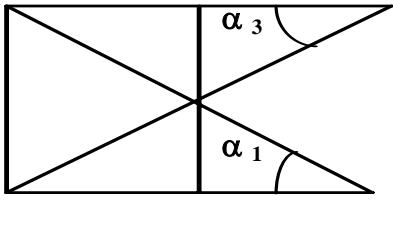
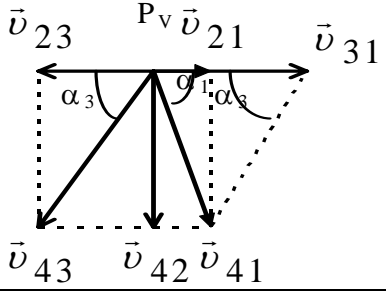
нии: относительном прямолинейном вдоль пазов вала с пазами и переносном вращательном вместе с валом с пазами.

Определение скорости центров тел качения. Для установившегося (перманентного) режима работы $\omega_{вх} = \text{const}$. В таблице 2.2 для каждой кинематической схемы приведен план скоростей и взаимное расположение звеньев передачи, при котором строился соответствующий план скоростей (полюс – точка p). Определим скорости для правильных зацеплений ($u = \text{const}$). В таблице 2.3 приведены формулы для вычисления переносной и относительной скоростей шариков (их центров масс) в зависимости от выбранной кинематической схемы. Полученные выражения представлены как функции угловой скорости ведущего звена. Для обозначения скоростей принята двойная индексация: \vec{v}_{21} означает скорость перемещения звена 2 относительно звена 1.

Таблица 2.2 – Планы скоростей для различных кинематических схем ЭШП

Номер кинематической схемы	Взаимное расположение звеньев передачи	План скоростей
1	2	3
1		
2		

Окончание таблицы 2.2

1	2	3
3		
4		
5		
6		
Примечание – Во всех случаях движение ведущего звена принято слева направо		

Определим аналитически скорости центра масс сателлита при использовании первой кинематической схемы. Относительная скорость определяется как производная по времени от уравнения движения шарика вдоль пазов относительно неподвижной кривой с угловой скоростью ведомого звена.

$$v_r = \frac{dz_3}{dt} = \frac{d(A_3 \sin(Z_3 \varphi_2))}{dt} = \frac{d}{dt} \left(A_3 \sin \left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u} \right) \right) = \frac{\omega_1 Z_3 A_3}{u} \cos \left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u} \right). \quad (2.87)$$

Такое же выражение можно получить и используя план скоростей, приведенный в таблице 2.2:

$$v_r = v_{42} = v_{13} \frac{tg \alpha_1 \cdot tg \alpha_3}{tg \alpha_1 + tg \alpha_3}. \quad (2.88)$$

Таблица 2.3 – Выражения для определения относительной и переносной скоростей тела качения для различных кинематических схем

Номер кинематической схемы	Относительная скорость	Переносная скорость
1	$v_{42} = v_{13} \frac{tg \alpha_1 tg \alpha_3}{tg \alpha_1 + tg \alpha_3}$	v_{23}
2	$v_{42} = v_{12} tg \alpha_1$	0
3	$v_{42} = v_{23} tg \alpha_3$	v_{23}
4	$v_{21} tg \alpha_1$	v_{21}
5	$v_{42} = v_{32} tg \alpha_3$	0
6	$v_{42} = v_{31} \frac{tg \alpha_1 tg \alpha_3}{tg \alpha_1 + tg \alpha_3}$	v_{21}

Из таблицы 2.1:

$$u = \frac{tg \alpha_1 + tg \alpha_3}{tg \alpha_1}. \quad (2.89)$$

Подставляя выражение (2.89) в (2.88), получим:

$$v_r = \frac{v_{13}}{u} tg \alpha_3; \quad (2.90)$$

$$\begin{aligned} tg \alpha_3 &= \frac{dz_3}{dx} = \frac{d}{dx} (A_3 \sin(Z_3 \varphi_2)) = \frac{d}{dx} \left(A_3 \sin \left(Z_3 \frac{x_2}{R} \right) \right) = \\ &= \frac{d}{dx} \left(A_3 \sin \left(Z_3 \frac{x_1}{uR} \right) \right) = \frac{A_3 Z_3}{R} \cos \left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u} \right). \end{aligned} \quad (2.91)$$

Подставляем выражение (2.91) в выражение (2.89):

$$v_r = v_{13} \frac{tg \alpha_3}{u} = \frac{\omega_1 R}{u} \frac{A_3 Z_3}{R} \cos \left(\frac{\varphi_1}{u} \right) = \frac{\omega_1 A_3 Z_3}{u} \cos \left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u} \right). \quad (2.92)$$

Полученное выражение совпадает с выражением (2.87).

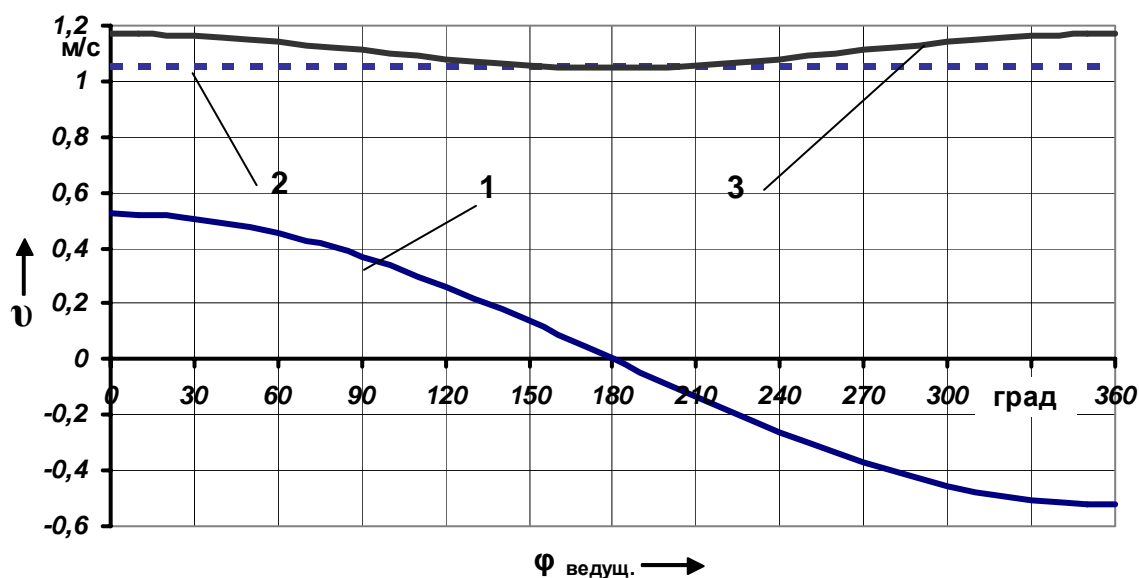
Переносная скорость (скорость шарика вместе с ведомым звеном):

$$v_e = \omega_2 R = \frac{\omega_1}{u} R. \quad (2.93)$$

Абсолютная скорость (скорость шарика вместе с ведомым звеном):

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_e^2} = \frac{\omega_1}{u} \sqrt{A_3^2 Z_3^2 \cos^2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u} \right) + R^2}. \quad (2.94)$$

Для первой кинематической схемы изменения скоростей центра масс тела качения за один оборот ведущего вала многопериодной ЭШП приведены на рисунке 2.17. Для остальных кинематических схем выражения для определения скоростей v_r , v_e и v сведены в таблицу 2.4.



1 - относительная скорость v_r ; 2 - переносная скорость v_e ;
3 - абсолютная скорость v

Рисунок 2.17 - Изменение скоростей тела качения от угла поворота ведущего вала при следующих параметрах ЭШП: $A_1 = A_3 = 10$ мм, $R = 20$ мм,
 $N_1 = 1000$ об/мин

Определение ускорений тел качения. По теореме о сложении ускорений абсолютное ускорение тела качения:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c, \quad (2.95)$$

где \vec{a}_r - относительное ускорение тела качения;

\vec{a}_e - переносное ускорение;

\vec{a}_c - кориолисово ускорение.

\vec{a}_c - кориолисово ускорение.

Кориолисово ускорение во всех схемах отсутствует, т.к. $\vec{v}_k \parallel \vec{\omega}_e$.

Относительное ускорение (первая кинематическая схема) при относительном, прямолинейном движении определяется как первая производная от относительной скорости по времени.

Таблица 2.4 – Выражения для определения скоростей тел качения

Номер кинематической схемы	Относительная скорость v_r	Переносная скорость v_e	Абсолютная скорость v
1	$\frac{\omega_1 A_3 Z_3}{u} \cos\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right)$	$\frac{\omega_1 R}{u}$	$\frac{\omega_1}{u} \sqrt{A_3^2 Z_3^2 \cos^2\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right) + R^2}$
2	$\omega_1 A_1 Z_1 \cos(Z_1 \varphi_1)$	0	$\omega_1 A_1 Z_1 \cos(Z_1 \varphi_1)$
3	$\omega_2 A_3 Z_3 \cos(Z_3 \varphi_2)$	$\omega_2 R$	$\omega_2 \sqrt{A_3^2 Z_3^2 \cos^2(Z_3 \varphi_2) + R^2}$
4	$\omega_2 A_1 Z_1 \cos(Z_1 \varphi_2)$	$\omega_2 R$	$\omega_2 \sqrt{A_1^2 Z_1^2 \cos^2(Z_1 \varphi_2) + R^2}$
5	$\omega_3 A_3 Z_3 \cos(Z_3 \varphi_3)$	0	$\omega_3 A_3 Z_3 \cos(Z_3 \varphi_3)$
6	$\frac{\omega_3 A_1 Z_1}{u} \cos\left(Z_1 \frac{\varphi_3}{u}\right)$	$\frac{\omega_3 R}{u}$	$\frac{\omega_3}{u} \sqrt{A_1^2 Z_1^2 \cos^2\left(Z_1 \frac{\varphi_3}{u}\right) + R^2}$

$$\begin{aligned}
 a_r &= \frac{dv_r}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\omega_1 A_3 Z_3}{u} \cos\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right) \right) = \\
 &= \frac{A_3 Z_3}{u} \left(\dot{\omega}_1 \cos\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right) - \frac{\omega_1 \dot{\varphi}_1 Z_3}{u} \sin\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right) \right) = \\
 &= \frac{A_3 Z_3}{u} \left(\varepsilon_1 \cos\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right) - \frac{\omega_1^2 Z_3}{u} \sin\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right) \right),
 \end{aligned} \tag{2.96}$$

где ε_1 – угловое ускорение звена 1.

Так как при установившемся режиме работы угловое ускорение $\varepsilon_1 = 0$,

то:

$$a_r = \frac{A_3 Z_3^2}{u^2} \omega_1^2 \sin\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right). \tag{2.97}$$

Переносное движение – криволинейное равномерное. Ускорение точки имеет две составляющие: нормальную \vec{a}_e^n и касательную \vec{a}_e^τ .

$$\vec{a}_e = \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_e^n = \vec{a}_e^n; \tag{2.98}$$

$$a_e^r = \varepsilon_2 R \quad (\varepsilon_2 = 0); \quad (2.99)$$

$$a_e^n = \omega_2^2 R = \frac{\omega_1^2 R}{u^2}. \quad (2.100)$$

Модуль абсолютного ускорения:

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_e^2} = \frac{\omega_1^2}{u} \sqrt{A_3^2 Z_3^4 \sin^2\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right) + \frac{R^2}{u^2}}. \quad (2.101)$$

Изменения ускорений центра масс тела качения за один оборот ведущего вала многопериодной ЭШП (для первой кинематической схемы) проиллюстрированы на рисунке 2.18.

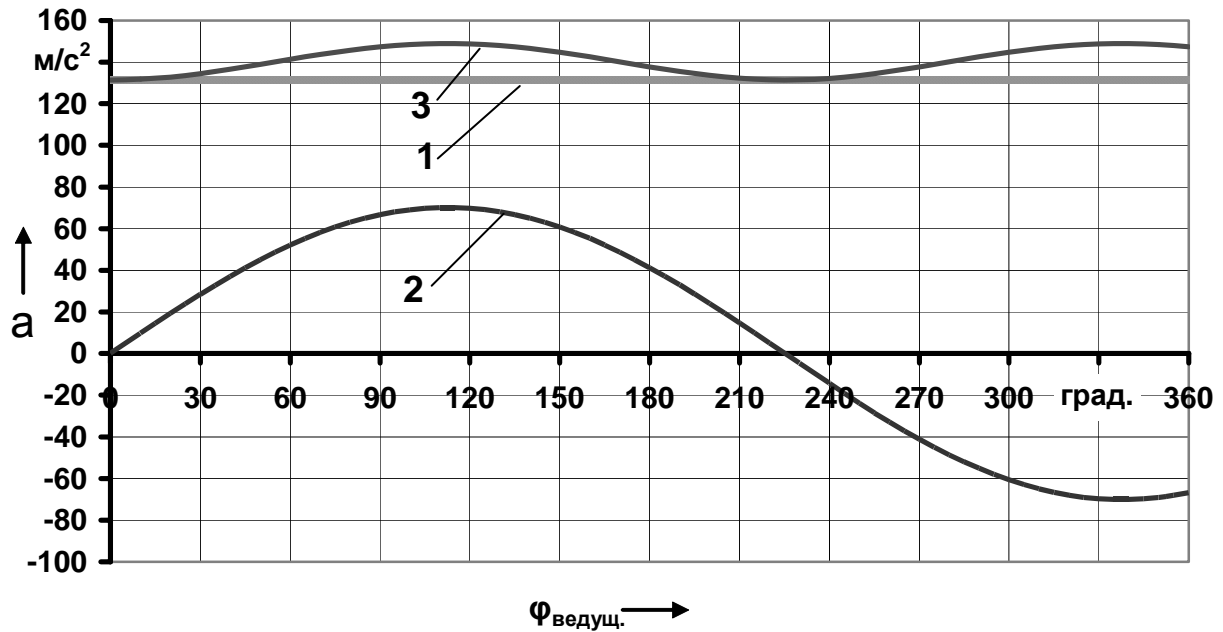


Рисунок 2.18 - Зависимость переносного (1), относительного (2) и абсолютного ускорений от угла поворота ведущего вала при параметрах ЭШП: $Z_1 = 1$, $Z_3 = 4$, $R = 30$ мм, $A_1 = A_3 = 10$ мм, $u = 5$, $N_1 = 1000$ об/мин

Для остальных кинематических схем выражения для определения ускорений тел качения приведены в таблице 2.5.

Определение зависимостей угловых ускорений звеньев ЭШП. При первой кинематической схеме звено 3 (наружный кулачок) неподвижно, т.е. $\omega_3 = 0$, $\varepsilon_3 = 0$. Определим, как изменяется угловое ускорение выходного звена 2 передачи ε_2 в зависимости от ε_1 .

$$\varepsilon_2 = \frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2} \omega_1^2 + \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \varepsilon_1. \quad (2.102)$$

$$\text{Очевидно, что } \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = u, \text{ т.к. } \frac{d\varphi_1}{d\varphi_2} = \frac{d\varphi_1/dt}{d\varphi_2/dt} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = u. \quad (2.103)$$

Таблица 2.5 – Выражения для определения ускорений тел качения

Номер кинематической схемы	Относительное ускорение a_r	Переносное ускорение a_e^n	Абсолютное ускорение a
1	$\frac{A_3 Z_3^2}{u^2} \omega_1^2 \sin\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right)$	$\frac{\omega_1^2}{u^2} R$	$\frac{\omega_1^2}{u^2} \sqrt{A_3^2 Z_3^4 \sin^2\left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u}\right) + R^2}$
2	$A_1 Z_1^2 \omega_1^2 \sin(Z_1 \varphi_1)$	0	$A_1 Z_1^2 \omega_1^2 \sin(Z_1 \varphi_1)$
3	$A_3 Z_3^2 \omega_2^2 \sin(Z_3 \varphi_2)$	$\omega_2 R$	$\omega_2 \sqrt{A_3^2 Z_3^4 \sin^2(Z_3 \varphi_2) + R^2}$
4	$A_1 Z_1^2 \omega_2^2 \sin(Z_1 \varphi_2)$	$\omega_2 R$	$\omega_2 \sqrt{A_1^2 Z_1^4 \sin^2(Z_1 \varphi_2) + R^2}$
5	$A_3 Z_3^2 \omega_3^2 \sin(Z_3 \varphi_3)$	0	$A_3 Z_3^2 \omega_3^2 \sin(Z_3 \varphi_3)$
6	$\frac{A_1 Z_1^2}{u^2} \omega_3^2 \sin\left(Z_1 \frac{\varphi_3}{u}\right)$	$\frac{\omega_3^2}{u^2} R$	$\frac{\omega_3^2}{u^2} \sqrt{A_1^2 Z_1^4 \sin^2\left(Z_1 \frac{\varphi_3}{u}\right) + R^2}$

Для правильного зацепления $u = \text{const}$ и выражение (2.102) запишется тривиально:

$$\varepsilon_2 = u \varepsilon_1. \quad (2.104)$$

Подставив выражение (2.104) в формулу (2.99), можно определить переносное тангенциальное ускорение тела качения при неустановившемся режиме работы.

3 Динамический анализ и оценка механических потерь в ЭШП

3.1 Уравнение движения планетарной шариковой передачи

Кинетическая энергия ЭШП для первой кинематической схемы:

$$T = T_1 + T_2 + \sum_{i=1}^n T_{4i}, \quad (3.1)$$

где T_1 – кинетическая энергия внутреннего кулачка;

T_2 – кинетическая энергия вала с пазами;

T_{4i} – кинетическая энергия i -го тела качения;

n – количество тел качения в передаче.

Принимая φ_1 в качестве обобщенной координаты, получим:

$$T_1 = \frac{J_1 \dot{\varphi}_1^2}{2}; \quad T_2 = \frac{J_2 \dot{\varphi}_1^2}{2u^2}; \quad T_4 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{m_4 v_{c4i}^2}{2} + \frac{J_4 \dot{\varphi}_{4i}^2}{2} \right), \quad (3.2)$$

где J_1, J_2, J_4 – моменты инерции тел 1, 2 и 4 соответственно;

m_4 – масса шарика;

v_{c4i} – скорость центра масс i -го шарика;

$\dot{\varphi}_{4i}$ – угловая скорость вращения i -го шарика вокруг оси, проходящей через центр масс.

Согласно таблице 2.4 и формуле (2.94):

$$v_{c4i} = \frac{\dot{\varphi}_1}{u} \sqrt{R^2 + A_3^2 Z_3^2 \cos^2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1}{u} \right)}. \quad (3.3)$$

Угловые скорости $\dot{\varphi}_4$ в первом приближении можно рассматривать как линейные функции угловой скорости входного вала, т.е. $\dot{\varphi}_4 = k \dot{\varphi}_1$, где k – коэффициент пропорциональности и принять у всех тел качения одинаковыми. Кинетическая энергия ЭШП:

$$T = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \left(J_1 + \frac{J_2}{u^2} + \sum_{i=0}^{n-1} \frac{m_4}{u^2} \left(R^2 + A_3^2 Z_3^2 \cos^2 \left(Z_3 \frac{\left(\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i \right)}{u} \right) \right) + k^2 n J_4 \right). \quad (3.4)$$

Выполним преобразования, предусмотренные уравнениями Лагранжа II рода.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) + \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = Q_{\varphi_1}, \quad (3.5)$$

где Q_{φ_1} – обобщенная сила, соответствующая обобщенной координате φ_1 .

$$Q_{\varphi_1} = M_1 - \frac{M_2}{u} - M_{mp}, \quad (3.6)$$

где M_{mp} – момент сил трения в передаче.

После преобразования выражение (3.4) примет вид:

$$T = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \left(J_1 + \frac{J_2}{u^2} + n \left(\frac{m_4 R^2}{u^2} + k^2 J_4 \right) \right) + \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \sum_{i=0}^{n-1} A_3^2 Z_3^2 \cos^2 \left(\frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right). \quad (3.7)$$

Выражение (3.7) можно представить в виде:

$$T = \frac{\dot{\varphi}_1^2}{2} \left(A + B \sum_{i=0}^{n-1} \cos^2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right) \right), \quad (3.8)$$

где A и B – постоянные инерционные коэффициенты.

$$A = J_1 + \frac{J_2}{u} + n \left(\frac{m_4 R^2}{u^2} + k^2 J_4 \right); \quad B = \frac{A_3^2 Z_3^2 m_4}{u^2}. \quad (3.9)$$

Произведя преобразования Лагранжа для выражения (3.8), получим:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} = \dot{\varphi}_1 \left(A + B \sum_{i=0}^{n-1} \cos^2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right) \right); \quad (3.10)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) = \ddot{\varphi}_1 \left(A + B \sum_{i=0}^{n-1} \cos^2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right) \right) - \dot{\varphi}_1^2 \frac{Z_3 B}{u} \sum_{i=0}^{n-1} \sin \left(2Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right); \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_1} = -\dot{\varphi}_1^2 \frac{Z_3 B}{2u} \sum_{i=0}^{n-1} \sin \left(2Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right). \quad (3.12)$$

Подставив выражения (3.11) и (3.12) в формулу (3.5) и проведя элементарные преобразования, получим:

$$\ddot{\varphi}_1 \left(A + B \sum_{i=0}^{n-1} \cos^2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right) \right) - 1,5 \frac{B Z_3 \dot{\varphi}_1^2}{u} \sin 2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right) = Q_{\varphi_1}. \quad (3.13)$$

С учетом формул (3.6) и (3.9) окончательно имеем:

$$\begin{aligned} & \ddot{\varphi}_1 \left(J_1 + \frac{J_2}{u^2} + n \left(\frac{m_4 R^2}{u^2} + k^2 J_4 \right) + \frac{A_3^2 Z_3^3 m_4}{u^2} \sum_{i=0}^{n-1} \cos^2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right) \right) - \\ & - 1,5 \dot{\varphi}_1^2 \frac{A_3^2 Z_3^2 m_4}{u^3} \sum_{i=0}^{n-1} \sin 2 \left(Z_3 \frac{\varphi_1 + \frac{2\pi}{n} i}{u} \right) = M_1 - \frac{M_2}{u} - M_{mp}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Выражение (3.14) является уравнением движения ЭШП, представленной в виде одномассовой системы.

3.2 Анализ плоской фрикционной модели зацепления

Целями силового анализа являются:

- получение расчетных зависимостей для определения величины нагрузок, действующих на детали ЭШП как функций параметров движения входного звена, для проведения прочностных расчетов, теоретического расчета износа и определения долговечности деталей передачи;

- получение возможности оптимизации геометрических и кинематических параметров ЭШП для повышения ее КПД, нагрузочной способности и снижения динамических нагрузок на основании разработанных фрикционных моделей зацепления.

Рассмотрим участок развертки зацепления на плоскость XOZ (рисунок 3.1,а). Анализу подвергнем перманентный режим работы: силы инерции деталей и моменты сил инерции отсутствуют (центробежной силой инерции внутреннего кулачка и весом деталей пренебрегаем, центробежная сила инерции шарика направлена перпендикулярно рассматриваемой плоскости). При этом задача анализа плоской фрикционной модели обращается в задачу статики (статический расчет четырехзвенной клиновой передачи). Анализируем первую кинематическую схему. Направление движения ведущего вала указано стрелкой. Рабочие поверхности деталей обозначены следующими индексами: ведущего вала – 1, ведомого вала - 2, наружного кулачка – 3, тела качения - 4.

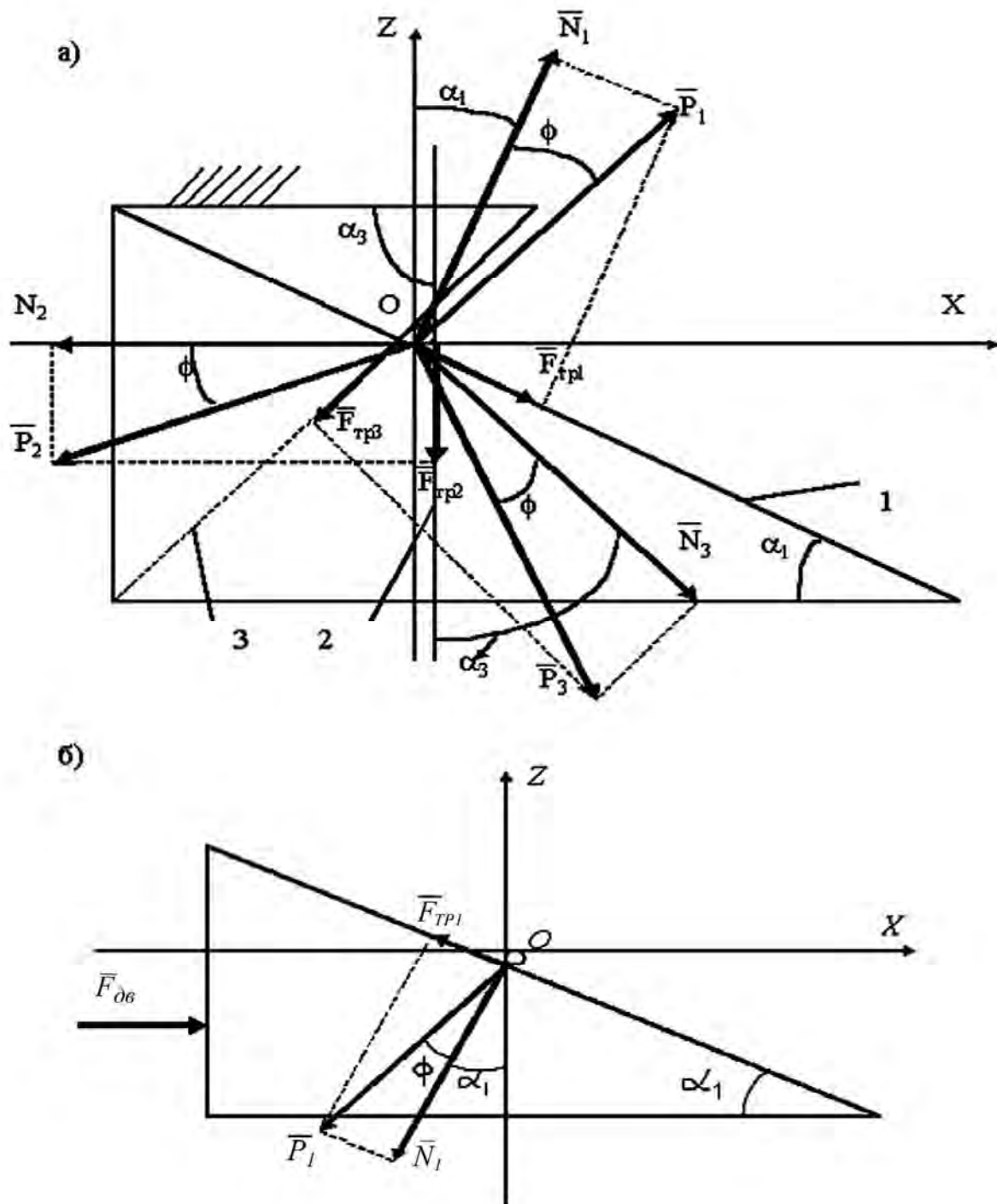


Рисунок 3.1 - К силовому анализу ЭШП

Применим к телу качения, рассматривая его как материальную точку, принцип освобождаемости от связей. \vec{N}_1 , \vec{N}_2 , \vec{N}_3 - нормальные реакции со стороны звеньев передачи. \vec{P}_1 , \vec{P}_2 , \vec{P}_3 - реальные усилия, возникающие из-за

наличия сил трения скольжения \vec{F}_{TP1} , \vec{F}_{TP2} и \vec{F}_{TP3} . Силы трения скольжения направлены в сторону, противоположную относительной скорости скольжения (см. таблицу 2.2). При составлении модели примем следующие допущения: коэффициент трения скольжения f одинаков во всех трущихся парах, трением качения и верчения пренебрегаем, рассматривая шарик как невесомый ползун.

Реальные усилия будут отклоняться от нормали на угол ϕ , называемый углом трения:

$$\phi = \operatorname{arctg} f. \quad (3.15)$$

Рассмотрим условия равновесия тела качения. Вариант решения этой задачи содержится в [23, 42]. В литературе по расчету и конструированию автомобилей и тракторов [43, 44] и др. аналогичные расчеты приведены при силовом анализе кулачковых радиально-плунжерных дифференциалов. Проведем анализ с учетом угла трения и реальных реакций в зацеплении.

$$\sum F_x = 0; \quad P_1 \sin(\alpha_1 + \phi) + P_3 \sin(\alpha_3 - \phi) - P_2 \cos \phi = 0; \quad (3.16)$$

$$\sum F_z = 0; \quad P_1 \cos(\alpha_1 + \phi) - P_3 \cos(\alpha_3 - \phi) - P_2 \sin \phi = 0. \quad (3.17)$$

Углы подъема эллипсов α_1 и α_3 являются углами давления. Выразив P_3 через P_1 и P_2 при заторможенном звене 2, получим:

$$P_1(\sin(\alpha_1 + \phi) + \cos(\alpha_1 + \phi) \operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi)) = P_2(\cos \phi + \sin \phi \cdot \operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi)). \quad (3.18)$$

Движение звеньев редуктора будет осуществляться при условии $N_2 > 0$. Введем в уравнение (3.18) нормальную реакцию N_2 , учитывая то, что

$$N_2 = P_2 \cos \phi. \quad (3.19)$$

После преобразований получим:

$$N_2 = P_1 \frac{\sin(\alpha_1 + \phi) + \cos(\alpha_1 + \phi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi)}{1 + \operatorname{tg} \phi \cdot \operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi)}. \quad (3.20)$$

Рассмотрим равновесие ведущего звена (рисунок 3.1, б). К нему приложена движущая сила $F_{дв}$, которую можно выразить через крутящий момент на ведущем валу M_1 . Так как при этом происходит переход от плоской модели к пространственной, то учтем реальные размеры тела качения, отказавшись от одного из допущений, упрощавших модель. Выразим в формуле (3.20) реакцию P_1 через момент M_1 и радиус цилиндрической поверхности точек контакта шарика и ведущего вала R_1 , используя уравнения равновесия ведущего вала. Нор-

мальную реакцию N_2 выразим через крутящий момент на ведомом валу M_2 и радиус цилиндрической поверхности точек контакта шарика и ведомого вала R_2 .

$$P_1 = \frac{M_1}{R_1 \sin(\alpha_1 + \phi)}; \quad N_2 = \frac{M_2}{R_2}. \quad (3.21)$$

Подставляя выражения (3.21) в формулу (3.20), получим:

$$M_2 = \frac{M_1 R_2}{R_1 \sin(\alpha_1 + \phi)} \frac{(\sin(\alpha_1 + \phi) + \cos(\alpha_1 + \phi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi))}{1 + \operatorname{tg} \phi \cdot \operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi)}. \quad (3.22)$$

Выражение (3.22) можно привести к виду:

$$M_2 = M_1 \frac{R_2}{R_1} K_\alpha, \quad (3.23)$$

где K_α - коэффициент передачи эквивалентного плоского механизма, учитывающий изменение углов наклона развернутых на плоскость эллипсов.

$$K_\alpha = \frac{(\sin(\alpha_1 + \phi) + \cos(\alpha_1 + \phi) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi))}{\sin(\alpha_1 + \phi)(1 + \operatorname{tg} \phi \cdot \operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi))} = \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_3) \cos \phi}{\sin(\alpha_1 + \phi) \cos(\alpha_3 - 2\phi)}. \quad (3.24)$$

Математические преобразования, проведенные в выражении (3.24), будут показаны далее, в подразделе 3.4 данной работы. Проанализируем, с помощью ЭВМ, выражение (3.23). Определим, как изменяется крутящий момент на выходном валу передачи M_2 при постоянном крутящем моменте на входном валу M_1 (холостой режим работы передачи) от углов подъема эллипсов. При вычислении (для первой кинематической схемы) коэффициента K_α угол α_3 выразим через α_1 , преобразуя известную формулу (2.64):

$$\alpha_3 = \operatorname{arctg}((u-1)\operatorname{tg} \alpha_1). \quad (3.25)$$

Для других кинематических схем зависимости углов определяются по таблице 2.1. На рисунке 3.2 представлены результаты анализа на ЭВМ. На рисунке 3.2, а сплошной линией показана зависимость M_2 (α_1) при коэффициенте трения скольжения $f = 0,2$, а прерывистой линией показана та же зависимость при коэффициенте трения, стремящемся к нулю. Анализ этих графиков свидетельствует о том, что существует оптимальное значение угла α_1 (соответствует максимумам на рисунке 3.2, а, при которых нагрузочная способность зацепления максимальна. Расчеты показали, что этот угол равен 35° и он не зависит от коэффициента трения.

На рисунке 3.2, б, показана зависимость максимума коэффициента K_α от коэффициента трения скольжения. Очевидно, что при увеличении сил трения максимум коэффициента передачи уменьшается.

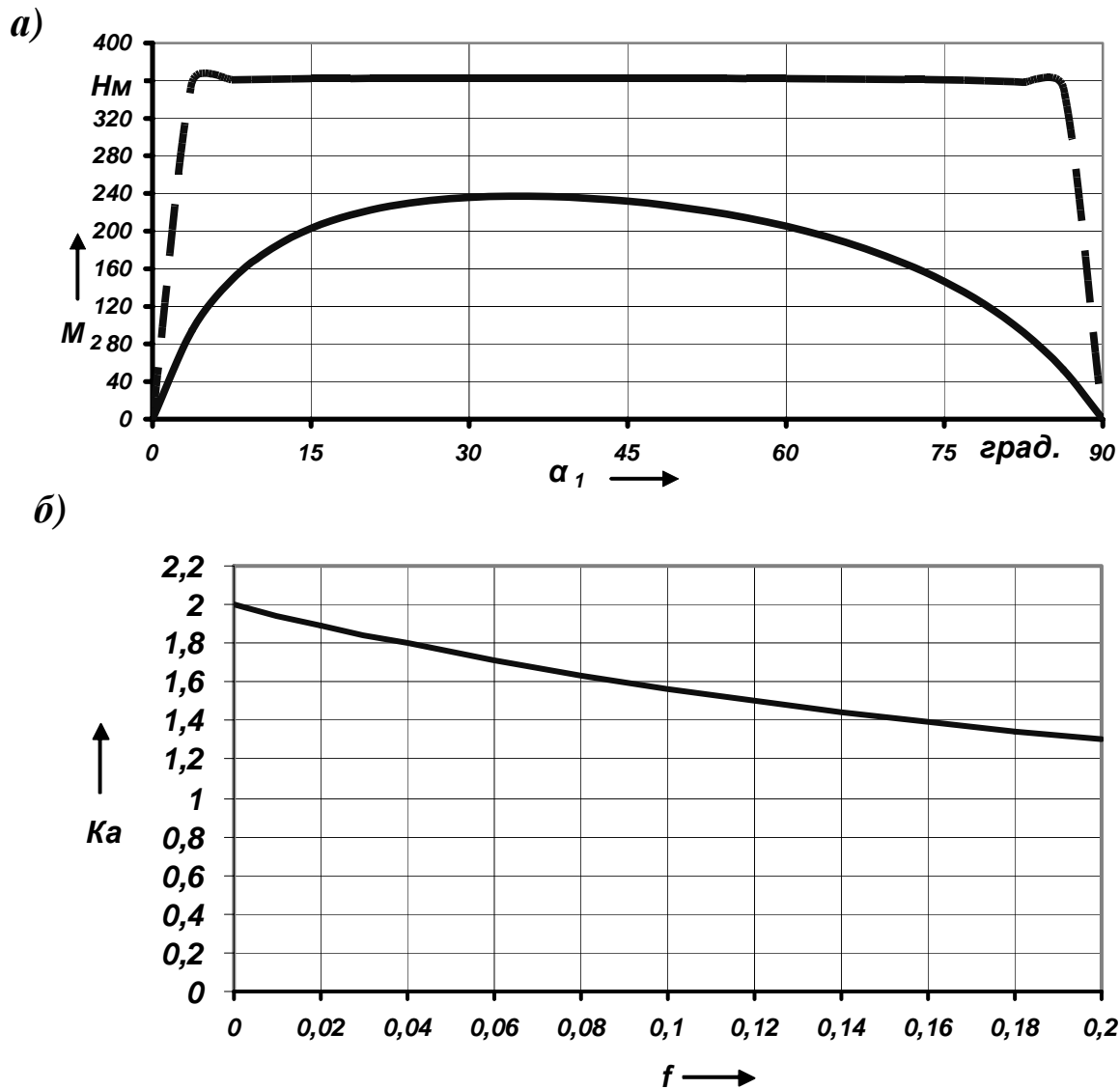


Рисунок 3.2 - К исследованию зависимости (3.8). ЭШП с параметрами:
 $R_1 = 22$ мм, $R = R_2 = 20$ мм, $M_1 = 200$ Нм

Анализ выражения (3.23) и графиков на рисунке 3.2, а также свидетельствует о том, что при крутящем моменте на ведущем валу $M_1 = 200$ Нм и даже при отсутствии трения, при передаточном отношении $u = 2$, крутящий момент на ведомом валу не достигнет своего максимума $M_2 = M_1 u = 400$ Нм. Это объясняется влиянием множителя R_2/R_1 . Так как вал с пазами 2 в рассматриваемой конструкции располагается внутри внутреннего кулачка 1, необходимо стремиться к увеличению соотношения R_2/R_1 , которое в пределе может быть равно единице.

Исследуем теперь, как изменится крутящий момент на входном валу при постоянной нагрузке на выходном валу. Как и ранее, за нулевое положение ЭШП примем положение шарика в точке с максимальными углами подъема эл-

липсов (на малой полуоси). Рассмотрим изменение угла поворота ведущего вала в диапазоне от минус π до плюс π , так как далее другое тело качения повторит процесс передачи нагрузки.

Необходимо также учитывать, что в рассматриваемой модели значения углов α_1 и α_3 берутся по модулю. Результаты расчетов представлены на рисунках 3.3 и 3.4. Постоянная нагрузка на выходном валу была равна $M_2 = 400$ Нм. Параметры ЭШП брались те же, что и при анализе формулы (3.23). Даже при отсутствии трения график $M_1(\varphi_1)$ имеет разрыв при $\varphi_1 = \pi i$, где $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

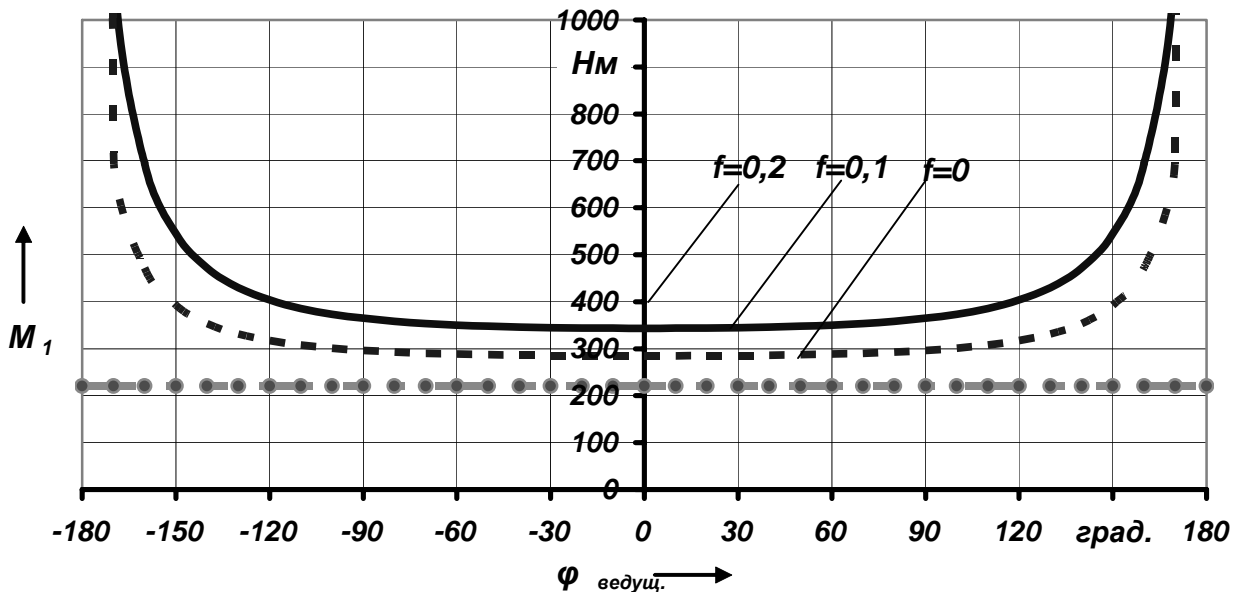


Рисунок 3.3 - Зависимость крутящего момента на входе ЭШП от угла поворота ведущего вала при различных коэффициентах трения скольжения

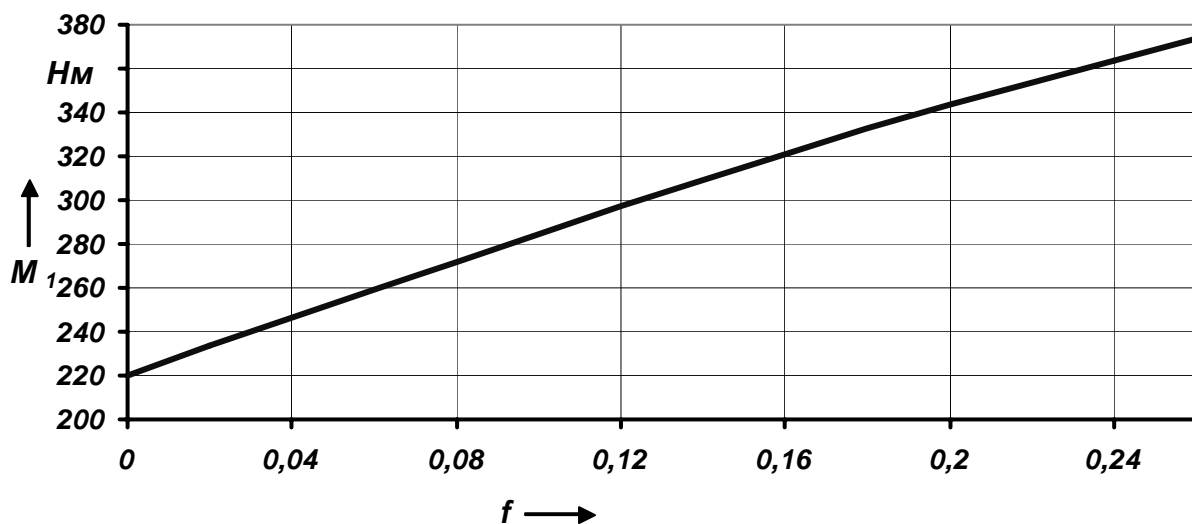


Рисунок 3.4 - Зависимость крутящего момента на входе редуктора от коэффициента трения скольжения при $M_2=400$ Нм

Зависимость на рисунке 3.4 подтверждает влияние отношения R_2/R_1 : даже при $f = 0$, M_1 отлично от 200 Нм.

Из рисунков 3.2 - 3.4 следует вывод: нагрузочная способность ЭШП максимальна при попадании шариков на малые оси эллипсов (на среднюю линию зацепления) и минимальна при попадании шариков в вершины эллипсов (на большие полуоси эллипсов) в «мертвые точки» [45].

3.3 Анализ пространственной фрикционной модели зацепления

С помощью разработанной плоской фрикционной модели можно изучить самые общие закономерности распределения нагрузки в зацеплении. При разработке пространственной модели очевидно приближение к реальному процессу, так как мы уходим от некоторых допущений, упрощавших действительную картину зацепления.

Выберем единую систему координат так, чтобы ось z совпадала с осью редуктора. При этом, за нулевое положение примем уже рассмотренное положение шарика в точках с максимальным значением углов подъема эллипсов. Анализируем первую кинематическую схему ЭШП.

Силовой расчет ведем методом кинетостатики.

Расчет начинаем с рассмотрения равновесия вала с продольными пазами, схема которого изображена на рисунке 3.5, а.

На вал с пазами 2 действуют: момент производственного сопротивления (момент полезной нагрузки) \vec{M}_2 , момент трения \vec{M}_{TP2} в кинематических парах, образуемых валом с пазами с другими деталями передачи. Силы инерции для тела, вращающегося вокруг оси, проходящей через центр масс, приводятся к моменту $\vec{M}_2^\Phi = -I_{z2}\vec{\varepsilon}_2$, где I_{z2} - момент инерции вала 2. На тело 2 также действует реакция от тела качения \vec{N}_2 , которая разлагается на горизонтальную \vec{N}_{2x} и вертикальную \vec{N}_{2y} составляющие. Сила трения скольжения \vec{F}_{TP2} уравновешивается равнодействующей осевой реакцией \vec{S}_{2z} . При составлении модели учтем также вес $m_2\vec{g}$, предполагая горизонтальное расположение оси передачи. Действие других тел на звено 2 характеризуется реакциями \vec{S}_{2x} и \vec{S}_{2y} .

Запишем четыре уравнения кинетостатического равновесия для вала 2: проекции всех сил на три оси координат и сумму моментов всех сил относительно оси Z :

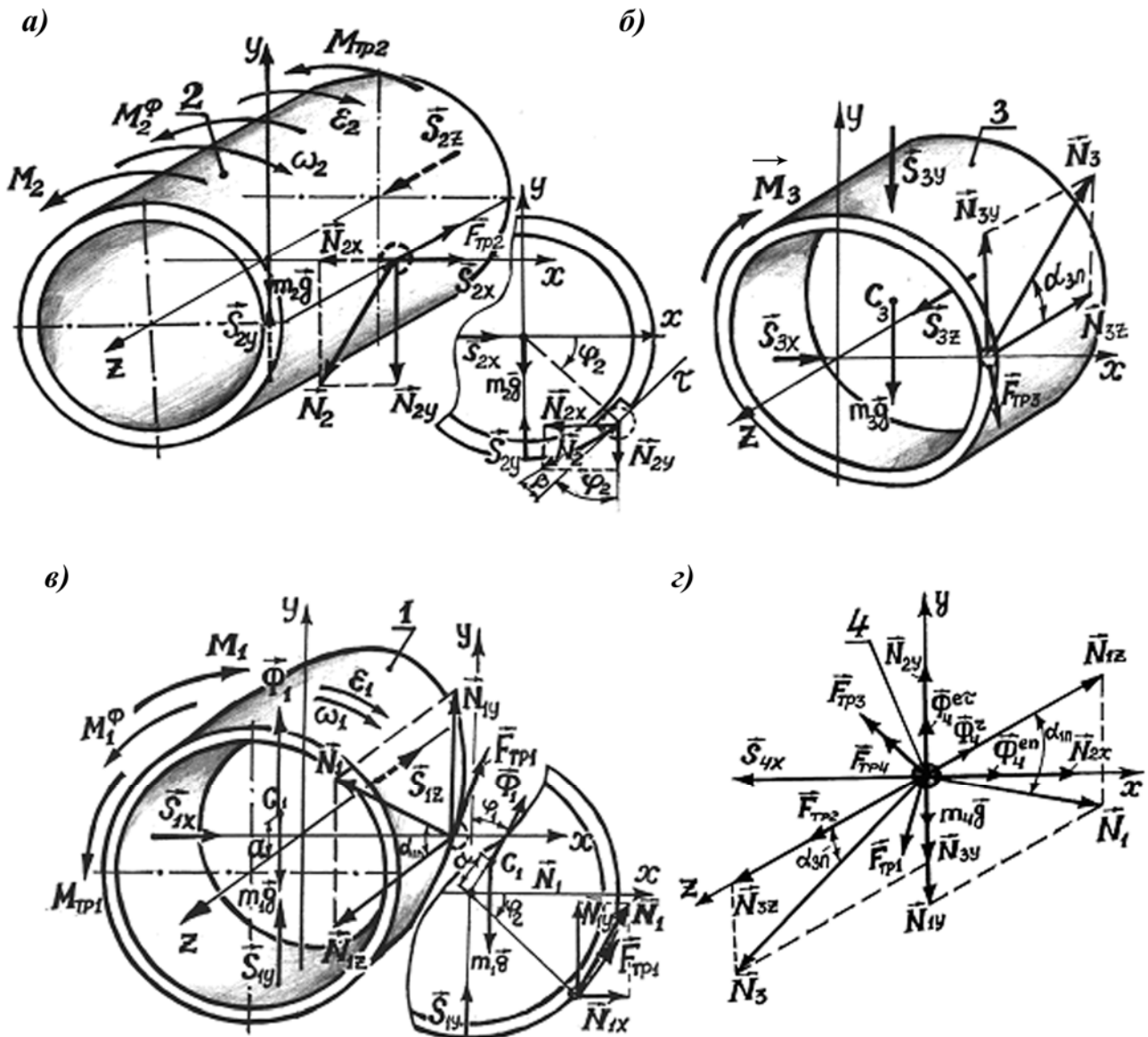
$$\sum F_{xi} = -N_{2x} + S_{2x} = 0; \quad (3.26)$$

$$\sum F_{yi} = -N_{2y} + S_{2y} - m_2g = 0; \quad (3.27)$$

$$\sum F_{zi} = -F_{TP2} + S_{2z} = 0; \quad (3.28)$$

$$\sum M_{zi} = M_2 + M_2^\Phi + M_{TP2} - N_{2x}R_2 \sin \varphi_2 - N_{2y}R_2 \cos \varphi_2 = 0, \quad (3.29)$$

где R_2 - диаметр цилиндрической поверхности, на которой располагаются точки контакта тела качения и вала с пазами.



а - вал с пазами; б - наружный кулачок; в - внутренний кулачок; г - тело качения

Рисунок 3.5 - Силовые факторы, действующие на вал с пазами

Модули составляющих реакции \vec{N}_2 определяются следующим образом:

$$N_{2x} = N_2 \sin(\varphi_2 + \beta); \quad (3.30)$$

$$N_{2y} = N_2 \cos(\varphi_2 + \beta), \quad (3.31)$$

где β - угол профиля продольного паза вала. Угол β изображен на рисунке 3.5; τ - касательная к поверхности вала с пазами. Также известна зависимость $F_{TP2} = fN_2$. Момент трения, действующий на вал 2 со стороны остальных

звеньев ЭШП, подразделяется на момент трения во вращательных кинематических парах M_{TP2}^{BP} и момент от силы трения верчения M_{TP2}^{BEP} . Используя известные формулы из источника [46, С. 228-229], запишем:

$$M_{TP2} = M_{TP2}^{BP} + M_{TP2}^{BEP} = \sqrt{S_{2x}^2 + S_{2y}^2} \cdot R_2^{\max} f' + \frac{2}{3} f S_{2z} \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2}, \quad (3.32)$$

где f' - коэффициент трения во вращательных парах. Принимается для проработавшихся вращательных поверхностей $f' = 4f/3$;

R_2^{\max} - максимальный радиус вала 2;

R_1' , R_2' - минимальный и максимальный радиусы кольцевой пяты торца вала 2, соприкасающейся с корпусом.

Дробь во втором сомножителе в выражении (3.32) обозначим как приведенный радиус:

$$R_2^{np} = \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2}. \quad (3.33)$$

Квадратный корень в первом сомножителе выражения (3.32) можно преобразовать с учетом формул (3.26) - (3.31) и при пренебрежении весом вала 2 в первом приближении:

$$\sqrt{S_{2x}^2 + S_{2y}^2} \approx N_2. \quad (3.34)$$

С учетом вышесказанного, система уравнений (3.26)-(3.29) может быть приведена к виду:

$$S_{2x} = N_2 \sin(\varphi_2 + \beta); \quad (3.35)$$

$$S_{2y} = N_2 \cos(\varphi_2 + \beta) + m_2 g; \quad (3.36)$$

$$S_{2z} = f N_2; \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} N_2 &= \frac{M_2 + I_{z2} \varepsilon_2}{R_2 (\cos \varphi_2 \cos(\varphi_2 + \beta) + \sin \varphi_2 \sin(\varphi_2 + \beta)) - \frac{4}{3} f R_2^{\max} - \frac{2}{3} f^2 R_2^{np}} = \\ &= \frac{M_2 + I_{z2} \varepsilon_2}{R_2 \cos \beta - \frac{4}{3} f R_2^{\max} - \frac{2}{3} f^2 R_2^{np}}. \end{aligned} \quad (3.38)$$

Рассмотрим равновесие неподвижного звена 3 на рисунке 3.5, б. На него действуют: реактивный момент \vec{M}_3 , вес $m_3\vec{g}$, реакция от тела качения \vec{N}_3 , которая разлагается на составляющие \vec{N}_{3y} и \vec{N}_{3z} , а также реакции от взаимодействия тела 3 с другими деталями ЭШП (в том числе и с корпусом) \vec{S}_{3x} , \vec{S}_{3y} и \vec{S}_{3z} .

Уравнения кинестатического равновесия тела 3:

$$\sum F_{xi} = S_{3x} - F_{TP3} \cos \alpha_3 \sin \varphi_2 = 0; \quad (3.39)$$

$$\sum F_{yi} = N_{3y} - S_{3y} - m_3g - F_{TP3} \cos \alpha_3 \cos \varphi_2 = 0; \quad (3.40)$$

$$\sum F_{zi} = -N_{3z} + S_{3z} - F_{TP3} \sin \alpha_3 = 0; \quad (3.41)$$

$$\sum M_{zi} = -M_3 + N_{3y}R_3 \cos \varphi_2 - F_{TP3}R_3 \cos \alpha_3 = 0, \quad (3.42)$$

где R_3 - диаметр цилиндрической поверхности, на которой располагаются точки контакта тела качения и наружного кулачка.

Так как наружный кулачок неподвижен, модули N_{3y} и N_{3z} будут постоянны, а $N_{3x} = 0$:

$$N_{3y} = N_3 \sin \alpha_{3n}; \quad (3.43)$$

$$N_{3z} = N_3 \cos \alpha_{3n}. \quad (3.44)$$

Систему уравнений (3.39) - (3.42) представим в следующем виде:

$$S_{3x} = N_3 f \cos \alpha_3 \sin \varphi_2; \quad (3.45)$$

$$S_{3y} = N_3 (\sin \alpha_{3n} - f \cos \alpha_3 \cos \varphi_2) - m_3g; \quad (3.46)$$

$$S_{3z} = N_3 (\cos \alpha_3 + f \sin \alpha_3); \quad (3.47)$$

$$M_3 = N_3 R_3 (\sin \alpha_{3n} \cos \varphi_2 - f \cos \alpha_3). \quad (3.48)$$

Рассмотрим равновесие ведущего вала 1 на рисунке 3.5, в. На него действуют: крутящий момент от двигателя \vec{M}_1 и момент сил трения \vec{M}_{TP1} . Силы инерции, действующие на ведущий вал, приводятся к главному вектору $\vec{\Phi}_1$ и главному моменту \vec{M}_1^Φ . Реакция на тело качения \vec{N}_1 разлагается на составляю-

щие \vec{N}_{1x} , \vec{N}_{1y} и \vec{N}_{1z} . Со стороны других деталей ЭШП на вал 1 действуют реакции \vec{S}_{1x} , \vec{S}_{1y} и \vec{S}_{1z} . Уравнения равновесия вала 1 примут вид:

$$\sum F_{xi} = N_{1x} + \Phi_{1x} + F_{TP1} \cos \alpha_1 \sin \varphi_2 + S_{1x} = 0; \quad (3.49)$$

$$\sum F_{iy} = \Phi_{1y} - m_1 g + S_{1y} + N_{1y} + F_{TP1} \cos \alpha_1 \cos \varphi_2 = 0; \quad (3.50)$$

$$\sum F_{zi} = N_{1z} - S_{1z} - F_{TP1} \sin \alpha_1 = 0; \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \sum M_{zi} = & -M_1 + M_1^\Phi + M_{TP1} + N_{1x} R_1 \sin \varphi_2 + N_{1y} R_1 \cos \varphi_2 + \\ & + F_{TP1} R_1 \cos \alpha_1 - m_1 g \cdot a \cdot \sin \varphi_1 = 0, \end{aligned} \quad (3.52)$$

где a – расстояние от центра масс C_1 вала 1 до оси вращения;

R_1 – диаметр цилиндрической поверхности, на которой располагаются точки контакта тела качения и внутреннего кулачка.

$$N_{1x} = N_1 \sin \alpha_{1n} \sin \varphi_1. \quad (3.53)$$

$$N_{1y} = N_1 \sin \alpha_{1n} \cos \varphi_1. \quad (3.54)$$

$$N_{1z} = N_1 \cos \alpha_{1n}. \quad (3.55)$$

$$\vec{\Phi}_{1x} = m_1 \omega_1^2 a \sin \varphi_1. \quad (3.56)$$

$$\vec{\Phi}_{1y} = m_1 \omega_1^2 a \cos \varphi_1. \quad (3.57)$$

После подстановки выражений (3.53) - (3.57) в выражения (3.49) - (3.52) и их преобразований, получим следующие выражения:

$$S_{1x} = N_1 (-\sin \alpha_{1n} \sin \varphi_1 - f \cos \alpha_1 \sin \varphi_2) - m_1 \omega_1^2 a \sin \varphi_1; \quad (3.58)$$

$$S_{1y} = -N_1 (\sin \alpha_{1n} \cos \varphi_1 + f \cos \alpha_1 \cos \varphi_2) + m_1 (g - \omega_1^2 a \cos \varphi_1); \quad (3.59)$$

$$S_{1z} = N_1 (\cos \alpha_{1n} - f \sin \alpha_1); \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned}
M_1 &= N_1 R_1 (\sin \alpha_{1n} (\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \varphi_1 \sin \varphi_2) + f \cos \alpha_1) + \\
&+ I_{z1} \varepsilon_1 + \frac{4}{3} f R_1^{\max} \sqrt{S_{1x}^2 + S_{1y}^2} + \frac{2}{3} f S_{1z} R_1^{np} + m_1 g a \sin \varphi_2 = \\
&= N_1 R_1 (\sin \alpha_{1n} \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + f \cos \alpha_1) + I_{z1} \varepsilon_1 + \\
&+ \frac{2}{3} \left(2 f R_1^{\max} \sqrt{S_{1x}^2 + S_{1y}^2} + f S_{1z} R_1^{np} \right) + m_1 g a \sin \varphi_1,
\end{aligned} \tag{3.61}$$

где I_{z1} – момент инерции ведущего вала 1.

При этом учтено, что приведенный радиус вала 1 равен

$$R_1^{np} = \frac{R_2'^3 - R_1'^3}{R_2'^2 - R_1'^2}, \tag{3.62}$$

где R_1' , R_2' – минимальный и максимальный радиусы кольцевой пяты торца вала 1, соприкасающейся с корпусом.

Рассмотрим тело качения 4, передающее нагрузку. При составлении математической модели учитывается только одно тело качения, так как другое совершает холостой пробег. Силовые факторы, действующие на шарик, изображены на рисунке 3.5, г. Условия кинетостатического равновесия для шарика будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
\sum F_{xi} &= -N_{1x} + N_{2x} + \Phi_4^{en} \cos \varphi_2 + \Phi_4^{e\tau} \sin \varphi_2 - S_{4x} - \\
&- F_{TP1} \cos \alpha_1 \sin \varphi_2 + F_{TP3} \cos \alpha_3 \sin \varphi_2 + F_{TP4} \cos \alpha_3 \sin \varphi_2 = 0;
\end{aligned} \tag{3.63}$$

$$\begin{aligned}
\sum F_{yi} &= N_{2y} - N_{3y} - N_{1y} + S_{4y} - m_4 g + \Phi_4^{e\tau} \cos \varphi_2 - \Phi_4^{en} \sin \varphi_2 + \\
&+ F_{TP3} \cos \alpha_3 \cos \varphi_2 - F_{TP1} \cos \alpha_1 \cos \varphi_2 + F_{TP4} \cos \alpha_3 \cos \varphi_2 = 0;
\end{aligned} \tag{3.64}$$

$$\sum F_{zi} = N_{3z} - N_{1z} + F_{TP1} \sin \alpha_1 + F_{TP2} + F_{TP3} \sin \alpha_3 + F_{TP4} \sin \alpha_3 - \Phi_4^r = 0, \tag{3.65}$$

где \bar{F}_{TP4} – сила трения скольжения между телом и корпусом;

$\bar{\Phi}_4^{en}$ – переносная центростремительная сила инерции тела качения;

$\bar{\Phi}_4^{e\tau}$ – переносная вращательная сила инерции тела качения;

Φ_4^r – относительная сила инерции тела качения.

В положении, указанном на рисунке 3.5, г, $S_{4y} = 0$ и $N_{1x} = 0$:

$$S_{4x} = S_4 \cos \varphi_2; \tag{3.66}$$

$$S_{4y} = S_4 \sin \varphi_2; \tag{3.67}$$

$$\Phi_4^{en} = m_4 \omega_2^2 R; \quad (3.68)$$

$$\Phi_4^{e\tau} = m_4 \varepsilon_2 R; \quad (3.69)$$

$$\Phi_4^r = m_4 a_r = m_4 \frac{A_3}{u} \omega_1^2 \sin \varphi_2. \quad (3.70)$$

После подстановок и математических преобразований, система уравнений (3.63) - (3.65) приводится к следующему виду:

$$\begin{aligned} & N_1(\sin \alpha_{1n} \sin \varphi_1 + f \cos \alpha_1 \sin \varphi_2) - N_3 f \cos \alpha_3 \sin \varphi_2 + \\ & + S_4(\cos \varphi_2 - f \cos \alpha_3 \sin \varphi_2) = N_2 \sin(\varphi_2 + \beta) + \\ & + m_4 R(\varepsilon_2 \sin \varphi_2 + \omega_2^2 \cos \varphi_2); \end{aligned} \quad (3.71)$$

$$\begin{aligned} & N_1(\sin \alpha_{1n} \cos \varphi_1 + f \cos \alpha_1 \cos \varphi_2) + N_3(\sin \alpha_{3n} - f \cos \alpha_3 \cos \varphi_2) - \\ & - S_4(\sin \varphi_2 + f \cos \alpha_3 \cos \varphi_2) = N_2 \cos(\varphi_2 + \beta) + \\ & + m_4(\varepsilon_2 R \cos \varphi_2 - \omega_2^2 R \sin \varphi_2 - g); \end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned} & N_1(f \sin \alpha_1 - \cos \alpha_{1n}) + N_3(\cos \alpha_{3n} + f \sin \alpha_3) + S_4 f \sin \alpha_3 = \\ & = -f N_2 + m_4 \frac{A_3}{u} \omega_1^2 \sin \varphi_2. \end{aligned} \quad (3.73)$$

Рассмотрим алгоритм проведения силового анализа на основе разработанной пространственной фрикционной модели зацепления [47].

Заданными считаются: момент полезных сопротивлений на выходном валу M_2 , геометрические параметры передачи и коэффициент трения скольжения f . Известными считаются также угловые скорости и ускорения звеньев, а также зависимости между угловыми скоростями и углами поворота после проведенного кинематического анализа ЭШП.

1 По формуле (3.38) определяем значение реакции N_2 . После его определения находим значения S_{2x} , S_{2y} , S_{2z} по формулам (3.35), (3.36) и (3.37) соответственно.

2 Решая совместно систему уравнений (3.71) - (3.73), находим значение реакций N_1 , N_3 и S_4 . Находить значения этих реакций удобно в матричной форме, представив выражения (3.71) - (3.73) в следующем виде:

$$\begin{aligned} & a_{11}N_1 + a_{12}N_3 + a_{13}S_4 = b_1; \\ & a_{21}N_1 + a_{22}N_3 + a_{23}S_4 = b_2; \\ & a_{31}N_1 + a_{32}N_3 + a_{33}S_4 = b_3. \end{aligned} \quad \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}. \quad (3.74)$$

где a_{11}, \dots, a_{33} – коэффициенты при реакциях N_1, N_3 и S_4 в системе уравнений (3.71)-(3.73);

b_1, b_2, b_3 – выражения, стоящие в правых частях уравнений (3.71) -(3.73).

Матричное произведение решается известным методом Гаусса или согласно правилу Крамера.

3 После нахождения значений N_1, N_3 и S_4 определяются крутящие моменты M_1 и M_3 по формулам (3.61) и (3.48) соответственно, а также составляющие внешних реакций S_{1x}, S_{1y}, S_{1z} и S_{3x}, S_{3y}, S_{3z} , согласно выражениям (3.58) - (3.60) и (3.45) - (3.47) соответственно. Значения полных реакций, образованных этими составляющими, определяют силы давления передачи на опоры (подшипники).

$$S_1 = \sqrt{S_{1x}^2 + S_{1y}^2 + S_{1z}^2}. \quad (3.75)$$

$$S_3 = \sqrt{S_{3x}^2 + S_{3y}^2 + S_{3z}^2}. \quad (3.76)$$

Составляющие реакций в выражениях (3.75) и (3.76) с индексами «х» и «у» характеризуют радиальные нагрузки, а с индексами «z» - осевые нагрузки на подшипники. Аналогично определяется и результирующая реакция \vec{S}_2 , действующая на вал с пазами 2 со стороны кулачков 1 и 3. По выражению (3.75) и значению реакции \vec{S}_2 могут подбираться подшипники качения.

Проанализируем полученные выражения на конкретном примере. Рассматриваем перманентный режим работы, первую кинематическую схему. Основные параметры исследуемого зацепления: $A_1 = A_3 = 10$ мм, $R = 20$ мм, $R_1 = 22$ мм, $R_{1\max} = 24$ мм, $R_{1\min} = 20$ мм, $R_2 = 20$ мм, $R_{2\min} = 18$ мм, $R_3 = 26$ мм, $m_1 = m_2 = m_3 = 0,2$ кг, $m_{ш} = 0,01$ кг, $f = 0,1$, частота вращения ведущего вала $n_1 = 500$ об/мин, крутящий момент на выходном валу $M_2 = 400$ Нм. Результаты расчетов с помощью средств ЭВМ представлены на рисунках 3.6 - 3.9. На них показано изменение силовых факторов, действующих на детали ЭШП (реакции деталей, крутящие моменты, нагрузки на опоры) за один цикл зацепления. Небольшая асимметрия графиков на рисунках 3.6 - 3.9 объясняется совместным влиянием реакций и соответствующим им сил трения, проекции которых могут складываться при изменении угла φ_1 от минус $\pi/2$ до 0 и далее вычитаться и наоборот.

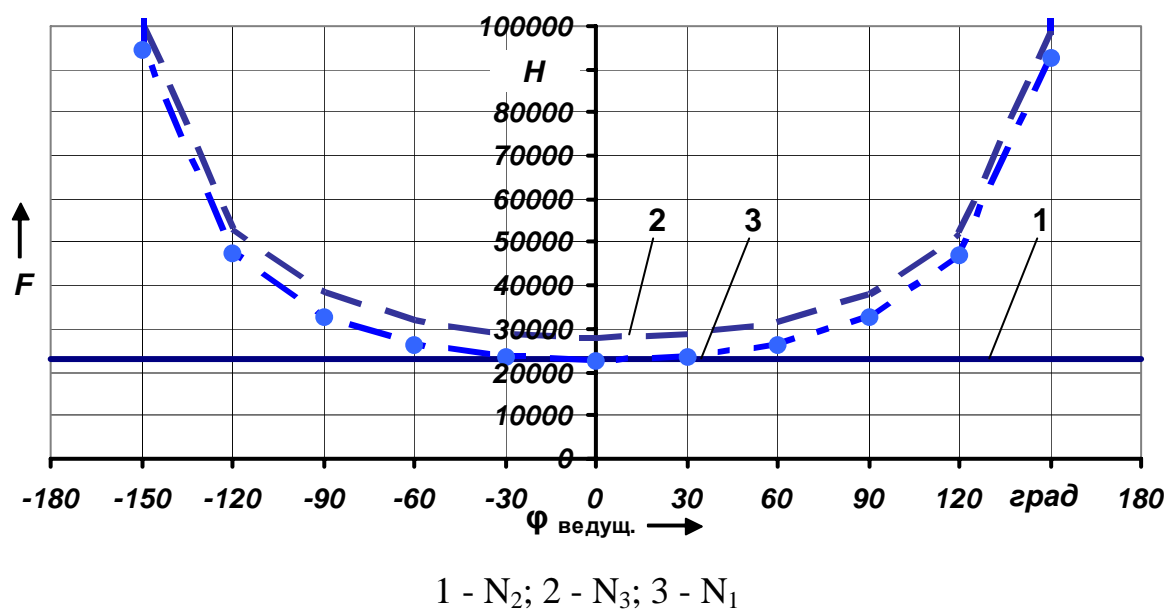


Рисунок 3.6 - Изменение значений реакций деталей ЭШП за цикл зацепления

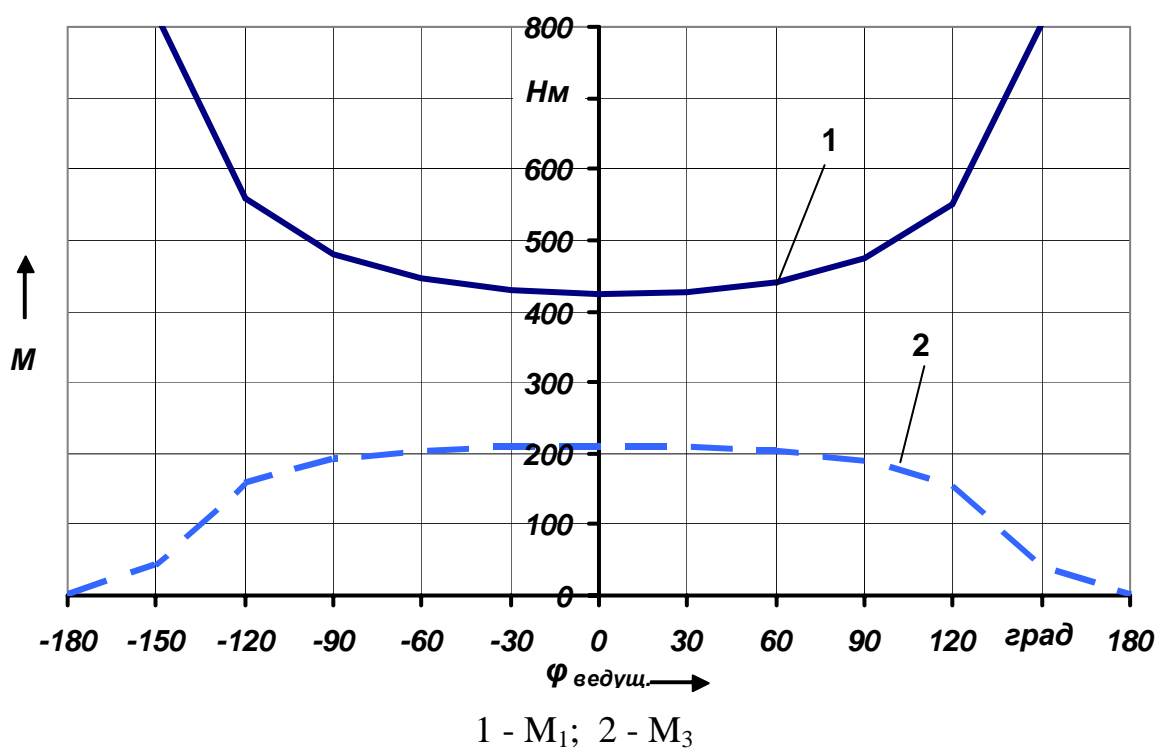


Рисунок 3.7 - Изменение значений крутящих моментов за цикл зацепления

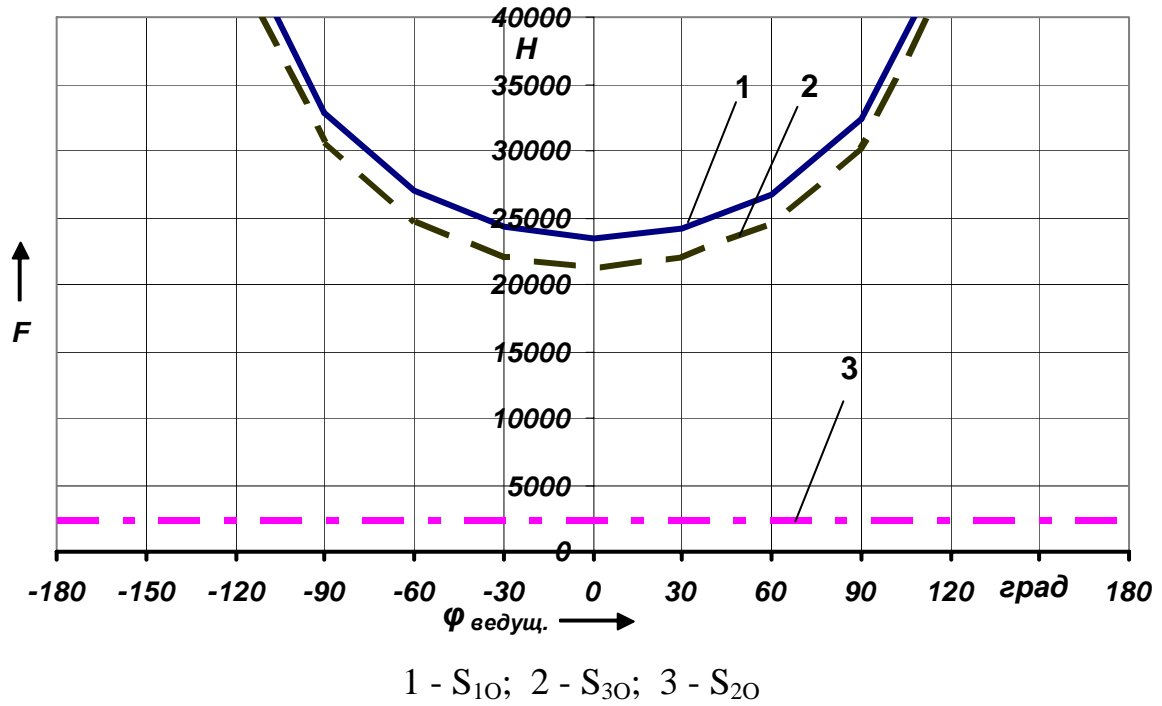


Рисунок 3.8 - Изменение значений осевых реакций деталей ЭШП за цикл зацепления

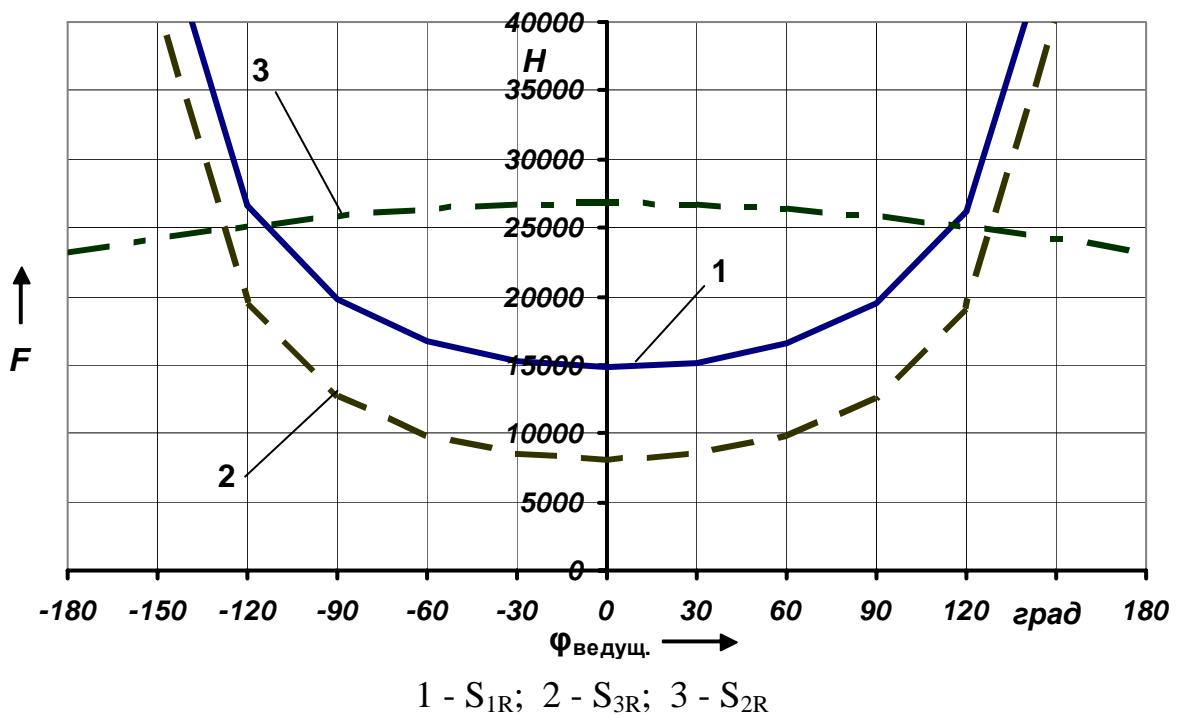


Рисунок 3.9 - Изменение значений радиальных реакций деталей ЭШП за цикл зацепления

3.4 Оценка механических потерь в ЭШП

Для практики важным является количественное сравнение той или иной конструкции или передачи. Одним из критериев такой оценки является механический коэффициент полезного действия (КПД) [48]. На практике обычно КПД механизмов определяют экспериментально. Теоретической оценкой, несмотря на ее приблизительный характер, не следует пренебрегать, так как она позволяет определить основные геометрические параметры передачи, приближенные к оптимальным, и наиболее благоприятные режимы ее работы на стадии проектирования. В дальнейшем необходимо практическое подтверждение результатов теоретических расчетов КПД.

Общий КПД ЭШП, как и любого механизма равен:

$$\eta = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} = \frac{P_{\text{вх}} - P_{\text{тр}}}{P_{\text{вх}}} = 1 - \frac{P_{\text{тр}}}{P_{\text{вх}}} = 1 - \frac{P_{\text{тр.з}} + P_{\text{тр.о}}}{P_{\text{вх}}}, \quad (3.77)$$

где $P_{\text{вх}}$ - средняя мощность на входном звене передачи;

$P_{\text{вых}}$ - средняя мощность на выходном звене передачи;

$P_{\text{тр}}$ - средняя мощность сил трения;

$P_{\text{тр.з}}$ - мощность сил трения в зацеплении;

$P_{\text{тр.о}}$ - мощность сил трения в опорах.

Оценим, сначала, механические потери в зацеплении. Для этого вновь обратимся к плоской фрикционной модели. При этом условимся считать $R_1 = R_2 = R_3 = R$, так как при рассмотрении реального зацепления влияние этих радиусов на нагрузочную способность и КПД ЭШП неоднозначно.

Вопрос взаимодействия промежуточного тела (плунжера) с поверхностями трех тел рассмотрен также в технической литературе по расчету трансмиссий автомобилей, в частности при расчете кулачковых дифференциалов. Результаты, полученные в [44] и других источниках, аналогичны выведенным зависимостям в данной работе (см. формулу (3.9)). Применительно к ЭШП замкнутый треугольник сил (рисунок 3.10), действующий на шарик (плунжер), определяется также из схемы, приведенной на рисунке 3.1, а.

По теореме синусов (рисунок 3.10):

$$\frac{P_1}{\cos(\alpha_3 - 2\phi)} = \frac{P_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_3)} = \frac{P_3}{\cos(\alpha_1 + 2\phi)}. \quad (3.78)$$

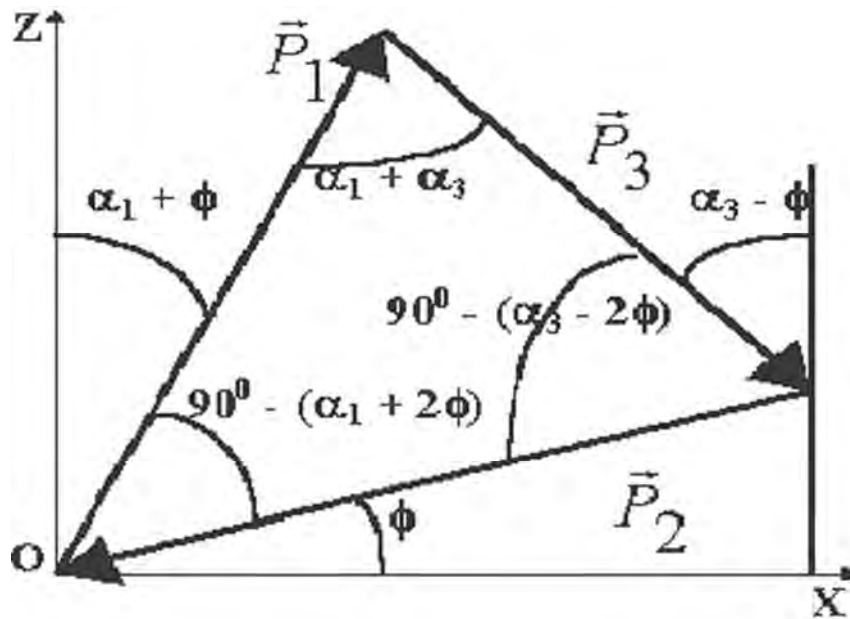


Рисунок 3.10 - Система сил, действующих на тело качения ЭШП (плоская фрикционная модель зацепления), для кинематических схем № 1, 2 и 4

Найдем зависимость силы P_2 от силы P_1 :

$$P_2 = P_1 \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_3)}{\cos(\alpha_3 - 2\phi)}. \quad (3.79)$$

С учетом выражений (3.21) и того, что

$$N_2 = P_2 \cos \phi, \quad (3.80)$$

выражение для момента M_2 запишется

$$M_2 = M_1 \frac{R_2}{R_1} \frac{\cos \phi \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_3)}{\sin(\alpha_1 + \phi) \cos(\alpha_3 - 2\phi)} = M_1 \frac{R_2}{R_1} K_\alpha. \quad (3.81)$$

Мгновенный КПД эллипсного шарикового зацепления с учетом выражения (3.81) для первой кинематической схемы:

$$\eta_{12}^{(3)} = \frac{P_{\text{вых}}}{P_{\text{вх}}} = \frac{M_2 \omega_2}{M_1 \omega_1}, \quad (3.82)$$

где $P_{\text{вх}}$, $P_{\text{вых}}$ – мощности на ведущем и ведомом валах соответственно.

В уравнении (3.82) учтем, что для первой кинематической схемы $\omega_2 / \omega_1 = 1/u = 0,5$. Подставив выражение (3.81) в выражение (3.82) и приняв условие $R_2 = R_1$, окончательно получим:

$$\eta_{13}^{(2)} = 0,5K_{\alpha}. \quad (3.83)$$

Можно выразить из уравнения (3.78) зависимость сил P_1 и P_3 . При второй кинематической схеме:

$$\eta_{13}^{(2)} = \frac{M_3 \omega_3}{M_1 \omega_1} = \frac{\sin(\alpha_3 - \phi) \cos(\alpha_1 + 2\phi)}{\sin(\alpha_1 + \phi) \cos(\alpha_3 - 2\phi)}. \quad (3.84)$$

КПД при второй кинематической схеме является фактически коэффициентом передачи. Для кинематических схем № 5 и 6, силовой многоугольник представлен на рисунке 3.11.

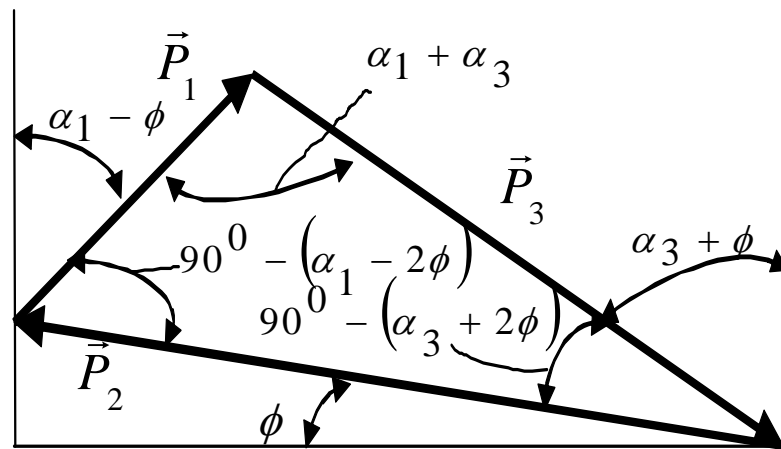


Рисунок 3.11 - Силовой треугольник для кинематических схем № 3, 5 и 6

Теорема синусов запишется:

$$\frac{P_1}{\cos(\alpha_3 + 2\phi)} = \frac{P_3}{\cos(\alpha_1 - 2\phi)} = \frac{P_2}{\sin(\alpha_1 + \alpha_3)}. \quad (3.85)$$

Тогда КПД для кинематических схем № 5 и 6 соответственно:

$$\eta_{31}^{(2)} = \frac{M_1 \omega_1}{M_3 \omega_3} = \frac{1}{u} \cdot \frac{P_1 \sin(\alpha_1 - \phi)}{P_3 \sin(\alpha_3 + \phi)} = \frac{1}{u} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_3 + 2\phi) \cdot \sin(\alpha_1 - \phi)}{\cos(\alpha_1 - 2\phi) \cdot \sin(\alpha_3 + \phi)} \right); \quad (3.86)$$

$$\eta_{32}^{(1)} = \frac{M_2 \omega_2}{M_3 \omega_3} = \frac{1}{u} \cdot \frac{P_2 \cos \phi}{P_3 \sin(\alpha_3 + \phi)} = \frac{1}{u} \cdot \left(\frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_3) \cdot \cos \phi}{\cos(\alpha_1 - 2\phi) \cdot \sin(\alpha_3 + \phi)} \right). \quad (3.87)$$

Для кинематической схемы № 3 силовой треугольник также определяется схемой, изображенной на рисунке 3.11:

$$\eta_{21}^{(3)} = \frac{1}{u} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_3 + 2\phi) \cdot \sin(\alpha_1 - \phi)}{\cos \phi \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_3)} \right). \quad (3.88)$$

Для кинематической схемы № 4 силовой треугольник определяется схемой, изображенной на рисунке 3.10:

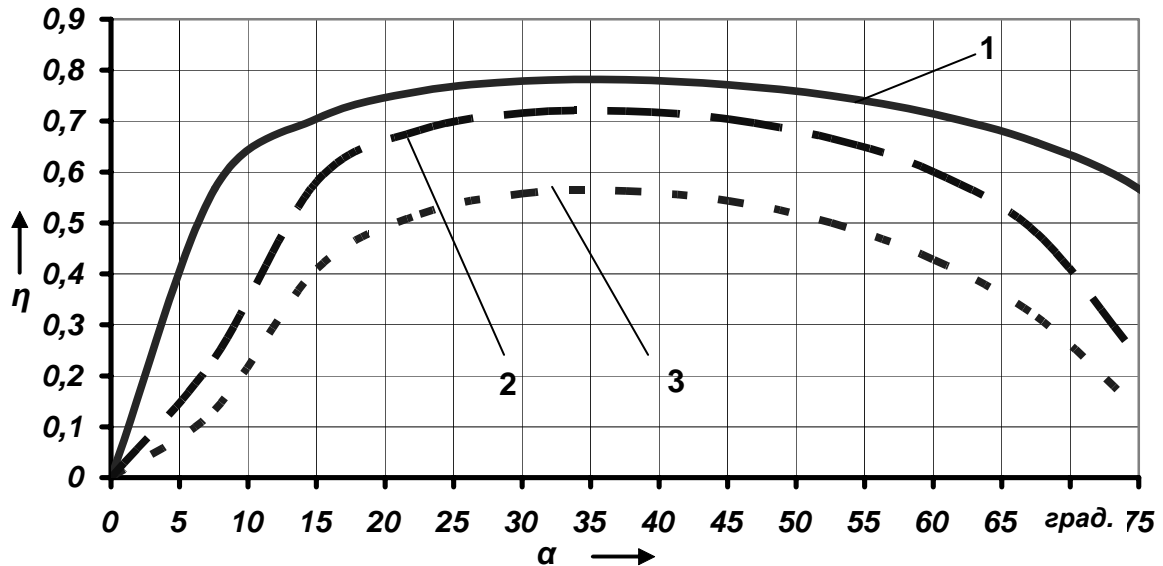
$$\eta_{23}^{(1)} = \frac{1}{u} \cdot \left(\frac{\cos(\alpha_1 + 2\phi) \cdot \sin(\alpha_3 - \phi)}{\cos \phi \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_3)} \right). \quad (3.89)$$

Для других кинематических схем ЭШП выражения для определения мгновенного КПД приведены в таблице 3.1 [49].

Таблица 3.1 - Выражение для определения КПД ЭШП

Номер кинематической схемы	Выражения для определения мгновенного КПД зацепления
1	$\frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_3) \cos \phi}{u \sin(\alpha_1 + \phi) \cos(\alpha_3 - 2\phi)}$
2	$\frac{\sin(\alpha_3 - \phi) \cos(\alpha_1 + 2\phi)}{u \sin(\alpha_1 + \phi) \cos(\alpha_3 - 2\phi)}$
3	$\frac{\sin(\alpha_1 - \phi) \cos(\alpha_3 + 2\phi)}{u \cos \phi \sin(\alpha_1 + \alpha_3)}$
4	$\frac{\sin(\alpha_3 - \phi) \cos(\alpha_1 + 2\phi)}{u \cos \phi \sin(\alpha_1 + \alpha_3)}$
5	$\frac{\sin(\alpha_1 + \phi) \cos(\alpha_3 - 2\phi)}{u \sin(\alpha_3 - \phi) \cos(\alpha_1 + 2\phi)}$
6	$\frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_3) \cos \phi}{u \sin(\alpha_3 - \phi) \cos(\alpha_1 + 2\phi)}$

На рисунке 3.12 показана графическая зависимость мгновенного КПД ЭШП от угла подъема эллипсов для различных кинематических схем при коэффициенте трения скольжения $f = 0,1$. Из рисунка 3.12 видно, что все зависимости имеют максимум при $\alpha_{1(3)} = 35^0$. На рисунке 3.13 приведена зависимость мгновенного КПД ЭШП от угла поворота ведущего вала для первой кинематической схемы за цикл зацепления ($f = 0,1$).



1 - для схем № 1, 6; 2 - для схем № 3, 4; 3 - для схем № 2, 5

Рисунок 3.12 - Зависимость мгновенного КПД ЭШП для различных кинематических схем

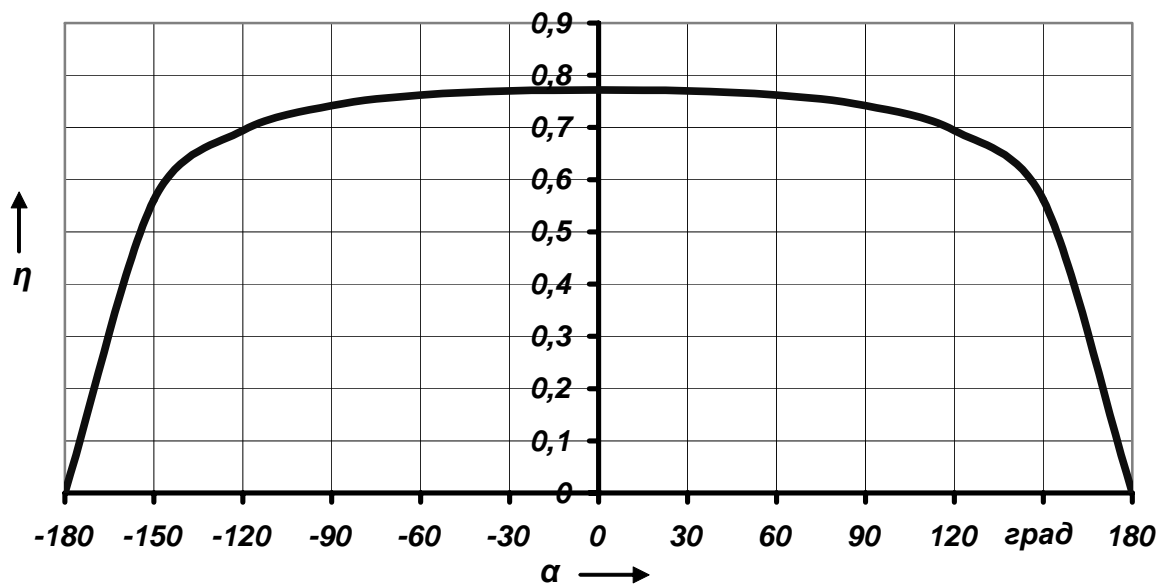


Рисунок 3.13 - Зависимость мгновенного КПД ЭШП от угла поворота ведущего вала для первой кинематической схемы за цикл зацепления

3.5 Оптимизация геометрических параметров ЭШП и рекомендации по повышению КПД передач

Определение оптимального значения амплитуды. Основными параметрами зацепления являются: радиус расположения центров шариков R и амплитуда A . Если радиус R во многом определяется максимально допустимыми габаритами, в которые необходимо встроить передачу, то амплитуду A необходимо оптимизировать по критерию минимальных механических потерь [50].

На основании анализа фрикционных моделей ЭШП был сделан вывод о существовании оптимального значения угла подъема α_1 , при котором обеспечивается максимальное значение КПД. Это значение равно 35° . Таким образом, существует оптимальное значение угла клина ε для ЭШП:

$$\varepsilon_{onm} = \alpha_{1onm} + \alpha_{3onm} = 70^\circ. \quad (3.90)$$

Оперируем средними значениями углов подъема кривых. Тогда:

$$\arctg\left(\frac{2Z_1A}{\pi R}\right) + \arctg\left(\frac{2Z_3A}{\pi R}\right) = \varepsilon_{onm}. \quad (3.91)$$

Выражение (3.91) можно представить в следующем виде:

$$\arctg x + \arctg y = \gamma\pi + \arctg \frac{x+y}{1-xy}, \quad (3.92)$$

$$\text{где } \gamma = \begin{cases} 0, & \text{если } xy < 1; \\ 1, & \text{если } x > 0 \text{ и } xy > 1. \end{cases}$$

Рассмотрим случай, когда $\gamma=0$ (как правило при $Z_3 < 10$). Получим:

$$\frac{2A(Z_1 + Z_3)}{\pi R - \frac{4A^2 Z_1 Z_3}{\pi R}} = \operatorname{tg} \varepsilon_{onm}. \quad (3.93)$$

После преобразований получаем квадратное уравнение:

$$\frac{4Z_1 Z_3}{\pi R} \operatorname{tg} \varepsilon_{onm} A^2 + 2(Z_1 + Z_3)A - \pi R \cdot \operatorname{tg} \varepsilon_{onm} = 0. \quad (3.94)$$

Решение этого уравнения может быть представлено в виде:

$$A = \frac{\pi R \left(-2(Z_1 + Z_3) \pm \sqrt{4(Z_1 + Z_3)^2 + 16Z_1 Z_3 \operatorname{tg}^2 \varepsilon_{onm}} \right)}{8Z_1 Z_3 \operatorname{tg} \varepsilon_{onm}}. \quad (3.95)$$

Знак « \pm » в выражении (3.95) свидетельствует о том, что решение уравнения (3.94) имеет 2 корня. В дальнейшем минус можно не учитывать, так как амплитуда не может быть отрицательной.

После анализа выражения (3.95) с помощью средств ЭВМ для инженерных расчетов рекомендуется следующая формула:

$$A = c \cdot R, \quad (3.96)$$

где c – коэффициент, представляющий собой функцию, зависящую от Z_1 и Z_3 . При $Z_1=1$, значения c определяются по таблице 3.2.

Зависимость амплитуды от передаточного отношения для ЭШП с радиусом $R=20$ мм показана на рисунке 3.14.

Таблица 3.2 - Значения коэффициента c

Z_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
c	1,100	0,762	0,603	0,506	0,439	0,389	0,351	0,320	0,295	0,273
Z_3	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
c	0,255	0,239	0,226	0,213	0,202	0,193	0,184	0,176	0,169	0,162
Z_3	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
c	0,156	0,150	0,145	0,140	0,132	0,131	0,127	0,123	0,120	0,116

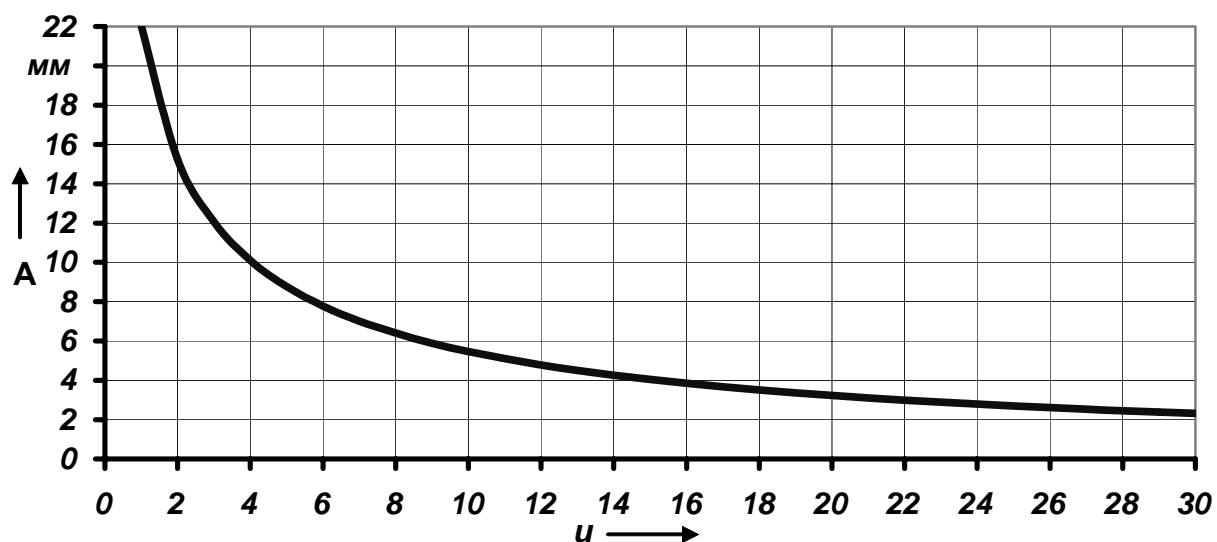


Рисунок 3.14 - Зависимость амплитуды ЭШП от передаточного отношения

Определение глубины пазов на валу с пазами. Проанализируем выражение (3.22). При угле $\beta=0^0$ значение реакции N_2 минимально. Это означает снижение значений реакций N_1 и N_3 и повышение нагрузочной способности зацепления, так как мощность, подводимая к ведомому валу 2, не рассеивается, а полностью передается на окружное усилие, компенсирующее момент полезной нагрузки. Значение $\beta=0^0$ осуществимо при условии:

$$b \geq r_{ш}, \quad (3.97)$$

где b - глубина фрезерования паза;
 $r_{ш}$ - радиус шарика (рисунок 3.15).

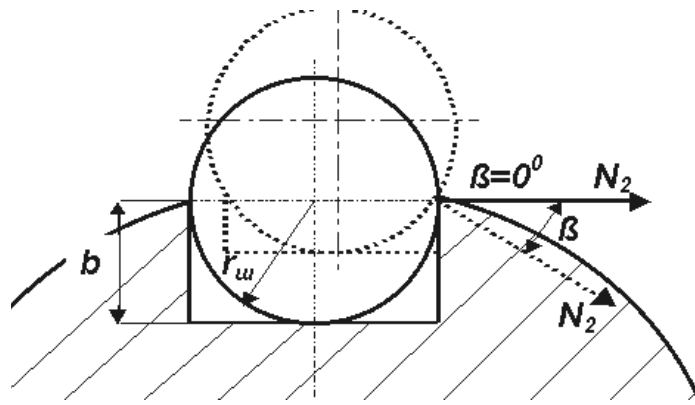


Рисунок 3.15 - К определению глубины паза на валу с пазами

Оптимальным следует считать значение $b = r_{ш}$, так как с верхней частью тела качения контактируют поверхности внутреннего и наружного кулачков. Дальнейшее увеличение глубины паза b (большее, чем $r_{ш}$) приводит к необходимости уменьшения толщины стенок наружного и внутреннего кулачков. С одной стороны, это оказывает положительный эффект, так как отношение R_2/R_1 приближается к 1 (см. формулу (3.23)). Но с другой стороны, это приводит к чрезмерному утонению стенок кулачков, что снижает их прочность. В общем случае угол β можно определить по формуле

$$\beta = \arcsin\left(\frac{r_{ш} - b}{r_{ш}}\right), \quad (3.98)$$

причем при $b > r_{ш}$ следует принимать $\beta=0^0$.

С учетом вышеизложенного выражение (3.38) можно привести к виду

$$N_2 = \frac{M_2}{R - R_2^{TP}}, \quad (3.99)$$

где R_2^{TP} - условный радиус трения вала 2, т.е. величина, учитывающая потери на трение в подшипниковых опорах.

При отсутствии подшипников качения:

$$R_2^{TP} = \frac{2}{3} f (2R - fR_2^{np}), \quad (3.100)$$

Разработка подшипниковых конструкций ЭШП. Одним из эффективных методов снижения механических потерь в механизме является применение подшипников качения. Так как в зацеплении присутствуют значительные осевые нагрузки, целесообразно применение шариковых радиально-упорных подшипников. Момент трения в подшипнике определяем по известной формуле

$$M_{TP} = \frac{Pfd}{2}, \quad (3.101)$$

где P - результирующая нагрузка от осевых F_a и радиальных усилий F_r ;

d - диаметр посадочного отверстия в подшипнике;

f - приведенный коэффициент трения. Для радиально-упорных шарикоподшипников $f = 0,003$.

Применительно для ЭШП, при установке подшипника на входном валу (первая кинематическая схема), момент трения в нем будет равен:

$$M_{TP1} = 1,5d \sqrt{S_{1z}^2 + \sqrt{S_{1x}^2 + S_{1y}^2}}, \quad (3.102)$$

Значения сил S_{1x} , S_{1y} , S_{1z} подставляются в выражение (3.102) в ньютонах, а значение диаметра d - в метрах.

Сравнивая M_{TP1} в выражении (3.102) с M_{TP1} бесподшипниковой передачи в выражениях (3.52) и (3.61) с помощью средств ЭВМ, приходим к выводу, что при установке подшипников момент трения в опорах уменьшается в несколько раз. Конструкции односекционного ЭШП (правильное зацепление) с радиально-упорными подшипниками предложена на рисунке 3.16.

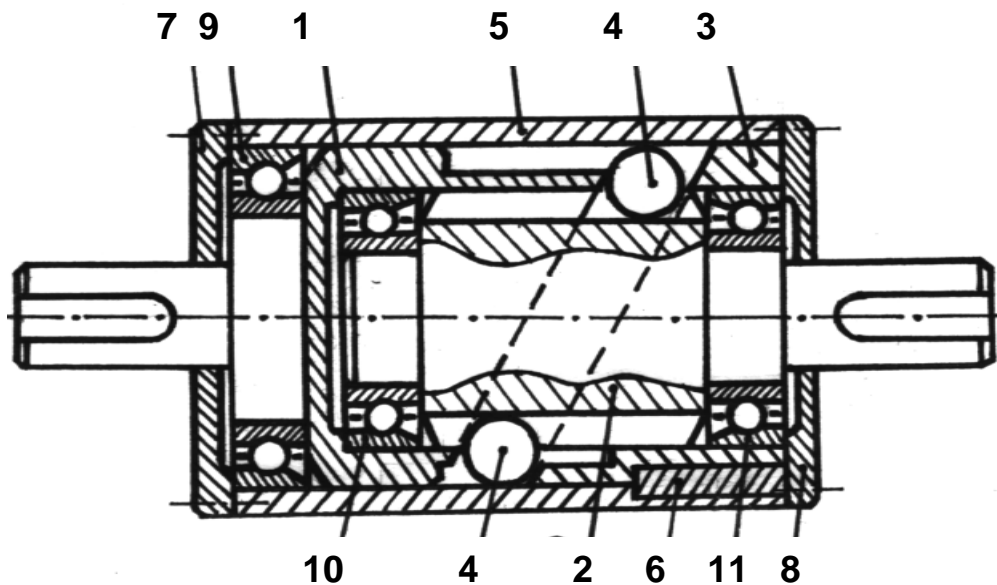


Рисунок 3.16 - Схема односекционного ЭШП с подшипниками качения

Рассмотрим основные детали ЭШП на этом рисунке: 1 - ведущий вал с внутренним кулачком, 2 - вал с пазами, 3 - наружный кулачок, 4 - тела качения. В корпусе 5 наружный кулачок закреплен с помощью шпонки 6. Детали ЭШП зафиксированы от осевого смещения крышками 7 и 8 с помощью винтов. Подшипник 9 воспринимает радиальные и осевые нагрузки ведущего вала 1, а подшипники 10 и 11 являются опорами для ведомого вала 2.

3.6 Исследование ЭШД

Механизм автомобильного дифференциала впервые был применен в 1897 г. на паровом автомобиле.

В общетехнической литературе [6, 48, 51] дифференциальными механизмами (дифференциалами) называются *зубчатые* механизмы с двумя и более степенями свободы. В специальной литературе, например в [44], это понятие трактуется шире: «дифференциал - механизм трансмиссии автомобиля, распределяющий подводимый к нему крутящий момент между выходными валами и обеспечивающий их вращение с разными угловыми скоростями». Известно, что наряду с шестеренчатыми и червячными дифференциалами существуют кулачковые (ГАЗ-66, БТР-60ПБ, БТР-70 и др.).

В [21] в качестве передачи для создания автотракторного, принудительно блокируемого дифференциала предлагается синусошариковая передача. Приведена принципиальная схема дифференциала и пояснен принцип его работы. Вопрос рассмотрен реферативно как демонстрация одной из возможностей практической реализации СШР.

К конструкции дифференциала предъявляют следующие основные требования [44, С.194]:

- осуществление пропорционального распределения крутящих моментов между колесами или осями. Для повышения проходимости автомобиля распределение моментов по отдельным колесам и мостам должно осуществляться пропорционально их вертикальным реакциям;

- обеспечение различной частоты вращения ведущих колес, что необходимо при повороте, движении автомобиля по неровной поверхности дороги и в других случаях;

- малые габаритные размеры и масса. Строгое соблюдение габаритных размеров имеет особое значение, так как дифференциалы устанавливаются обычно внутри главной передачи или раздаточной коробки.

ЭШП в полной мере удовлетворяет поставленным требованиям [52, 53]. Дополнительным преимуществом ЭШП по сравнению с кулачковыми и синусошариковыми дифференциалами является возможность исполнения звена, суммирующего движения, как наружного. У СШР и кулачковых дифференциалов это звено (обойма, водило) является промежуточным и его связь с корпусом и зубчатым колесом главной передачи представляет определенные трудности. На базе ЭШП возможно создание межколесного симметричного эллипсного шарикового дифференциала повышенного трения, в том числе и с принудительной блокировкой. Применим для ЭШП формулу Виллиса, с учетом того, что для обращенной схемы механизма передаточное отношение равно минус 1:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_3 - \omega_2} = -1. \quad (3.103)$$

Преобразуя выражение (3.103), получим:

$$\omega_1 + \omega_3 = 2\omega_2. \quad (3.104)$$

Очевидно, что звено 2 должно передавать вращение от главной передачи и быть связанным с корпусом дифференциала. При этом выбираем вторую конструктивную схему ЭШП (см. таблицу 1.2) с валом с пазами, являющимся наружным звеном (рисунок 3.17). Вал с пазами становится корпусной деталью механизма и шпоночные пазы необходимо исполнять на внутренней цилиндрической поверхности.

Баланс внешних моментов, действующий на трехзвенный дифференциальный механизм (рисунок 3.17), выражается уравнением:

$$M_1 + M_3 = M_2, \quad (3.105)$$

где M_1 , M_3 , M_2 – крутящие моменты на осях 1, 3 и корпусе дифференциала 2 соответственно.

Рассмотрим дифференциальный механизм, работающий в режиме редуктора. Пусть вал 1 является ведущим. Передаточное отношение при заторможенном корпусе 2 равно 1. Вал 3 – выходной.

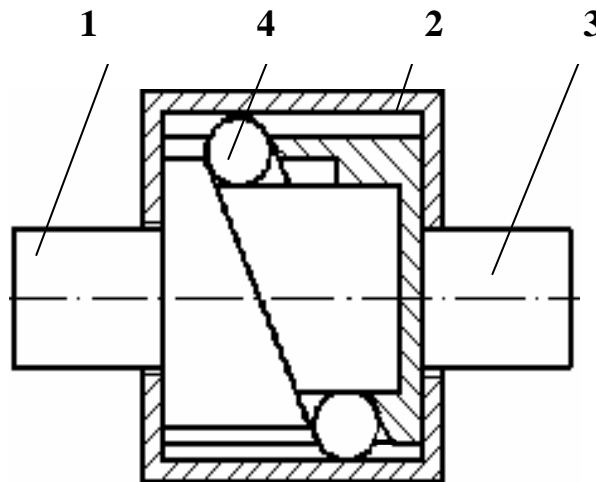


Рисунок 3.17 - Схема ЭШД

При этом КПД редуктора равен отношению выходной и входной мощностей:

$$\eta_0 = \frac{M_3 \omega_3}{M_1 \omega_1} = \frac{M_3}{M_1} = \eta_{13}^{(2)}. \quad (3.106)$$

Это выражение справедливо и при вращающемся корпусе дифференциала 2 [54]. В блокирующемся дифференциале как и в рассматриваемом редукторе внешний момент и относительная угловая скорость на отстающей оси совпадают по направлению, а на забегающей – противоположны. В рассматриваемом случае ось 1 – отстающая, ось 3 – забегающая. Согласно выражению (3.106):

$$M_3 = M_1 \eta_0. \quad (3.107)$$

Разность моментов M_1 и M_3 обозначим как момент трения:

$$M_{TP} = M_1 - M_3. \quad (3.108)$$

Крутящие моменты на осях:

$$M_1 = 0,5(M_2 + M_{TP}); \quad (3.109)$$

$$M_3 = 0,5(M_2 - M_{TP}). \quad (3.110)$$

В обычном дифференциале M_{TP} приблизительно равен нулю, т.е. потери на трение пренебрежимо малы и момент, ответвляемый от корпуса дифференциала, делится между полуосями поровну. В блокирующемся дифференциале момент может перераспределяться иначе. Степень перераспределения моментов между осями характеризуется коэффициентом блокировки, который в различной литературе по расчету трансмиссий автомобиля имеет две трактовки:

$$K_{\delta 1} = \frac{M_1}{M_3} = \frac{1}{\eta_{13}^{(2)}}; \quad (3.111)$$

$$K_{\delta 2} = \frac{M_{TP}}{M_2} = \frac{M_1 - M_3}{M_1 + M_3} = \frac{1 - \eta_{13}^{(2)}}{1 + \eta_{13}^{(2)}}. \quad (3.112)$$

Следовательно, связь между коэффициентами выражается следующей формулой:

$$K_{\delta 1} = \frac{1 + K_{\delta 2}}{1 - K_{\delta 2}}. \quad (3.113)$$

КПД передачи связан с коэффициентом блокировки дифференциала зависимостью

$$\eta_n = 1 - \frac{B}{2R} K_{\delta 2} = 1 - \frac{B}{2R} \left(\frac{1 - \eta_{13}^{(2)}}{1 + \eta_{13}^{(2)}} \right), \quad (3.114)$$

где B – колея ведущих колес автомобиля;

R – радиус поворота центра ведущей оси автомобиля.

Анализ выражения (3.114) свидетельствует о том, что относительно низкий КПД ЭШП не является препятствием, а, наоборот, способствует применению этих передач для создания межколесных дифференциалов повышенного трения. Это обуславливается следующими причинами:

- КПД передачи, согласно выражению (3.114), является величиной переменной и зависит от радиуса поворота автомобиля;

- из-за большого трения в дифференциале снижаются время и относительная скорость перемещения поверхностей трения, что уменьшает их износ.

Рассмотрим, как изменяется коэффициент блокировки в одной секции дифференциала при заторможенном корпусе, т.е. при работе дифференциала в режиме редуктора. При получении приведенной графической зависимости на рисунке 3.18 использовалась разработанная математическая модель зацепления и средства ЭВМ для обработки данных. Коэффициент блокировки определялся согласно выражению:

$$K_b = \frac{u \sin(\alpha_1 + \psi) \cos(\alpha_3 - 2\psi)}{\sin(\alpha_3 - \psi) \cos(\alpha_1 + 2\psi)}. \quad (3.115)$$

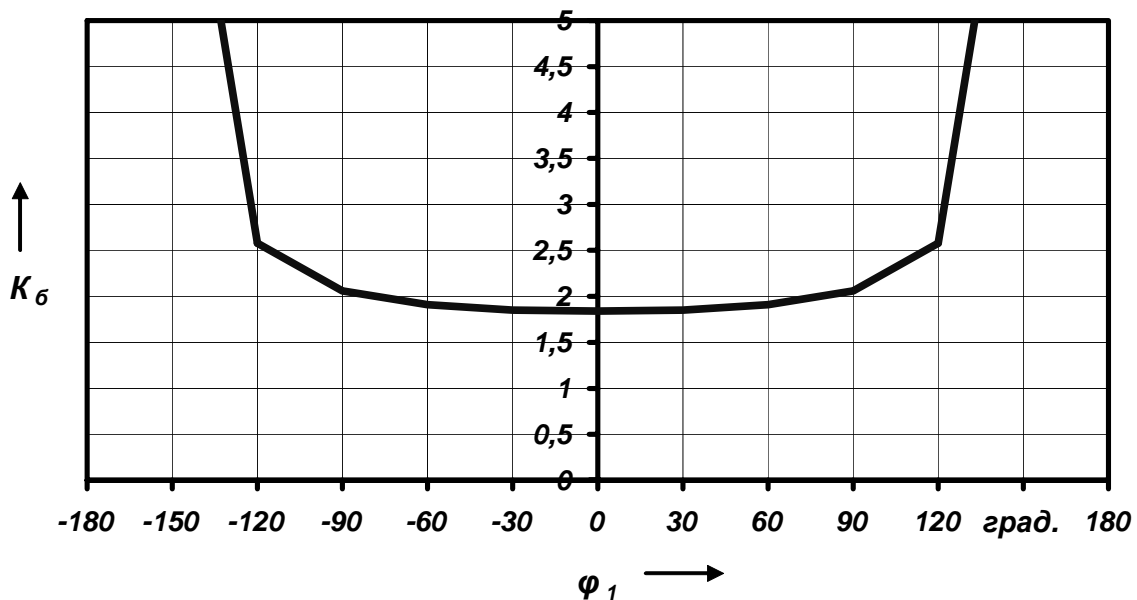


Рисунок 3.18 - Изменение коэффициента блокировки от угла поворота ведущего вала

Рассматривалась секция с параметрами: $R = 20$ мм, $A_1 = A_3 = 10$ мм, $f = 0,05$. Также было принято допущение о постоянстве коэффициента трения скольжения во всех трущихся парах, трением качения из-за его малости пренебрегаем.

Из рисунка 3.18 видно, что при попадании тел качения на большие полуоси эллипсов, т.е. при наложении двух рабочих поверхностей кулачков, возможно заклинивание передачи, т.к. происходит возрастание коэффициента блокировки из-за процесса самоторможения в передаче. Поэтому ЭШП следует изготавливать в многосекционном исполнении. Для значений геометрических параметров ЭШП, но с двумя и более секциями, и коэффициента трения, приведенных выше, усредненное значение коэффициента блокировки за цикл зацепления будет равно двум.

4 Разработка методик расчета механизмов на базе ЭШП

4.1 Вопросы технологии изготовления деталей ЭШП

Детали ЭШП высокотехнологичны, себестоимость их изготовления низкая, что является одним из основных преимуществ этих передач [55].

Некоторые сложности могут возникнуть при изготовлении многопериодных кулачков. Операции изготовления волнообразного (периодического) профиля кулачков (рисунок 4.1) носят специфический характер и не распространены широко в практике общего машиностроения.

Рассмотрим некоторые методы, которые могут применяться для изготовления кулачковых профилей (рисунок 4.2): обкатки, согласования движений, копирования, копирный и координатный с помощью станков с ЧПУ.

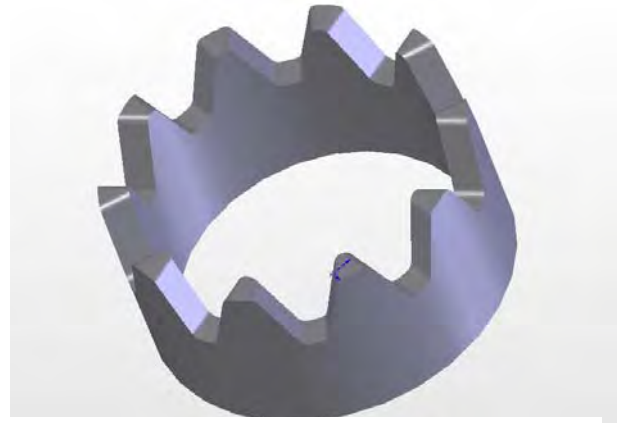


Рисунок 4.1 - Кулачок с периодическим профилем на торце

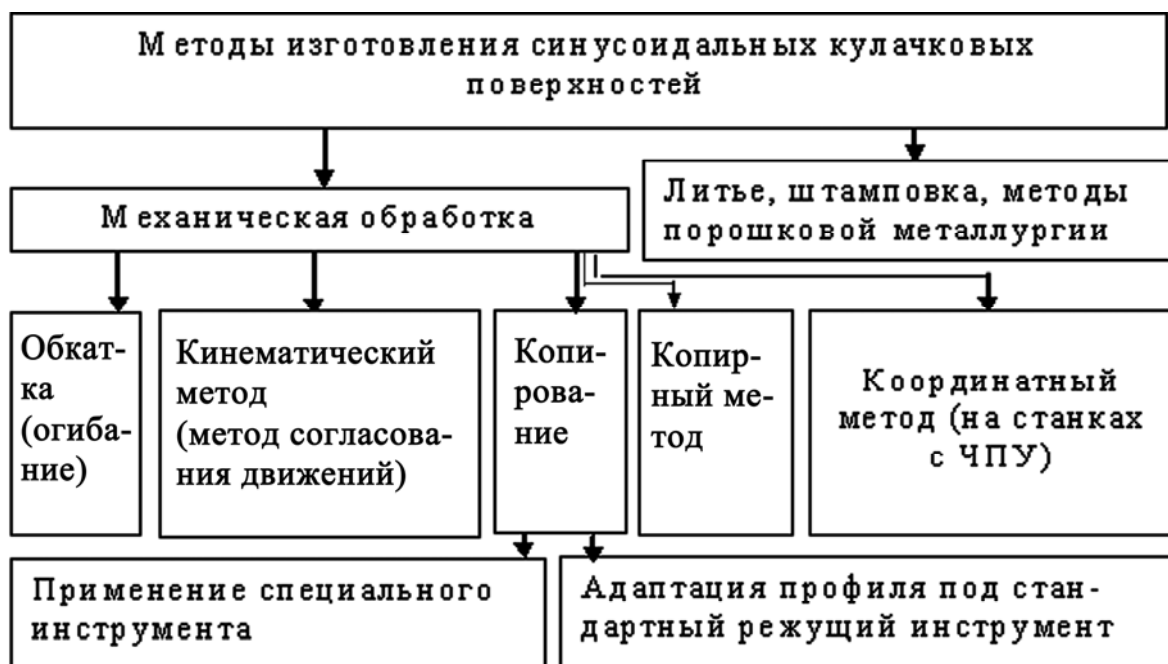


Рисунок 4.2 - Способы изготовления многопериодных профильных поверхностей

Отдельно нужно рассматривать такие способы изготовления деталей с волнообразным профилем, как литье, штамповка, методы порошковой металлургии. Они оправданы в случаях массового и крупносерийного производства, о чем говорить пока преждевременно.

Чаще всего изготавливаемый профиль является синусоидальным. Профиль, близкий к эвольвентному, целесообразнее изготавливать методом обкатки (огибания) специально спрофилированными червячной фрезой, долбяком или зубчатой рейкой. Технологический процесс изготовления на торце цилиндрической втулки профильной волнообразной поверхности аналогичен обработке зубьев на специальных станках для обработки конических зубчатых колес. Этот способ наиболее производителен, дает высокую точность изготовления, однако предполагает использование специального оборудования, требует значительных материальных затрат для его организации и целесообразен в условиях серийного производства ЭШП.

Кинематический метод основан на согласовании вращательного движения заготовки $n_{\text{заг}}$ и возвратно-поступательного движения инструмента s_p . На рисунке 4.3 показана схема обработки на токарном станке, эта же операция осуществима и на вертикально-фрезерном станке. Возможно применение станков с ЧПУ, но профиль также можно изготавливать и на универсальных токарных (фрезерных) станках с использованием специальных приспособлений, сообщающих заготовке возвратно-поступательные движения, согласованные с приводом шпинделя с помощью единой кинематической цепи. Для сегодняшнего уровня развития планетарных шариковых передач этот способ видится наиболее рациональным, так как наследовав преимущества метода огибания (точность), он гораздо дешевле.

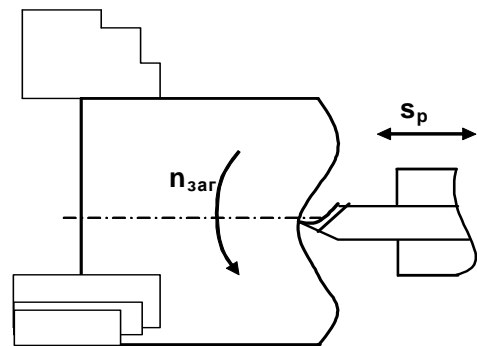


Рисунок 4.3 - Схема кинематического метода обработки

Метод копирования, применяемый для изготовления кулачков, аналогичен такому же способу изготовления зубчатых передач. Фрезерование производится дисковой или пальцевой фрезой с дискретными поворотами с определенным угловым шагом после исполнения очередной впадины с использованием делительной головки. Этот способ менее производителен и точен, однако не требует применения специального оборудования. Сложность заключается лишь в применении специально спрофилированного режущего инструмента, однако и она устранима, если изготавливать так называемый адаптированный профиль (речь о нем пойдет ниже).

При копирном методе обработки необходимые относительные движения инструмента и цилиндрической заготовки моделируются копиром, эталоном (образцовой деталью). Обработка производится на копировально-фрезерных станках с применением специальных приспособлений [56]. Схема этой операции изображена на рисунке 4.4. На оправке устанавливаются изготавливаемый кулачок 1 и копир 2 и соответственно им на суппорте закрепляются фреза 3 и копирный палец 4. Вращение кулачку и копиру сообщается механически с постоянной угловой скоростью или вручную, посредством червячной передачи.

Односторонний контакт копирного пальца с копиром осуществляется силовым замыканием (сила T) с помощью грузов.

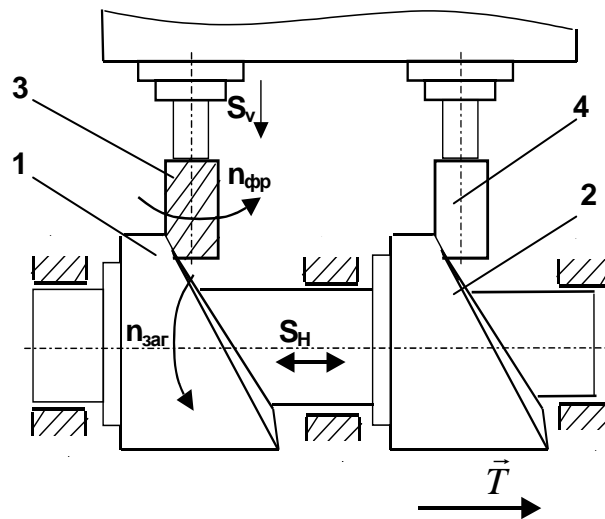


Рисунок 4.4 - Схема копирного метода обработки

С совершенствованием станочного парка и появлением высокоточных многофункциональных станков с числовым программным управлением также актуальным становится координатный способ обработки кулачковых профилей. При этом заготовка остается неподвижной, а профиль или беговую дорожку обрабатывает шпиндельная головка станка с ЧПУ, воспроизводящая движение фрезы по координатам, заданным в программе.

Необходимо также отметить, что при копирном методе и методе числового программного управления профиль кулачка (канавки) образуется по отдельным точкам, что полностью исключается при кинематическом методе, позволяющем воспроизводить кривую, совпадающую с заданной во всех точках [57].

Адаптация профиля ЭШП. В идеальной математической модели ЭШП предполагается, что перемещение материальных точек (тел качения) осуществляется по замкнутым траекториям (цилиндрическим синусоидам). Как уже отмечалось, изготовление синусоидального профиля требует применения специальных приспособлений, инструмента, сложной наладки оборудования. Это целесообразно в условиях средне- и крупносерийного производства. В настоящее время, с учетом сегодняшнего уровня развития шариковых передач, целесообразной видится задача адаптации профиля беговой дорожки, которая позволила бы изготавливать передачу на универсальном оборудовании в условиях единичного и мелкосерийного производства и значительно снизить затраты на ее производство.

Адаптация профиля наружного кулачка. Рассмотрим цилиндрическую многопериодную синусоиду, расположенную на цилиндре с радиусом образующей окружности R (рисунок 4.5).

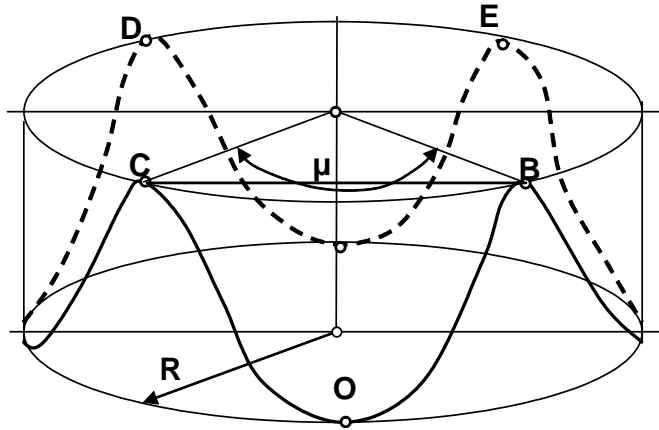


Рисунок 4.5 - Цилиндрическая синусоида

Длина хорды СВ между двумя соседними вершинами равна:

$$CB = 2R \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) = 2R \sin\left(\frac{\pi}{Z}\right), \quad (4.1)$$

где Z – число периодов синусоиды;

μ – центральный угол между двумя соседними вершинами, равный $2\pi/Z$.

Обратимся к плоскости, касательной к поверхности цилиндра и проходящей через точку O . Свяжем с этой точкой начало координат xOy (рисунок 4.6). Соединив точки C и B прямыми с точкой O , получим треугольную проекцию первоначального профиля, заменяющего синусоидальный.

Для того, чтобы сделать его более технологичным и обеспечить касание нижней точки тела качения с радиусом $r_{ш}$ с нижними точками профиля необходимо повернуть прямые BO и CO вокруг их средних точек M_2 и M'_2 соответственно на некоторый угол θ так, чтобы образовавшиеся прямые являлись касательными к окружности с радиусом $r_{ш}$ (рисунок 4.6).

Для определения геометрии режущего инструмента необходимо определить длину площадки $M_1M'_1$. Исходными данными для расчета являются: R , A (амплитуда кривой), $r_{ш}$.

Определим сначала координаты точки касания M_0 прямой $B'M_1$ и окружности. Перенесем начало координат в точку O_1 . Координаты точки M_0 в новой системе x^1O_1y (обозначим их x_0^1 и y_0^1) определяются путем решения системы двух уравнений:

$$(x_0^1)^2 + (y_0^1)^2 = r_{ш}^2; \quad (4.2)$$

$$x_0^1 X + y_0^1 Y = r_{ш}^2. \quad (4.3)$$

Уравнение (4.2) определяет положение точки M_0 на окружности, а уравнение (4.3) определяет ее положение на касательной к этой окружности, проходящей также через точку M_2 , координаты которой X и Y известны. Также известно, что:

$$X = X' = \frac{R}{Z} \sin\left(\frac{\pi}{Z}\right); \quad Y = A; \quad Y' = A - r_{uu}; \quad x_0^1 = x_0; \quad y_0^1 = y_0 - r_{uu}, \quad (4.4)$$

где X' и Y' – координаты точки M_2 в системе координат x^1O_1y .

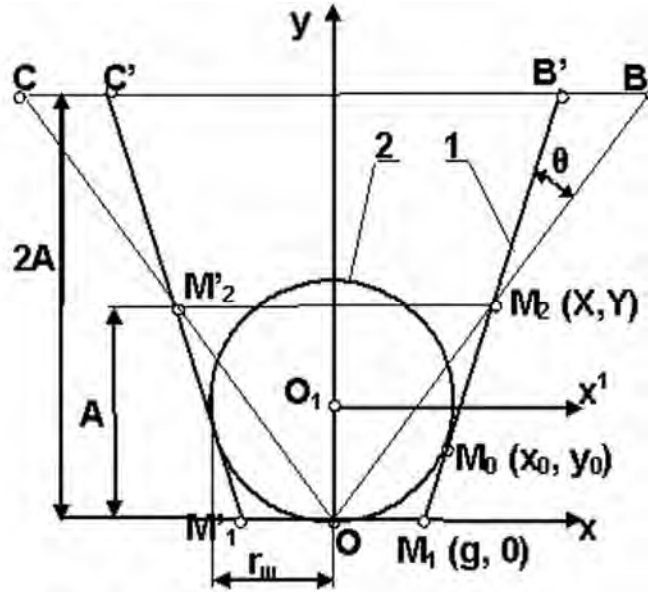


Рисунок 4.6 - К расчету адаптированного профиля

Решение уравнений (4.2) и (4.3) с учетом выражений (4.4), после простейших преобразований, приводит к следующим результатам:

$$x_0 = \frac{r_{uu} \left(X r_{uu} \pm \sqrt{X^2 r_{uu}^2 - (r_{uu}^2 - Y^2)(X^2 + Y^2)} \right)}{(X^2 + Y^2)}; \quad (4.5)$$

$$y_0 = \frac{r_{uu} \left(Y r_{uu} \pm \sqrt{Y^2 r_{uu}^2 - (r_{uu}^2 - X^2)(X^2 + Y^2)} \right)}{(X^2 + Y^2)} + r_{uu}. \quad (4.6)$$

В выражениях (4.5) и (4.6) знак «±» свидетельствует о наличии двух точек касания прямой и окружности. В условиях настоящей задачи слагаемые в скобках в выражении (4.5) необходимо суммировать, а в выражении (4.6) – вычесть (точка расположена в первой координатной четверти). Расстояние $M_1M'_1$ определяется из уравнения прямой, проходящей через две точки M_1 и M_2 в системе xOy при условии $y=0$, $x=g$:

$$M_1 M_1' = 2g = 2 \left(x_0 - \frac{y_0 (X - x_0)}{Y - y_0} \right). \quad (4.7)$$

Ширина паза по верхней границе профиля определится согласно выражению:

$$C' B' = 2R \sin \left(\frac{\pi}{Z} \right) - 2g. \quad (4.8)$$

Изготовление профиля многопериодного кулачка достигается фрезерованием трубчатой заготовки пальцевой фрезой с профилем $M_1' M_1 C' B'$ либо цилиндрической фрезой с диаметром, равным $2g$, с последующим фрезерованием профиля под углом. При этом за один рабочий ход фрезы формируется одновременно две впадины, расположенные симметрично на цилиндрической заготовке.

Адаптация профиля однопериодных кулачков. Два однопериодных кулачка, жестко закрепленные на ведущем валу, обращены рабочими поверхностями друг к другу и смещены в осевом направлении один относительно другого на расстояние, равное диаметру шарика ($P''L=2r_{ш}$), образуя, таким образом, беговую дорожку эллипсовидной формы (развертка эллипса на плоскость представляет собой однопериодную синусоиду). Рассмотрим один из кулачков (рисунок 4.7).

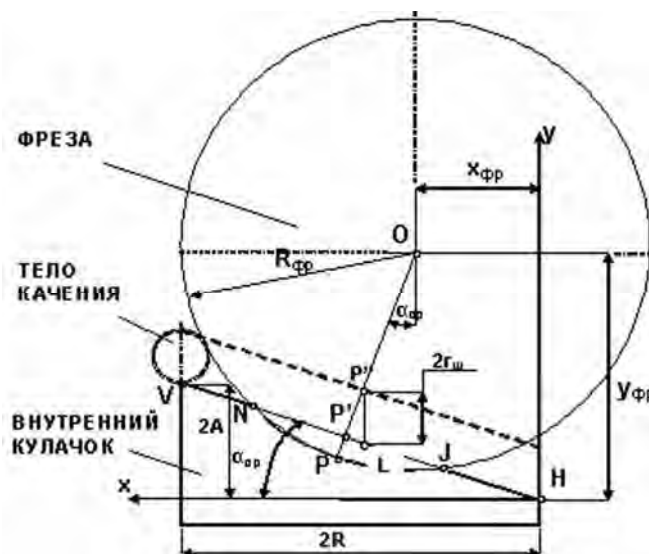


Рисунок 4.7 - Адаптация профиля однопериодного кулачка

Расстояние между рабочими поверхностями, измеренное по нормали к ним, оказывается достаточным для прохождения тела качения только в вершинах, точках V и H . Максимальное значение сужения профиля наблюдается в точках с максимальным углом подъема α (в точке P' – средней точке отрезка VH). В этом месте ширина канавки равна:

$$P'P'' = 2r_{\text{ш}} \cos \alpha_{\text{ср}} = 2r_{\text{ш}} \frac{R}{\sqrt{R^2 + A^2}}, \quad (4.9)$$

где $\alpha_{\text{ср}}$ – средний угол подъема, определяемый углом профиля фрезы или ее наклона.

Устранить явление сужения профиля беговой дорожки можно удалением цилиндрической фрезой части металла с торца кулачка. При этом величина максимального врезания фрезы определится следующим образом:

$$PP' = r_{\text{ш}} (1 - \cos \alpha_{\text{ср}}). \quad (4.10)$$

Выбрав точку Н за базовую, определим координаты центра фрезы $x_{\text{фр}}$, $y_{\text{фр}}$ и ее радиус $R_{\text{фр}}$ в конечный момент фрезерования при условии $VN = JH = 0,1VN$. Используя промежуточные вычисления:

$$NJ = 1,6\sqrt{A^2 + R^2}; \quad (R_{\text{фр}} - PP')^2 + \left(\frac{NJ}{2}\right)^2 = R_{\text{фр}}^2. \quad (4.11)$$

Окончательно получим:

$$R_{\text{фр}} = 0,5r_{\text{ш}} (1 - \cos \alpha_{\text{ср}}) + \frac{0,32(A^2 + R^2)}{r_{\text{ш}} (1 - \cos \alpha_{\text{ср}})}; \quad (4.12)$$

$$x_{\text{фр}} = R - (R_{\text{фр}} - r_{\text{ш}} (1 - \cos \alpha_{\text{ср}})) \sin \alpha_{\text{ср}}; \quad (4.13)$$

$$y_{\text{фр}} = A + (R_{\text{фр}} - r_{\text{ш}} (1 - \cos \alpha_{\text{ср}})) \cos \alpha_{\text{ср}}. \quad (4.14)$$

Следует отметить, что при расчетах в формулы (4.9)-(4.14) следует подставлять радиус окружности, характеризующий заглабление тела качения во внутренние кулачки, а он не всегда равен радиусу шарика. Описанные выше операции фрезерования не представляют трудностей и могут выполняться на универсальном оборудовании стандартным режущим инструментом. Расчеты показывают, что в некоторых случаях диаметр фрезы оказывается чрезмерно большим. В этом случае следует производить операцию фрезерования фрезой меньшего диаметра с ее перемещением вдоль наклонной поверхности кулачка.

4.2 Материалы и термообработка деталей ЭШП

Выбор материалов необходимо проводить с учетом накопленной информации о работе передач со схожими условиями нагружения. В карданном шарнире автомобиля при передаче момента в обоймах и шариках возникают значительные контактные напряжения. Обоймы при этом выполняются из стали 15НМ с последующей цементацией, шарики из стали ШХ15 [44, С.175].

Кулачковые шайбы кулачковых автомобильных дифференциалов изготавливают из сталей 15НВ, 15ХВА, ползуны – из стали ШХ15. Детали кулачко-

вых дифференциалов подвергают фосфатированию на глубину 0,005...0,010 мм для предотвращения задиров и улучшения антифрикционных свойств. Кулачковые муфты изготавливают из хромоникелевых сталей 20ХН2М, 15ХГН2ТА, других и безникелевых 20ХГРА, 18ХГТА, сталей хорошей прокаливаемости с высокими механическими свойствами [43, С. 238].

Результаты экспериментальных исследований износа взаимодействующих поверхностей наружных втулок синусошариковых передач свидетельствуют о том, что для уменьшения интенсивности изнашивания их необходимо изготавливать из стали 20ХН4МА (или 20ХН3А) с поверхностным упрочнением до 58...62 НРС на глубину 2...2,5 мм [20]. Часто для изготовления деталей СШП применялась недорогая сталь 40Х с последующей закалкой и отпуском.

Шарики для ЭШП в целях экономии средств и обеспечения технологичности изготовления всех деталей передачи целесообразно приобретать в виде свободных деталей (сталь ШХ15), поставляемых отечественными подшипниковыми заводами.

4.3 Расчет деталей ЭШП на прочность

Известны как общие методики расчета СШП [20-23, 58, 59], так и алгоритмы расчета на прочность отдельных деталей этих передач [60]. При статическом нагружении локального контакта детали ЭШП (как и СШП) выходят из строя по двум основным причинам: чрезмерная остаточная деформация в месте контакта и появление трещин на поверхности вдоль контура контакта [36].

Рассмотрим контакт тела качения с рабочими поверхностями кулачков и вала с пазами, как контакт шара с плоскостью. Максимальные напряжения в зоне контакта можно оценить по следующей формуле [61, С.532]:

$$\sigma_{H \max} = 0,9183 \sqrt{\frac{N}{4r_{ш}^2(\theta_1 + \theta_2)}}, \quad (4.15)$$

где N - сжимающая сила;

$r_{ш}$ - радиус шарика;

θ_1 и θ_2 - коэффициенты.

Очевидно, что в выражение (4.15) вместо N должно подставляться максимальное значение из значений реакций N_1 , N_2 и N_3 . Коэффициенты θ_1 и θ_2 определяются по формуле:

$$\theta_i = \frac{1 - \nu_i^2}{E_{np}}, \quad (4.16)$$

где E_{np} и ν_i - приведенный модуль упругости и коэффициент Пуассона материала.

В свою очередь:

$$E_{np} = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}, \quad (4.17)$$

где E_1 и E_2 - модули упругости контактирующих материалов.

Для сталей: $\nu_1=\nu_2=0,3$, $E_{np}=2,1 \cdot 10^5$ МПа. Таким образом, формула (4.15) преобразуется:

$$\sigma_{H \max} = 0,5953 \sqrt{\frac{NE_{np}^2}{d_{ш}^2}}. \quad (4.18)$$

Для инженерных расчетов можно записать:

$$\sigma_{H \max} = 21103 \sqrt{\frac{N}{d_{ш}^2}}. \quad (4.19)$$

В выражение (4.19) значение сжимающей силы подставляют в ньютонах, значение диаметра шарика - в миллиметрах. Рассчитываемые по формуле (4.19) максимальные напряжения определяются в мегапаскалях.

Тогда минимально допустимый диаметр шарика по условию контактной прочности из условия (4.19) определится согласно выражению:

$$d_{ш} = 96400 \sqrt{\frac{N}{[\sigma_H]^3}}, \quad (4.20)$$

где $[\sigma_H]$ - допускаемые контактные напряжения, МПа.

Для сходных по принципу действия шариковинтовых передач, во избежание преждевременного износа шариков и канавок, рекомендуется следующая зависимость между нормальной силой и диаметром шарика [44, С. 175]:

$$N = 2660d^2, \quad (4.21)$$

где d – диаметр шарика, мм;

N – нормальная сила, Н.

Допускаемые напряжения для шаровинтовой передачи принимаются $[\sigma_H] = 23HRC$ согласно источнику [44, С. 337]. Для кулачкового дифференциала допускаемые напряжения смятия для кулачковых профилей обойм принимаются $[\sigma_{см}] = 2500$ МПа согласно [44]. Допускаемые контактные напряжения для синусошариковых передач следует принимать такими же, как и для зубчатых передач [26]: для колес, закаленных объемной закалкой с низким отпуском зубьев $[\sigma_H] = 2,8\sigma_T$, для цементованных и подверженных контурной закалке зубьев нагревом ТВЧ - $[\sigma_H] = 40 HRC$, для азотированных зубьев - $[\sigma_H] = 3,0 HV$ [55].

Окончательно принимаем диаметр шарика по данным [62].

Расчет прочности многопериодного кулачка по напряжениям изгиба. При многопериодном исполнении наружного кулачка необходимо проверить его выступы, образующие волнообразный профиль, на прочность при изгибе. При этом один (любой) выступ рассмотрим как консольную балку (рису-

нок 4.8) по аналогии с зубом зубчатого колеса. Кривизной выступов в плоскости, перпендикулярной оси передачи, пренебрегаем.

За расчетное принимаем сечение у основания выступа. Максимальная изгибающая сила, действующая на выступ со стороны тела качения, будет возникать при прохождении шариком средней линии зацепления, при этом угол подъема α_3 будет максимальным – $\alpha_{3\max}$. Расчетные напряжения изгиба σ_F определяем на растянутой стороне выступа (см. рисунок 4.8, профиль ВС) по следующей формуле:

$$\sigma_F = \sigma_{P_x} - \sigma_{P_z} = \frac{P_{3x} \cdot h}{W} - \frac{P_{3z}}{H}, \quad (4.22)$$

где σ_{P_x} –растягивающие напряжения изгиба на стороне ВС выступа;

σ_{P_z} - напряжения сжатия;

P_{3x} - окружная сила, действующая на выступ наружного кулачка со стороны тела качения;

P_{3z} - осевая сила;

W - момент сопротивления сечения эллипса при изгибе;

H - площадь сечения;

h -расстояние от опасного сечения до точки приложения силы P_3 .

$$W = \frac{b_{w3}s^2}{6}, \quad (4.23)$$

где b_{w3} - толщина выступа наружного кулачка;

s - ширина выступа у основания (см. рисунок 4.8).

Величины b_{w3} и s находят по формулам:

$$b_{w3} = \frac{D_{32} - D_{31}}{2}; \quad s = \frac{2\pi R}{t} - d_{ш}. \quad (4.24)$$

Площадь сечения эллипса:

$$H = b_{w3}s. \quad (4.25)$$

С учетом проведенного анализа плоской фрикционной модели зацепления составляющие силы P_3 определяются по формулам:

$$P_{3x} = \frac{M_3}{R_3}; \quad P_{3z} = \frac{M_3}{R_3(\alpha_3 - \phi)}. \quad (4.26)$$

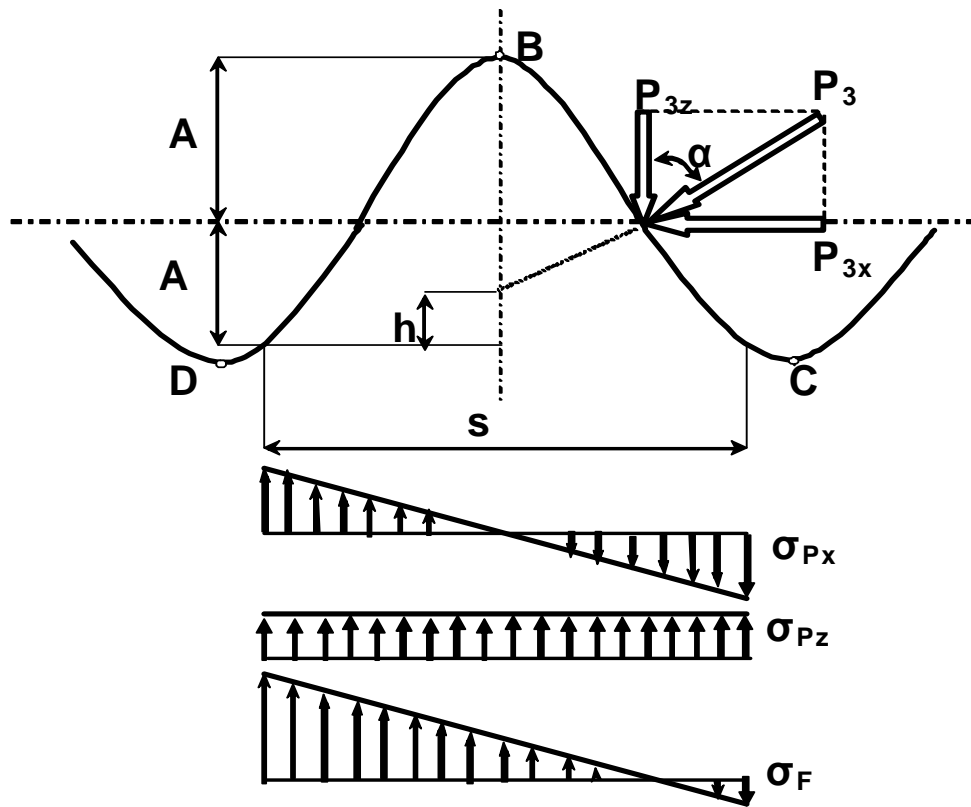


Рисунок 4.8 - К расчету выступов многопериодного кулачка на изгибную прочность

После подстановок формул (4.23) - (4.26) в выражение (4.22) и преобразований получим:

$$\sigma_F = \frac{M_3}{b_{w3}R_3s} \left(\frac{6h}{s} - \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha_3 - \phi)} \right). \quad (4.27)$$

Тогда выражение (4.27) запишется:

$$\sigma_F = \frac{M_3}{b_{w3}R_3s} \left(\frac{6A}{s} - \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha_{3\max} - \phi)} \right). \quad (4.28)$$

Допускаемые напряжения изгиба определяются по следующей формуле [63, С. 173] по аналогии с зубчатым зацеплением:

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{F0}}{S_F} K_{Fc} K_{FL}, \quad (4.29)$$

где $\sigma_{F0} = 550$ МПа для деталей, подвергшихся объемной закалке и закалке ТВЧ;

S_F - коэффициент безопасности, $S_F = 1,55 \dots 1,75$;

K_{Fc} - коэффициент, учитывающий влияние двухстороннего приложения нагрузки; $K_{Fc}=1$ при одностороннем приложении нагрузки; $K_{Fc}=0,7 \dots 0,8$ для реверсивных передач;

K_{FL} - коэффициент долговечности;

$K_{FL}=1 \dots 1,6$ для нешлифованных поверхностей.

4.4 Методика расчета ЭШП

Рассмотрим общий алгоритм инженерного расчета основных параметров ЭШП для создания редуцирующего узла [50]. При этом в качестве объекта для встраивания передачи рассмотрим механизм для развинчивания резьб. Исходными данными для расчета являются: необходимый максимальный крутящий момент на выходном валу редуктора M_{max} , наружный диаметр наружных втулок (максимальный диаметр редуктора D_{max}), общее передаточное отношение $u_{общ}$, материал деталей ЭШП и вид их термообработки.

1 Назначение кинематической и конструктивной схем. Необходимо выбирать ту кинематическую схему, которая обеспечивала бы максимальное передаточное отношение и левое вращение ведомого вала при правом вращении ведущего. Такая кинематическая схема № 2: ведущее звено – внутренний кулачок, ведомое – наружный кулачок, вал с пазами заторможен и связан с корпусом. При этом наиболее рациональной представляется конструкция с заторможенным валом, являющимся охватывающим звеном, у которого пазы выполнены на внутренней цилиндрической поверхности по образцу шлицев.

2 Выбираем смазочную композицию для конкретных условий работы и определяем приближенно приведенный коэффициент трения f , а также угол трения $\phi = \arctg(f)$. Практика показывает, что в связи со сложным процессом движения шарика по беговым дорожкам кулачков, включающим процессы скольжения, качения и верчения, приведенный коэффициент трения следует принимать из диапазона $0,01 \dots 0,05$.

3 Число периодов внутреннего кулачка принимаем $Z_1=1$. Тогда число периодов наружного кулачка $Z_3 = u$. Число шариков в одной секции (число пазов на внутренней поверхности корпуса):

$$t = Z_1 + Z_3 = 1 + u. \quad (4.30)$$

4 Уже на предварительной стадии расчета передачи необходимо определить ориентировочные значения некоторых основных параметров ЭШП, которые в дальнейшем могут уточняться и проверяться. Исходя из многолетнего опыта проектирования ЭШП рекомендуются следующие эмпирические выражения для предварительного нахождения радиуса расположения центров шариков и диаметра шариков:

$$R = (0,37...0,38)D_{\max}; \quad (4.31)$$

$$d_{uu} = 0,28D_{\max} \left(1 + e^{-0,2D_{\max}}\right). \quad (4.32)$$

Полученные результаты округляют до ближайших целых значений.

5 Определяем амплитуду зацепления:

$$A = \frac{\pi R \left(-2(Z_1 + Z_3) + \sqrt{4(Z_1 + Z_3)^2 + 16Z_1Z_3tg^2 70^0} \right)}{8Z_1Z_3tg 70^0}. \quad (4.33)$$

6 Определяем средние значения углов подъема кривых внутреннего и наружного кулачков:

$$\alpha_{1cp} = \arctg \left(\frac{2A}{\pi R} \right); \quad (4.34)$$

$$\alpha_{3cp} = \arctg \left(\frac{2Z_3A}{\pi R} \right). \quad (4.35)$$

7 Определяем теоретический КПД передачи:

$$\eta = \frac{\sin(\alpha_{3cp} - \phi) \cos(\alpha_{1cp} + 2\phi)}{u \sin(\alpha_{1cp} + \phi) \cos(\alpha_{3cp} - 2\phi)}. \quad (4.36)$$

8 Определяем крутящие моменты, действующие на звенья редуктора:

$$M_1 = \frac{M_{\max}}{u\eta}; \quad (4.37)$$

$$M_2 = M_{\max} + M_1. \quad (4.38)$$

9 Определяем нормальные силы, действующие на звенья редуктора:

$$N_2 = \frac{M_2}{tR}; \quad (4.39)$$

$$N_1 = \frac{M_1}{tR_1 \sin(\alpha_{1cp} - \phi)}; \quad (4.40)$$

$$N_3 = \frac{M_{\max}}{tR_3 \sin(\alpha_{3cp} + \phi)}. \quad (4.41)$$

Определение остальных геометрических размеров передачи.

Принимаем составную конструкцию внутреннего кулачка, состоящего из двух кулачков. Условимся об использовании следующей индексации: первый индекс обозначает деталь (1-внутренний кулачок, 2-вал с пазами, 3-наружный кулачок), второй индекс обозначает поверхность детали (1-внутренняя, 2-наружная).

Длина одного внутреннего кулачка:

$$l'_{\kappa 1} = 2A + (0,3 - 0,5)d_{\text{ш}}. \quad (4.42)$$

Наружный диаметр внутреннего кулачка (внутренний диаметр наружного кулачка):

$$D_{12} = D_{31} = 2R - 0,5d_{\text{ш}}. \quad (4.43)$$

Внутренний диаметр внутреннего кулачка:

$$D_{11} = 2R - d_{\text{ш}}. \quad (4.44)$$

Длина составного внутреннего кулачка (длина секции ЭШП):

$$l_{\kappa 1} = 2l'_{\kappa 1} + 0,866d_{\text{ш}}. \quad (4.45)$$

Крепление кулачков на внутреннем валу может осуществляться с помощью шлицев, шпонок или винтами. Эти соединения рассчитывают по [61, 64-65] и аналогичной литературе по расчету деталей машин.

Наружный диаметр вала с пазами, внутренний диаметр вала с пазами (наружный диаметр наружного кулачка), ширина и глубина пазов на валу соответственно:

$$D_{22} = D_{\max}; \quad D_{21} = D_{32} = 2R; \quad s = d_{\text{ш}}; \quad b = R. \quad (4.46)$$

Проверочный расчет передачи. Прочность деталей передачи определяют по контактным напряжениям и напряжениям изгиба. Определяем допускаемые напряжения согласно рекомендациям подраздела 4.3 данной работы и по формуле (4.29). Далее проверяем диаметр шарика по формуле (4.20) и расчетные напряжения изгиба по формуле (4.28), внося при необходимости корректировки.

В данной работе приведены лишь основные этапы расчета при проектировании передачи. На основе вышеприведенной методики создана программа в

интегрированной среде программирования Delphi на языке Object Pascal, позволяющая автоматизировать расчет ЭШП.

Особенности методики расчета поршневых насосов с ЭШП.

Редуцирующий узел рассчитывают по формулам (4.30) - (4.46) и определяют дополнительно некоторые параметры. Средняя расчетная (геометрическая) подача одноцилиндрового насоса за один ход (рабочий объем насоса):

$$q = h \cdot F = 2A_1 F, \quad (4.47)$$

где h - ход поршня, мм;

F - площадь поршня, мм².

Средняя расчетная подача в единицу времени (без учета объемных потерь):

$$Q_T = q \cdot n = 2A_1 \cdot F \cdot n, \quad (4.48)$$

где n - частота вращения ведущего вала, об/мин.

Мгновенная (текущая) подача:

$$Q = v \cdot F, \quad (4.49)$$

где v - скорость поршня, м/с.

Коэффициент неравномерности подачи:

$$a = \frac{Q_{\max}}{Q_{\text{ср}}} = \frac{Q_{\max}}{Q_T}, \quad (4.50)$$

где Q_{\max} – максимальная подача, м³/с.

Сборка ЭШП. Многопериодную передачу собирают методом «погружения». Два звена передачи из трех основных звеньев (внутренний кулачок, наружный кулачок, вал с пазами) фиксируют в рабочем положении. Какие именно два звена фиксируют зависит от кинематической схемы и конструктивного исполнения ЭШП. Третье звено перемещается постепенно вдоль оси передачи до тех пор, пока оно также не займет свое рабочее положение. В ходе этого процесса тела качения поочередно вводятся в образующиеся свободные гнезда. После сборки рекомендуется работа передачи в холостом режиме в течение нескольких часов. При этом в зацепление возможно добавление алмазной пасты для лучшей приработки деталей.

Из смазочных материалов рекомендуется композиция, состоящая из графита и масла ТАД-17и.

5 Практическая реализация результатов работы

5.1 Разработка и испытания устройства для ликвидации аварий при бурении скважин

Благодаря тому, что передаточное отношение планетарных шариковых передач цилиндрического типа напрямую не зависит от диаметральных размеров, основной сферой их применения была и остается горнодобывающая отрасль промышленности: механизмы буровой техники и ремонтного обслуживания скважин [66, 67]. Оправдано применение ЭШП для создания редукторо-вставок к турбинным бурам, электробурам, редуцирующих узлов устройств, для проведения ловильных работ и т.д. Рассмотрим конструкцию, принцип работы и результаты испытаний устройства для ликвидации аварий при бурении скважин, разработанного на базе синусоцилиндрической шариковой передачи как практический пример применения многорядной планетарной шариковой передачи [68, 69].

Прихват колонны труб является самым многочисленным и тяжелым видом аварий при бурении скважин на нефть и газ, особенно при глубоком бурении. Одной из наиболее трудоемких работ в процессе ликвидации аварий, связанных с прихватами, является последовательное развинчивание и извлечение на поверхность бурильных труб. В настоящее время эта операция выполняется с помощью специального инструмента с левой резьбой, которого на несколько буровых установок или на партию обычно имеется только один комплект. При возникновении аварий он перевозится с одного агрегата на другой за десятки километров. Наличие на агрегате двух колонн (правой и левой), особенно при большой глубине скважины, ухудшает условия труда и увеличивает нагрузку на вышку [70].

Вместо левого снаряда предлагается устройство для развинчивания бурильных труб (УРБТ), которое опускается в скважину с колонной обычных труб с правой резьбой. Основная часть устройства - шестирядный планетарный шариковый редуктор цилиндрического типа. Редуцирующий узел устройства приведен на рисунке 5.1, детали редуктора – на рисунке 5.2, само устройство в сборе – на рисунке 5.3.

Рассмотрим конструкцию и принцип работы УРБТ. На ведущем валу редуктора закрепляются с помощью шпонок внутренние втулки с синусоидальными беговыми дорожками, с корпусом, также шпонками соединяются наружные втулки, водило (сепаратор) представляет собой деталь трубчатой формы с прорезями и является промежуточным звеном. Устройство своим ведущим валом крепится к ловильной колонне и опускается в скважину до момента контакта ловильного инструмента (метчика либо колокола) с верхней частью оставленных в скважине труб. Ловильный инструмент крепится с помощью резьбового соединения на нижней части УРБТ. Устройство сообщается осевая нагрузка, при действии которой срабатывает заякоривающий механизм, и УРБТ фиксируется в скважине.

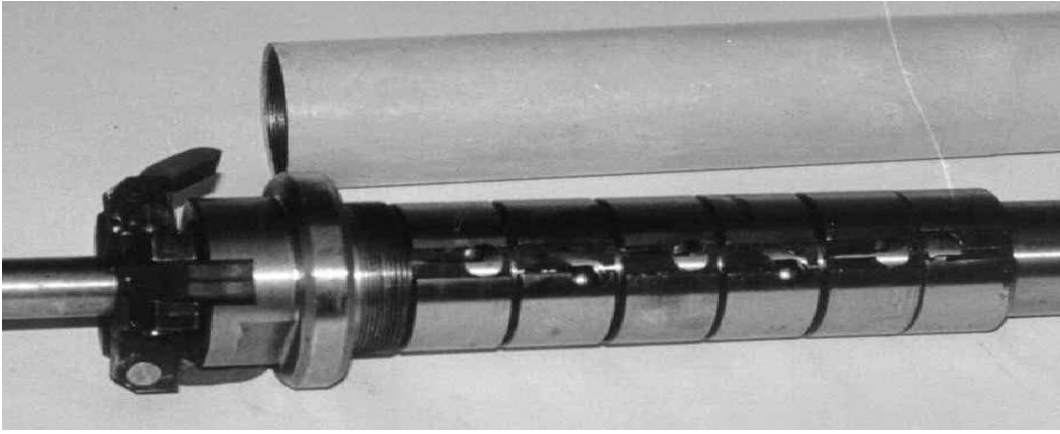


Рисунок 5.1 - Редуцирующий узел и корпус УРБТ

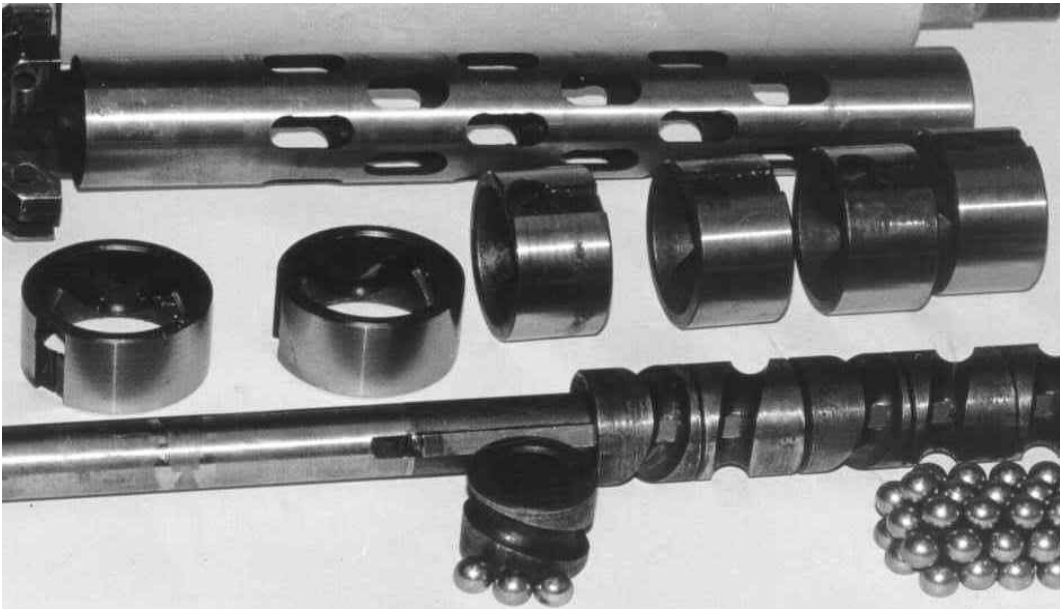


Рисунок 5.2 - Детали многосекционного редуцирующего узла

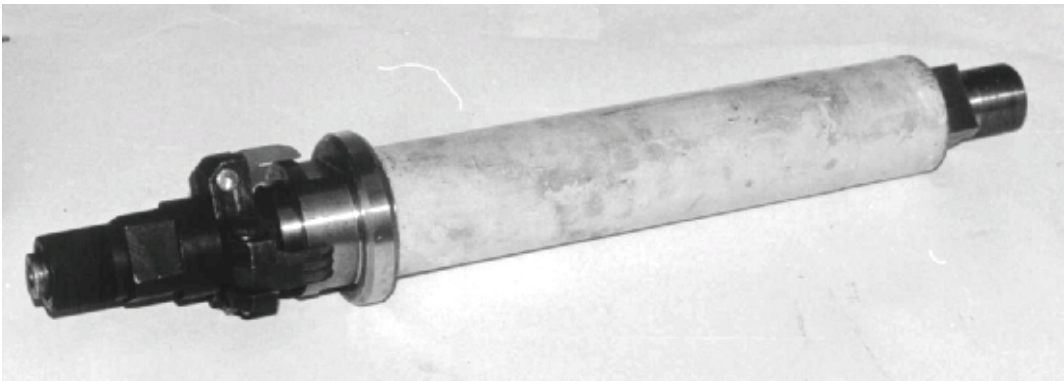


Рисунок 5.3 - УРБТ в сборе

Редуктор работает по обращенной схеме: с остановленным водилом. Ведущему (внутреннему) валу сообщается правое вращение, ведомый вал, которым является корпус с ловильным инструментом (максимальный диаметр корпуса – 88 мм), получает левое вращение с увеличением крутящего момента. Происходит срыв прихваченной резьбы, развинчивание и извлечение труб на поверхность. При необходимости операция повторяется.

Водило с помощью заякоривающего механизма фиксирует устройство внутри обсадной колонны и передает на ее стенки реактивный момент от развинчивания при приложении к устройству осевой нагрузки. УРБТ имеет сквозное отверстие для прохода промывочной жидкости.

Рассмотрим конструкцию стенда, спроектированного для проведения стендовых испытаний УРБТ на предельную нагрузку (рисунок 5.4). К стоякам 1 буровой установки крепится обсадная труба 2 диаметром 146 мм. К шпинделю 3 бурового станка 4 с помощью резьбового соединения закрепляется испытуемое устройство 5. Нижний конец устройства должен контактировать через упор 6 с опорой 7. Ведомый вал устройства через рычаг 8 соединен с динамометром 9, который прикреплен к стояку буровой установки. При нагружении устройства определенной осевой силой с помощью гидравлической системы бурового станка срабатывает заякоривающий механизм 10 устройства, который фиксирует устройство в обсадной колонне 2. Максимальное усилие фиксируется с помощью динамометра.

Стендовые испытания проводились при различных осевых нагрузках. В таблицу занесены максимальные значения крутящего момента, то есть те значения, при которых происходил срыв якорей со стенок обсадной колонны.

Результаты стендовых испытаний показали, что устройство способно передавать крутящий момент 1,98 кН·м при осевой нагрузке 20 кН. Согласно справочным данным [71] для труб диаметром 73 мм крутящий момент при развинчивании составляет 1,8 кН·м. Указанная величина момента необходима для страгивания, в последующем для полного развинчивания трубы, необходимые значения крутящих моментов на порядок меньше и не превышают 0,1 - 0,2 кН·м.

Испытания проводились с помощью аппаратуры КУРС 411 буровой установки УКБ-500с. Измерения фиксировались динамометром ДОН-5,0 ГОСТ 13837-79. Стендовые испытания, проходившие в Ивано-Франковском государственном университете нефти и газа подтвердили работоспособность устройства.

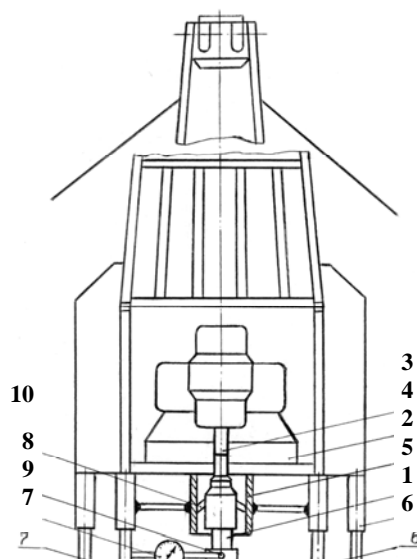


Рисунок 5.4 - Стенд для испытаний УРБТ

5.2 Конструкции редукторов и мотор-редукторов

Рассмотрим некоторые конструкции редукторов, спроектированных на основе ЭШП [72]. Сборочный чертеж редуктора, разработанного на базе многопериодной передачи, приведен на рисунке 5.5.

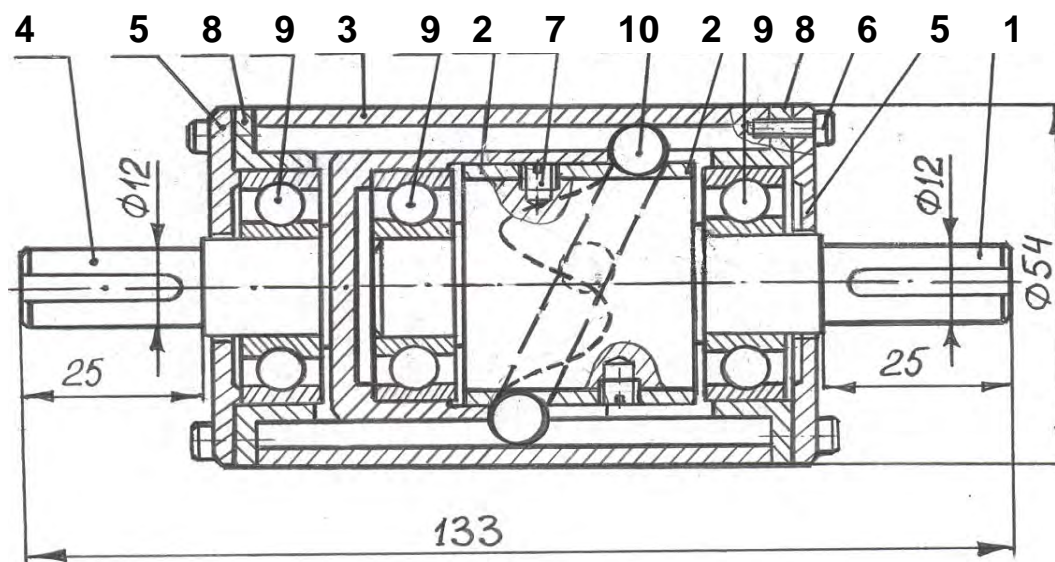


Рисунок 5.5 – Сборочный чертеж ЭШП

В конструкцию редуктора входят следующие детали: ведущий вал 1, кулачки ведущего вала 2, вал с пазами (корпус) 3, ведомый вал (наружный кулачок) 4, крышки 5, винты 6, стопорный винт 7, втулки под подшипники 8, подшипники качения 9, тела качения (шарики) 10.

Общий вид изготовленного редуктора приведен на рисунке 5.6. Передаточное отношение данного редуктора равно «-4» (при корпусе-ведущем валу $u=5$), максимальный диаметр (диаметр корпуса) – 54 мм.

Рассмотрим конструкцию мотор-редуктора (рисунок 5.7), с многопериодной двухступенчатой передачей. Вал асинхронного электродвигателя 1 с помощью шпонки соединяется с входным валом 2 двухступенчатого редуктора. Кулачки 3 и 4, закрепленные с помощью винтов на входном валу 2, образуют беговую дорожку эллипсовидной формы. Тела качения 5



Рисунок 5.6 - Общий вид редуктора

перемещаются по этой беговой дорожке, а также вдоль осевых пазов вала с пазами 6, являющегося также корпусом редуцирующего узла. Вал 7 с многопериодным кулачком на торце является выходным валом для первой ступени редук-

тора и одновременно входным валом для второй ступени. На валу 7 крепятся кулачки 8 и 9, образующие вторую эллипсовидную беговую дорожку. Вал с пазами 10 соединяется болтами с аналогичным валом 6 первой ступени образуя корпус редуцирующего узла. Вал 11 с многопериодным кулачком на торце является выходным валом мотор-редуктора. Конструкция мотор-редуктора предусматривает наличие четырех радиальных шарикоподшипников.

Некоторые характеристики мотор-редуктора приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Технические и массогабаритные характеристики мотор-редуктора

Тип асинхронного электродвигателя	4AA56B2У3
Частота вращения входного вала, об/мин	2760
Передаточное отношение	64
КПД	0,68
Масса (с электродвигателем), кг	8
Диаметр корпуса (без учета фланцев / с учетом фланцев), мм	70 / 90
Длина редуцирующей части (без электродвигателя), мм	177

5.3 Средства малой механизации, разработанные на базе ЭШП

Возможно применение малогабаритных ЭШП в качестве редуцирующих узлов для устройств, работающих по обслуживанию водопроводных, канализационных труб, для передачи полезных усилий в труднодоступные места (в качестве гайковертов и пр.) [73]. Одно из важных преимуществ ЭШП - простота изготовления - делает его доступным для изготовления на любом предприятии для создания редуцирующих узлов, быстрозаменяемых, работающих непродолжительное время, в том числе и для создания средств малой механизации, технологических приспособлений, срочной и временной замены редуцирующих узлов [74, 75]. Рассмотрим несколько примеров.

Подъемно-тяговые механизмы широко используются в различных отраслях народного хозяйства. В частности такие устройства, как ручные лебедки, применяются не только в производстве, но и для личных нужд населения при строительстве зданий, в гаражах и т. д. На сегодняшний день существует множество конструкций лебедок с определенными преимуществами и недостатками, разработанных на базе различных типов механических передач. Рассмотрим преимущества лебедки, созданной на базе ЭШП: малые массогабаритные показатели (диаметр лебедки 110 мм, ее масса около 8 кг); высокая технологичность изготовления деталей, отсутствие в конструкции дорогостоящих материалов и, следовательно, низкая себестоимость; самоторможение при обратном ходе, легкость сборки-разборки.

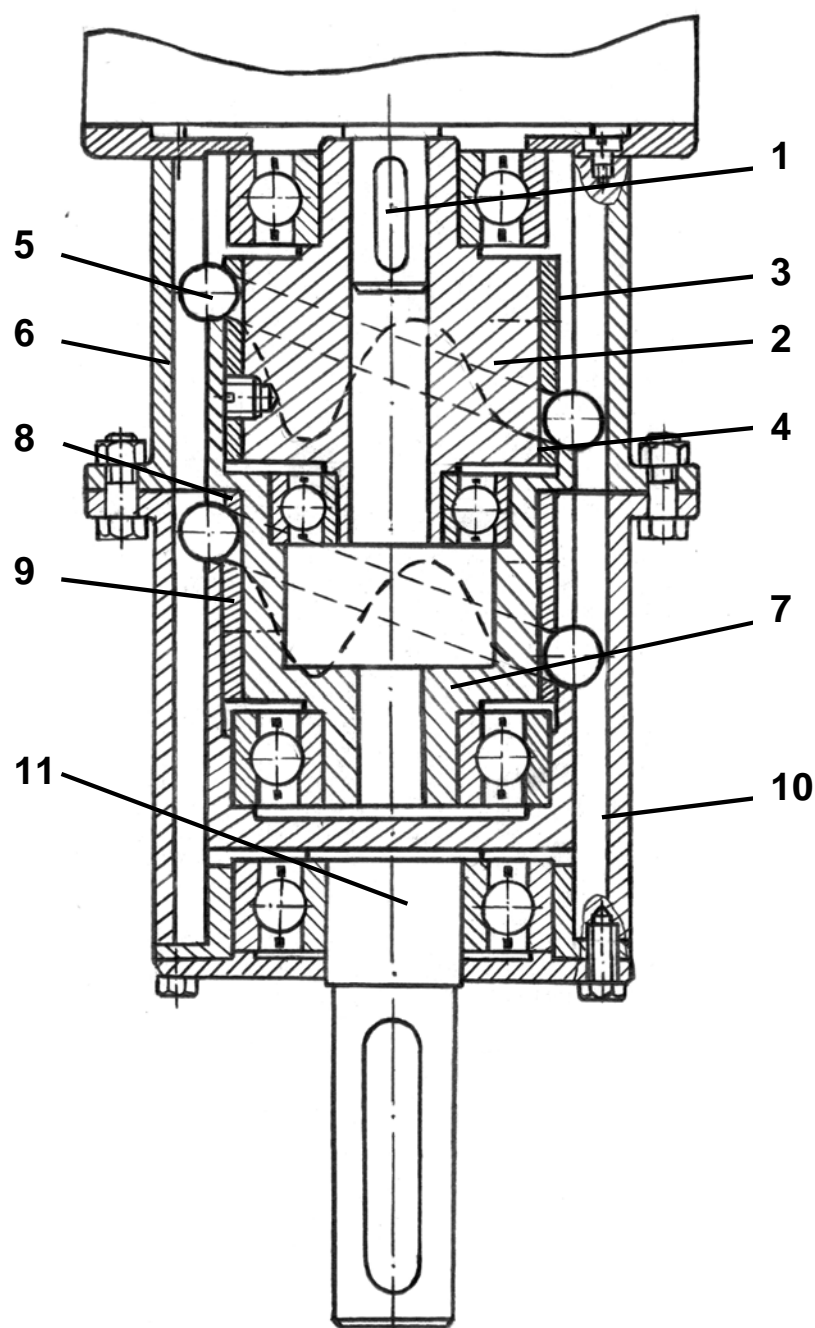


Рисунок 5.7 - Схема планетарного двухступенчатого шарикового мотор-редуктора

Конструкция редуцирующего узла лебедки приведена на рисунке 5.8. Ведущий вал представляет собой два кулачка, закрепленных на цилиндрическом основании, соединенном с рукояткой 6. При вращении рукоятки тела качения 4 перемещаются также по многопериодной торцевой поверхности неподвижного кулачка 3, связанного с неподвижным корпусом (на рисунке 5.8 корпус не указан). Вследствие наложенных связей тела качения вынуждают вал с пазами 2 вращаться с редукцией. При этом вращается барабан 5, связанный с валом 2 шлицевыми соединениями, и производится, таким образом, наматывание (разматывание) троса.

Расчетный вес поднимаемого груза P_{Γ} определится согласно формуле

$$P_{\Gamma} = \frac{P_p l_p u \eta}{r_{\delta} g}, \quad (5.1)$$

где P_p - усилие на рукоятке, Н;

l_p - длина рукоятки, мм;

u - передаточное отношение;

η - КПД редуцирующего узла;

r_{δ} - радиус барабана лебедки, мм;

$g=9,8$ - коэффициент перевода ньютонов в килограммы.

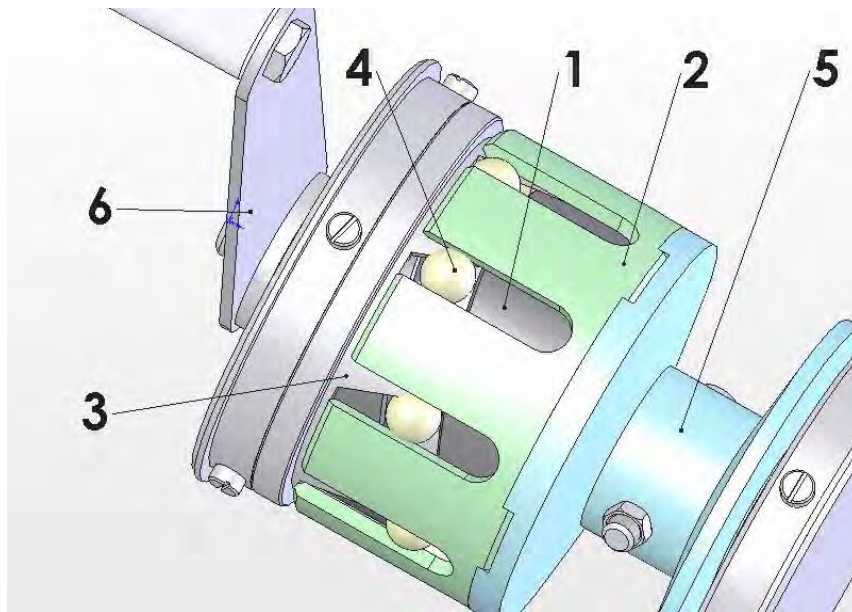


Рисунок 5.8 - Конструкция редуцирующего узла лебедки (без корпуса)

КПД зацепления определяется по формуле

$$\eta_{12}^{(3)} = \frac{\sin(\alpha_1 + \alpha_3) \cos \phi}{u \sin(\alpha_1 + \phi) \cos(\alpha_3 - 2\phi)}. \quad (5.2)$$

При условии $P_p = 80$ Н, $l_p = 200$ мм; $r_{\delta} = 20$ мм; $u = 9$ получим $P_p = 367$ кг.

Скорость подъема груза v_{Γ} зависит от скорости вращения входного вала $n_{вх}$. Для лебедки с электрическим приводом имеем зависимость:

$$v_{\Gamma} = \frac{n_{вх} r_{\delta}}{u}. \quad (5.3)$$

Для лебедки с ручным приводом целесообразнее оперировать величиной перемещения груза x_{Γ} за один оборот рукоятки лебедки:

$$x_{\Gamma} = \frac{2\pi}{u} r_{\delta}. \quad (5.4)$$

Для рассчитанной и изготовленной лебедки $x_{\Gamma} = 20$ см. При рассмотрении барабана, как выходного вала, передающего вращение на рукоятку лебедки, КПД определится:

$$\eta_{21}^{(3)} = \frac{\sin(\alpha_1 - \phi) \cos(\alpha_3 + 2\phi)}{u \cos \phi \sin(\alpha_1 + \alpha_3)}. \quad (5.5)$$

Проанализируем изменение КПД передачи при двух рассмотренных кинематических схемах передачи движения. Очевидно, что при увеличении коэффициента трения потери в зацеплении возрастают, а КПД уменьшается. Однако при третьей кинематической схеме (предполагается передача движения от барабана на рукоятку) это уменьшение происходит более интенсивно, чем при первой кинематической схеме (рисунок 5.9). Это свидетельствует о наличии самоторможения в механизме, что для грузоподъемных механизмов является преимуществом.

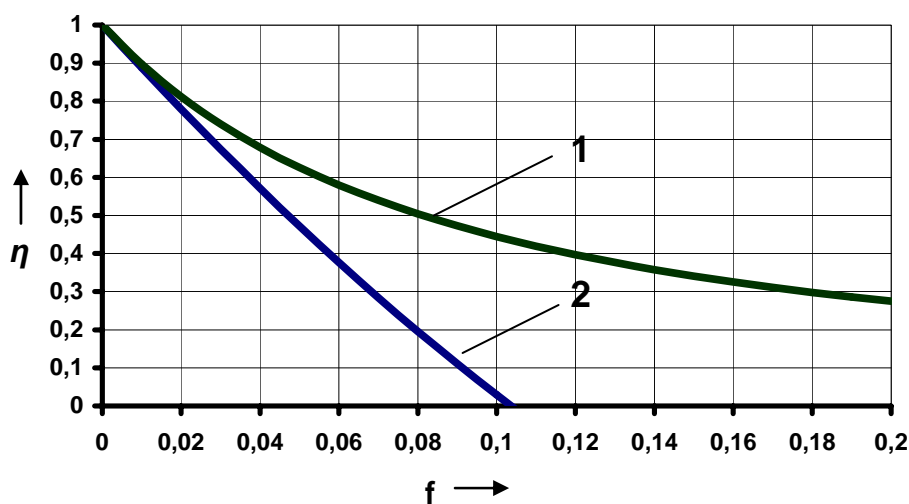


Рисунок 5.9 - Изменение КПД передачи от коэффициента трения для первой (1) и третьей (2) кинематических схем ЭШП

Ручная лебедка была изготовлена и испытана в Белорусско-Российском университете. Практическая апробация подтвердила расчеты и доказала перспективность этой конструкции. Общий вид изготовленной лебедки приведен на рисунке 5.10. В конструкции лебедки предусмотрена возможность ускоренной намотки-размотки троса: при отворачивании стопорного винта фиксация наружного кулачка в корпусе прекращается и барабан поворачивается на один оборот за один оборот рукоятки.



Рисунок 5.10 - Лебедка ручная. Общий вид

Отворачивание гаек, крепящих ведущие колеса на грузовых автомобилях ЗИЛ и ГАЗ; является зачастую довольно трудоемкой операцией. При длительной эксплуатации гайка прикипает к футорке (шпильке). Для срыва гайки к соединению необходимо приложить значительный крутящий момент, причем при отворачивании гайка может повернуться вместе с футоркой. Это серьезно осложняет демонтаж колеса и требует проведения нештатных мероприятий по разъединению гайки с футоркой, вплоть до срезания гайки автогеном [76]. Ключ, представляющий собой ручной усилитель момента, создан на основе однопериодной ЭШП с неправильным зацеплением [77, 78]. Ключ усиливает крутящий момент при откручивании гаек и футорок, крепящих задние (ведущие) колеса автомобилей, обеспечивая при этом гарантированное стопорение футорки при отворачивании гайки.

Таблица 5.2 – Технические параметры ключа

Параметр	Значение
1 Размер шестигранника под гайку, мм	38
2 Размер квадрата под футорку, мм	22
3 Кратность увеличения крутящего момента при отворачивании гайки	2
4 Кратность увеличения крутящего момента при отворачивании футорки	3
5 Габаритные размеры (макс. диаметр корпуса x длина), мм	60 x 320
6 Длина съемной рукоятки, мм	400
7 Масса, кг	4,2

Схема ключа изображена на рисунке 5.11. Ключ состоит из ведущего вала 1, на торце которого выполнен внутренний кулачок, вала с пазами 2, наружного кулачка 3, тел качения 4 и корпуса 5. Наружный кулачок 3 стопорится в корпусе посредством винтов 6. Конструкцией предусмотрена крышка корпуса 7 и съемная рукоятка 8, устанавливаемая в отверстие ведущего вала 1 со стопорным винтом 9.

Для развинчивания соединения ключ устанавливают так, чтобы шестигранное отверстие корпуса вошло в зацепление с гайкой, а квадратное отверстие вала с пазами - с футоркой. При вращении ведущего вала 1 рукояткой 8 корпус вращается в обратную сторону. Установив ключ на развинчиваемом соединении, необходимо повернуть рукоятку для обеспечения выхода тел качения со срезанных участков и попадания их на рабочие участки. Вал с пазами оказывается заторможенным и на нем создается реактивный крутящий момент, предотвращающий отворачивание футорки вместе с гайкой.

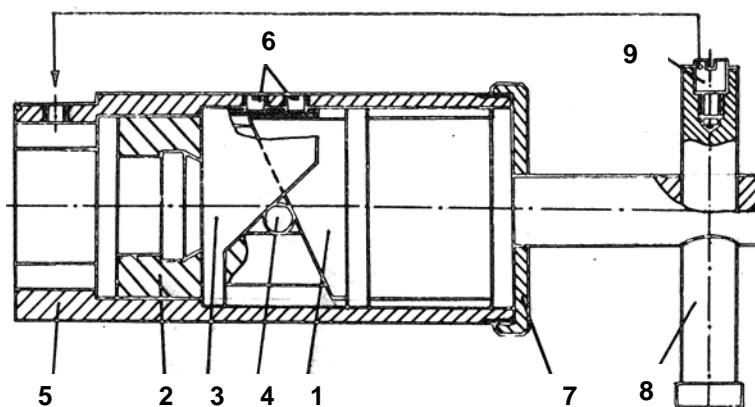


Рисунок 5.11 - Схема ключа для демонтажа ведущих колес грузовых автомобилей ЗИЛ и ГАЗ

Передаточное отношение (при рабочем ходе) редуцирующего узла при этой кинематической схеме определится следующим образом:

$$u = -\frac{\operatorname{tg} \alpha_3}{\operatorname{tg} \alpha_1}. \quad (5.6)$$

При холостом ходе редукция не производится ($u = 1$). После снятия гайки для отвинчивания футорки затормаживается корпус. Для этого стопорный винт 9 вывинчивается из рукоятки 8 и ввинчивается в отверстие в корпусе (см. стрелку на рисунке 5.11). Рукоятку следует вращать в сторону отворачивания футорки. При этом вал с пазами будет ведомым звеном, а корпус затормозится, так как стопорный винт упрется в ступицу колеса. Передаточное отношение механизма при этом будет определяться по формуле (2.64). Общий вид разработанного ключа приведен на рисунке 5.12.

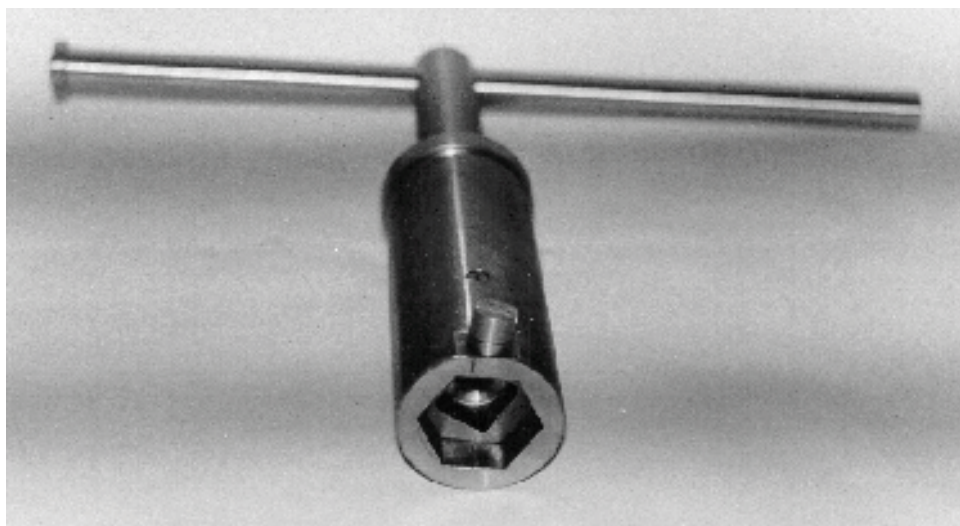


Рисунок 5.12 - Общий вид ключа

Другой пример. На рисунке 5.13 приведена схема ручного винтового пресса с эллипсоидным шариковым увеличителем момента.

Редуцирующий узел пресса состоит из ведущего вала с внутренним кулачком на торце 1, трубчатого вала с прорезями 2, неподвижного наружного кулачка 3 и двух шариков 4. На верхнем торце ведущего вала 1 исполнен квадрат, на котором фиксируется маховик 5. Редуцирующий узел расположен в корпусе-стакане 6 и ограничивается от осевого перемещения крышкой 7. Внутренний кулачок 3 фиксируется в корпусе-стакане с помощью шпонок 8.

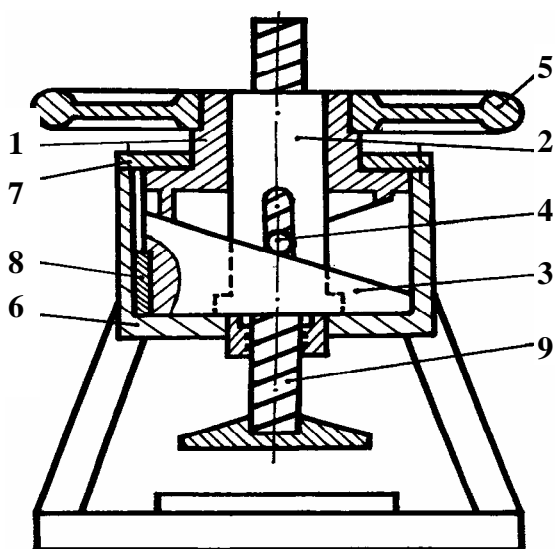


Рисунок 5.13 - Схема ручного винтового пресса

При вращении маховика 5 вал с пазами 2 вращается в том же направлении с редукцией. На его нижнем торце исполнена гайка, которая вынуждает ходовой винт 9 перемещаться вдоль оси пресса.

Подобные редуцирующие узлы возможно встраивать также в механизмы тисков, станочных приспособлений, домкратов и т.д.

Применение ЭШП для создания механизмов преобразования вращательного движения во возвратно-поступательное движение рассмотрим на примере создания объемного насоса [79].

Насос поршневой одностороннего действия НП-1, рабочий чертеж которого приведен на рисунке 5.14, состоит из трех сборочных единиц: приводного вала с поршнем и валом с пазами 1, клапана всасывающего 2 и клапана напорного 3.

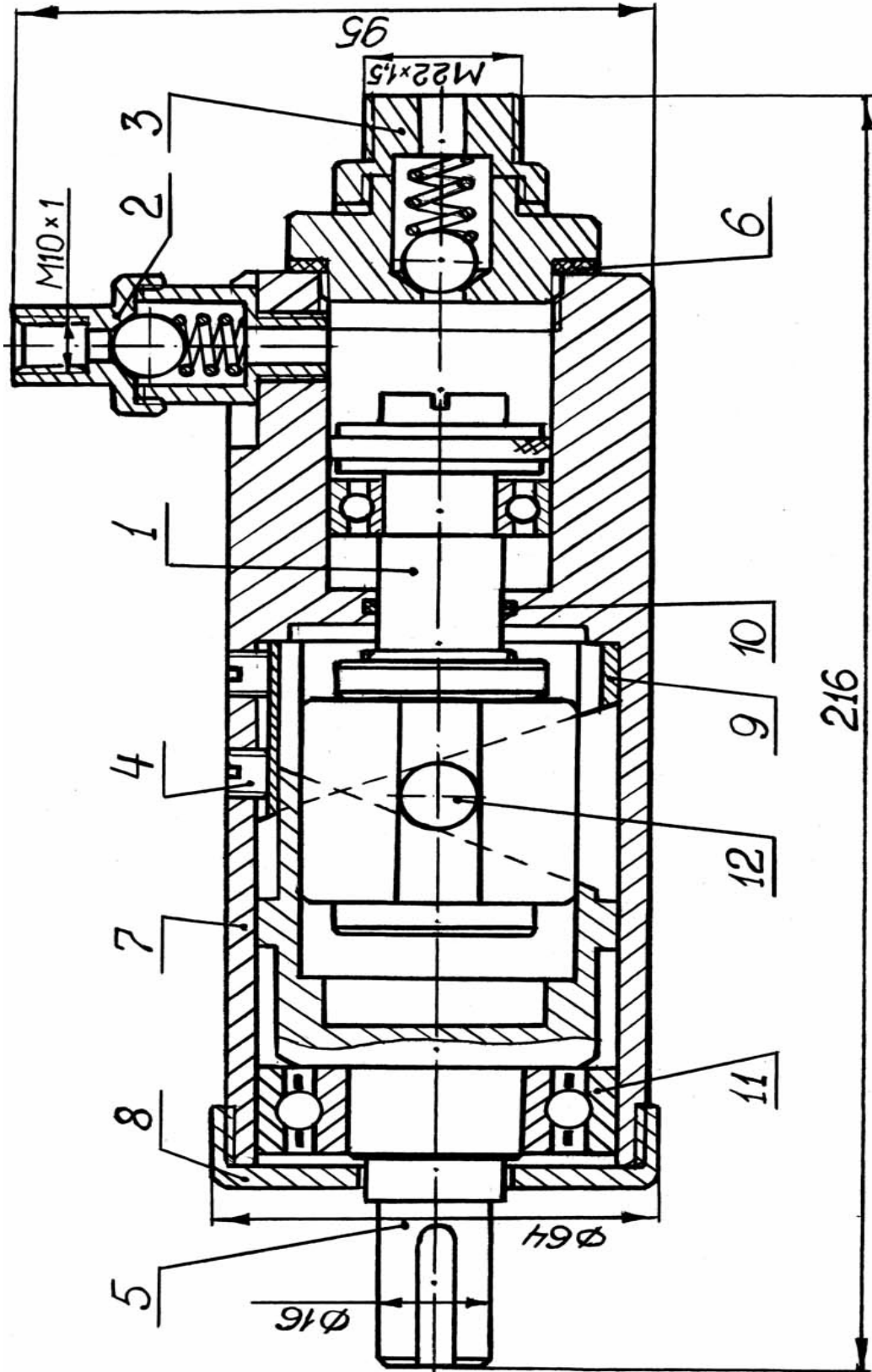


Рисунок 5.14 - Рабочий чертеж насоса поршневого НП-1

Конструкция насоса предусматривает наличие следующих деталей: винтов 4, ведущего вала 5, на торце которого исполнен внутренний кулачок, уплотнительного кольца 6, корпуса 7, крышки 8, наружного кулачка 9, уплотнительного кольца 10, а также стандартных изделий: шарикоподшипника 11 и тел качения 12. На рисунке 5.15 показан общий вид насоса, а на рисунке 5.16 – его редуцирующая часть с поршнем.

Насос работает следующим образом. При вращении ведущего вала 5 приводной вал 1 совершает возвратно-поступательное движение, благодаря чему в рабочую камеру осуществляется нагнетание жидкости через всасывающий клапан 2 и выталкивание ее в напорную магистраль через нагнетательный клапан 3. Наружный кулачок 9 крепится винтами 4 по шпоночному отверстию в корпусе 7.



Рисунок 5.15 - Общий вид поршневого насоса

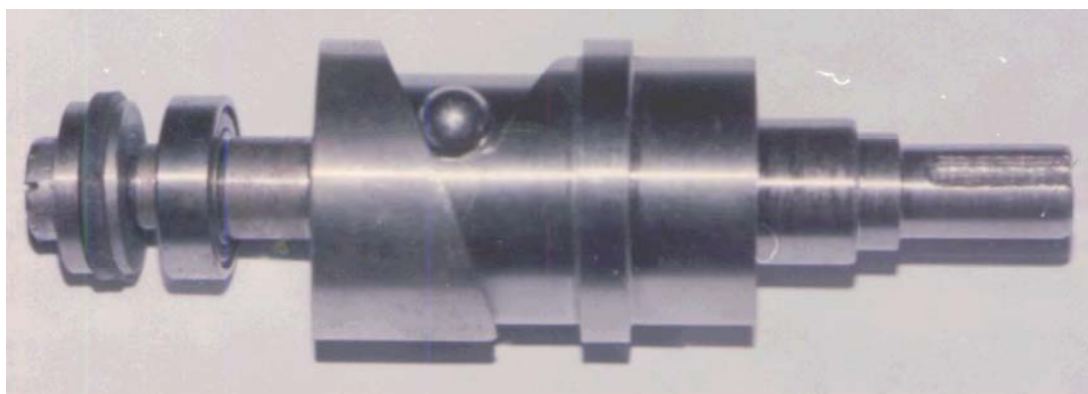


Рисунок 5.16 - Редуцирующий узел насоса с поршнем

5.4 Конструкции автотракторных ЭШД

Широкие кинематические возможности ЭШП позволяют создавать на ее основе поршневые насосы, дифференциалы автомобилей, коробки скоростей, механизмы свободного хода и другие механизмы [80, 81].

Автотракторный симметричный дифференциал, схема которого приведена на рисунке 5.17, состоит из двух обойм: левой 1 и правой 2, соединенных с осями левого и правого колеса соответственно с помощью шлицев. С левой обоймой 1 связан многопериодный внутренний кулачок 3 с помощью шпонки 4 и симметричный внутренний кулачок 5 посредством шпонки 6. На торце правой обоймы 2 исполнен наружный кулачок с тем же числом периодов, что и внутренний кулачок. Тела качения 7 перемещаются по двум симметрично исполненным пазам на внутренней цилиндрической поверхности сепаратора 8. Сепаратор 8 соединяется с втулкой 9 и зубчатым колесом главной передачи 10 болтовыми соединениями и устанавливается на раму с помощью подшипников 11 и 12.

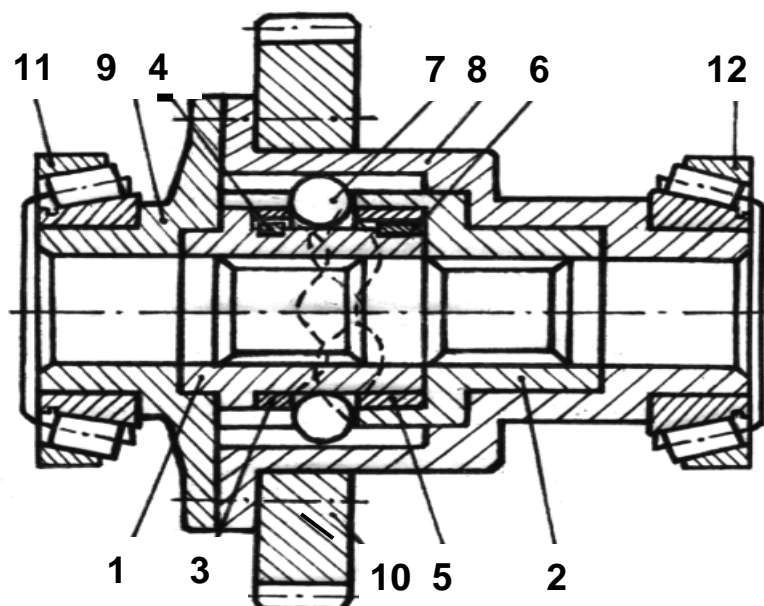


Рисунок 5.17 - Конструкция симметричного автотракторного дифференциала повышенного трения на базе ЭШП

Преимуществом данной конструкции дифференциала является простота изготовления его деталей, легкость сборки и ремонта и низкие массогабаритные показатели. Как недостаток следует отметить возможность попадания всех тел качения в мертвые точки, где ЭШП не передает нагрузку.

Следующая конструкция симметричного автотракторного дифференциала приведена на рисунке 5.18. Дифференциал состоит из следующих основных деталей: обоймы 1, связанной шлицевым соединением с левой полуосью, обоймы 2, связанной с правой полуосью. Момент от зубчатого колеса главной передачи 3 подводится к разъемному сепаратору 4. Рабочая часть сепаратора

имеет трубчатую форму с продольными пазами, относительно которых перемещаются тела качения 5. Конструкция, состоящая из зубчатого колеса 3, закрепленного на сепараторе 4 и его корпусе 6 с помощью болтовых соединений имеет возможность вращения как одно целое и устанавливается на раму автомобиля (трактора) в подшипниках 7 и 8.

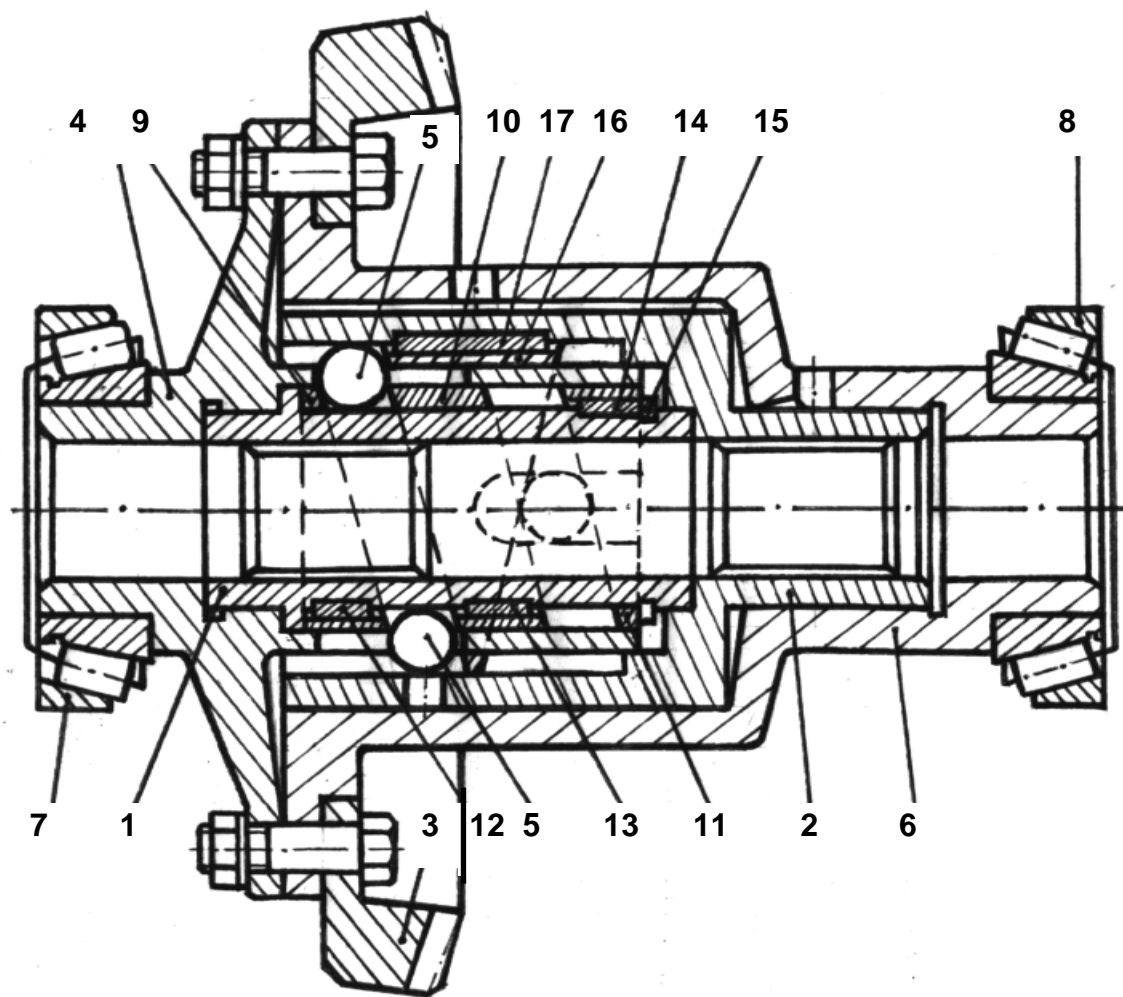


Рисунок 5.18 - Конструкция многорядного симметричного автотракторного дифференциала повышенного трения на базе ЭШП

Двухрядную ЭШП образуют набор внутренних кулачков 9, 10 и 11, установленных на обойме 1 с помощью шпонок 12, 13 и 14 соответственно. Кулачки 9, 10, 11 зафиксированы от осевого перемещения относительно обоймы 1 с помощью бурта и стопорного кольца 15. На правой полуоси 2 установлен наружный кулачок 16 с помощью шпонки 17, который взаимодействует левым и правым торцами с двумя рядами эллипсного шарикового зацепления. Ряды ЭШП имеют угловое смещение в 90° друг относительно друга. При этом при попадании тел качения одного ряда на вершины эллипсов, где нагрузка не передается (на рисунке 5.18 это положение шариков показано в левом ряду зацепления), в другом ряду тела качения занимают положение, где нагрузочная способность максимальна (правый ряд на рисунке 5.18). Кроме этого, угловое

смещение рядов позволяет увеличить прочность сепаратора, так как прорези расположены симметрично и имеют небольшую протяженность. При отсутствии углового смещения прорези были бы по всей длине рабочей части сепаратора, что привело бы к возрастанию изгибных нагрузок у основания его трубчатой рабочей части (слева).

Возможно увеличение числа рядов до трех с их угловым смещением $\pi/3=60^0$ и т. д. Увеличение числа рядов увеличивает плавность работы зацепления, снижает удельные нагрузки, приходящиеся на одно тело качения и другие детали ЭШП (увеличивается коэффициент перекрытия передачи), но увеличивает также осевые размеры передачи (дифференциала).

В правой обойме 2 и корпусе 6 предусмотрены отверстия и выточки для обеспечения смазывания зацепления. Преимущества данного дифференциала по сравнению с кулачковым дифференциалом:

- снижаются радиальные габариты дифференциала;
- увеличивается технологичность изготовления деталей дифференциала;
- возможность компенсации погрешностей изготовления и эксплуатационного износа деталей ЭШП путем установки регулировочных прокладок и возможности небольших осевых перемещений (самоустановки) кулачков внутри ЭШП.

Заключение

В работе исследована группа механических планетарных передач цилиндрического типа с жесткими кинематическими связями из класса передач с промежуточными телами качения, передающими нагрузку в зацеплении.

Проанализирован уровень состояния исследований в рассматриваемой области. Рассмотрены вопросы теории зацепления, структуры, кинематики и динамики ЭШП. На основе разработанной математической модели передачи получены формулы для определения КПД передачи при различных кинематических схемах и приведены рекомендации по минимизации механических потерь. Приведены основы методики инженерного расчета ЭШП, включающей в себя определение рациональных геометрических параметров передачи, проверочные расчеты.

Предложены конструкции различных механизмов и устройств, относящихся как к средствам малой механизации, так и к промышленным образцам буровой техники. На базе ЭШП возможно создание редукторов, грузоподъемных механизмов, поршневых насосов, дифференциалов автомобилей. Разработанные и изготовленные опытные образцы доказывают перспективность этого типа передач и необходимость продолжения работ в этой области.

Список литературы

- 1 Теория механизмов и механика машин: Учеб. для вузов / К.В.Фролов, С.А.Попов, А.К.Мусатов и др.; Под ред. К.В.Фролова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1998. – 496 с.: ил.
- 2 Планетарные передачи: Справ. / Под ред. В.Н.Кудрявцева, Ю.Н.Кирдяшева. - Л.: Машиностроение, 1977. – 535 с.: ил.
- 3 Плеханов Ф.И. Особенности проектирования планетарных передач с квазиэвольвентным внутренним зацеплением сателлита // Вестник машиностроения. – 2002. - №8. – С. 3-5.
- 4 Заблонский К.И. Встроенные редукторы / К.И.Заблонский, А.Е.Шустер. – Киев: Техніка, - 176 с.: ил.
- 5 Пат. 2906143 USA, HD 47. Strain Wave Gearing / С.Walton Musser (USA). - №2906143; Заявлено 10.01.55; Оpubл. 29.09.59, Бюл. № 10 – 6 с.: ил.
- 6 Решетов Д.Н. Детали машин: Учеб. для студентов машиностроительных и механических специальных вузов. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1989. - 496 с.: ил.
- 7 Гаврилов Е.М. Подшипниковые редукторы // Подшипник. - 1937. - № 11, 12. – С.9-12.
- 8 А.с. 136144 СССР, МКИ³ F16 Н 25/22. Передача для параллельных валов / П.А.Заран (СССР). - № 3227375/25-28; Заявлено 12.11.59; Оpubл. 23.05.61, Бюл. №8. - 3 с.: ил.
- 9 Механические передачи с промежуточными телами: Методические рекомендации / А.Е.Беляев, Ан И-Кан, В.В.Гурин и др.; Под общ. ред. А.Е.Беляева. – Томск: ТПИ им. С.М.Кирова, 1984. – 163 с.
- 10 Беляев А.Е. Механические передачи с шариковыми промежуточными телами. - Томск: ТПУ, 1992. – 231 с.: ил.
- 11 Беляев А.Е. Механические роликовые передачи. – Новоуральск, 1994. – 120 с.: ил.
- 12 Пясик И.Б. Шариковинтовые механизмы. – М.-Киев: Машгиз, 1962. – 124 с.: ил.
- 13 Перспективные передачи винт-гайка. Обзорная информация // Приводная техника. – 2002. – №6(40). – С. 57–59.
- 14 Павлов Б.И. Шариковинтовые механизмы в приборостроении. – М.: Машиностроение, 1968. – 136 с.: ил.
- 15 Турпаев А.И. Винтовые механизмы и передачи. – М.: Машиностроение, 1982. – 223 с.: ил.
- 16 А.с. 295927 СССР, МКИ³ F16 25/22. Шаровинтовая передача Воробьева/ В.В.Воробьев (СССР). - №3905654/22-25; Заявлено 10.01.70; Оpubл. 16.06.71, Бюл. №8 - 3 с.: ил.
- 17 Стрельников В.Н. Исследование шариковых передач: Дис... канд. техн. наук: 05.02.02 - Защищена 16.02.75; Утв. 3.12.75; 05020275. – Харьков, 1975. - 176 с.: ил.

18 А.с. 13751 НРБ, МКИ³ 47h. Планетарный шариковый редуктор / Васил Кирилов Киров (НРБ). - №4713751/22; Заявлено 10.10.67; Опубл. 15.11.68, Бюл. №11 – 3 с.: ил.

19 Lehmann M. Sinoiden Getriebe // Konstruktion. - 1981. – В. 33, №3. - S. 109-112.

20 Макаревич Д.М. Разработка основ расчета и конструирования промышленных конструкций синусошариковых редукторов к забойным двигателям: Дис ... канд. техн. наук: 05.04.07. – Защищена 28.03.83; Утв. 12.10.83; 05081383. – М., 1983. – 190 с.: ил.

21 Игнатищев Р.М. Синусошариковые передачи с примером использования их варианта в забойных машинах для бурения скважин: Дис... д-р техн. наук: 05.02.18, 05.02.02. - Защищена 15.05.90; Утв. 4.01.91; 050218290. – Л., 1990. - 253 с.: ил.

22 Игнатищев Р.М. Синусошариковые редукторы.- Мн.: Выш. шк., 1983. - 107 с.: ил.

23 Лустенков М.Е. Разработка синусоцилиндрических шариковых редукторов с повышенной нагрузочной способностью, работающих в режиме однократнопиковых нагрузок: Дис... канд. техн. наук: 05.02.02. – Защищена 26.10. 01; Утв. 26.11. 01; 05020201. – Мн., 2001. – 165 с.: ил.

24 Макаревич Д.М. Оптимизация синусошариковых передач / Д.М.Макаревич, М.Е.Лустенков // Известия Белорусской инженерной академии. - 2000. - №1(9). - С.36-42.

25 Пашкевич М.Ф. Теоретические и экспериментальные исследования планетарных шариковых и роликовых передач: Дис... д-р техн. наук: 05.02.02. - Защищена 15.10.93; Утв. 14.02.94; 05020293. - Мн., 1993. - 563 с.: ил.

26 Пашкевич М.Ф. Планетарные шариковые и роликовые редукторы и их испытания / М.Ф.Пашкевич, В.В.Герашенко. - Мн.: БелНИИТИ, 1992. - 248 с.: ил.

27 Bara M. The Study Of The Dynamic Balancing Of A Frontal-Sinusoidal Transmission With Balls / Complex mechanisms (linkages with cams, gears) and their applications // The 8-th IFToMM international symposium on theory of machines and mechanisms 28.08.01-1.09.01. Proceedings. Bucuresti, Bren, 2001. – Volume 111. – P. 55 – 60.

28 Брюховецкий В.П. Исследование планетарной эксцентриковой передачи с шариками в зацеплении: Дис... канд. техн. наук: 05.02.02. - Защищена 15.03.78; Утв. 5.12.78; 05020278. – Томск, 1978. - 185 с.: ил.

29 Калужников А.М. Кинематический и силовой расчет сухарного дифференциала // Вестник машиностроения. -1962. - №10. - С.12-17.

30 Калабин С.Ф. Кинематический расчет плунжерной передачи. – Ижевск: Удмуртия, 1965. – 48 с.

31 А.с. 1025941 СССР, МКИ³ F16H 1/32. Планетарная сферическая передача / А.А.Рябцев (СССР). - №3737365/25-28; Заявлено 30.11.81; Опубл. 30.06.83, Бюл. №24. - 3 с.: ил.

32 А.с. 1221418 СССР, МКИ³ F 16 Н 25/06. Передача с телами качения / Г.И.Измальков (СССР). - №3827371/25-28; Заявлено 19.12.84; Оpubл. 30.03.86, Бюл. №12. - 3 с.: ил.

33 Лустенков М.Е. Эллипсоидные шариковые редукторы: геометрия и вопросы кинематики / МогГТУ // Отчеты НИР, ОКР, ОTR, деп. науч. рукоп.: Реф. сб. неопубл. работ. - Мн.: БелИСА, 2002. - Вып. 1 (24). - С.90-91. - Деп. в БелИСА 24.05.2002, №Д200242.

34 Лустенков М.Е. Эллипсоидные шариковые передачи: недостатки и преимущества // Приводная техника. - 2003. - №3(43). - С.20-22.

35 Лустенков М.Е. Шариковые планетарные передачи для средств малой механизации // Вестник машиностроения. - 2004. - №6. - С.15-17.

36 Пинегин С.В. Контактная прочность и сопротивление качению. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1969. - 242 с.: ил.

37 Кожевников С.Н. Механизмы: Справ. / С.Н.Кожевников, Я.И. Есипенко, Я.М. Раскин; Под ред. С.Н.Кожевникова. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1976. - 784 с.: ил.

38 Колчин Н.И. Механика машин. - Л.: Машиностроение, 1971. - 560 с.: ил.

39 Решетов Л.Н. Самоустанавливающиеся механизмы: Справ. - М.: Машиностроение, 1991. - 228 с.: ил.

40 Макаревич Д.М. Определение основных геометрических параметров синусошарикового редуктора // Механика машин.-1981.- Вып.58. - С.99-102.

41 Лустенков М.Е. Количественная оценка явления искажения профиля беговых дорожек в эллипсных шариковых передачах / М.Е.Лустенков, С.Д. Макаревич, А.С.Захарьев // Вестник МГТУ. - 2004. - №1. - С.124-128.

42 Лустенков М.Е. Силовой анализ цилиндрического синусошарикового зацепления // Новые конкурентоспособные и прогрессивные технологии, машины и механизмы в условиях современного рынка: Тез. докл. междунар. науч. - техн. конф. - Могилев, 2000. - С.191.

43 Автомобили: конструкции, конструирование и расчет. Трансмиссия / Под ред. А.И.Гришкевича. - Мн.: Выш. шк., 1985. -240 с.:ил.

44 Лукин П.П. Конструирование и расчет автомобиля: Учеб. для студентов втузов, обучающихся по специальности «Автомобили и тракторы» / П.П.Лукин, Г.А.Гаспарянц, В.Ф.Родионов. - М.: Машиностроение, 1984. - 376 с., ил.

45 Лустенков М.Е. Анализ фрикционной модели шарикового планетарного зацепления // Перспективные технологии, материалы и системы: Сб. науч. тр. - Могилев, 2003. - С.197-201.

46 Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учеб. для втузов. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Наука. Гл. ред. физ. - мат. лит., 1988. - 640 с.

47 Лустенков М.Е. Исследование пространственной фрикционной модели эллипсного шарикового зацепления / М.Е.Лустенков, С.Д.Макаревич // Теория и практика машиностроения. - 2004. - №3. - С.38-41.

48 Филонов И.П. Теория механизмов, машин и манипуляторов / И.П. Филонов, П.П.Анципорович, В.К.Акулич. – Мн.: Дизайн ПРО, 1998. – 656 с.: ил.

49 Лустенков М.Е. Теоретическая оценка механических потерь в эллипсных шариковых передачах / М.Е.Лустенков, Д.М.Макаревич, С.Д.Макаревич, А.С.Захарьев; Под ред. И.П.Филонова // Машиностроение: Сб. науч. трудов. Вып.20. В 2 т. Т.2.– Мн.: УП «Технопринт». – 2004. – С.223-229.

50 Лустенков М.Е. Определение основных геометрических параметров эллипсных шариковых передач на стадии проектирования и рекомендации по повышению их КПД / МогГТУ // Отчеты НИР, ОКР, ОТР, деп. науч. рукоп.: Реф. сб. неопубл. работ. – Мн.: БелИСА, 2004. - Вып. 2 (33). – С.106-107. - Деп в БелИСА 08.04.2004, №Д 200430.

51 Левитский Н.И. Теория механизмов и машин: Учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ. – мат. лит., 1990. – 592 с.

52 Лустенков М.Е. Межколесные кулачковые дифференциалы повышенного трения // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: Материалы междунар. науч.-техн. конф. – Могилев, 2004. – Ч.2. - С. 111-112.

53 Лустенков М.Е. Использование передач с телами качения в трансмиссиях автомобиля / М.Е.Лустенков, Д.М.Макаревич, С.Д.Макаревич, А.С.Захарьев // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: Материалы междунар. науч.-техн. конф. – Могилев, 2004. – Ч.2. - С. 113.

54 Лефаров А.Х. Дифференциалы автомобилей и тягачей. - М.: Машиностроение, 1972. - 145 с.

55 Лустенков М.Е. Многопериодные эллипсные шариковые передачи // Вестник ГГТУ им. П.О.Сухого. – 2004. - №2. – С.24-30.

56 Румянцев А.В. Технология изготовления кулачков. – Л.: Машиностроение, 1969. – 232 с.: ил.

57 Чистосердов П.С. Особенности динамики процесса фрезерования синусоидальных канавок на деталях синусошарикового редуктора / П.С.Чистосердов, А.И.Крез // Изв. вузов. Машиностроение. - 1985. - №3. - С. 139-142.

58 Лустенков М.Е. Создание высокомоментных синусошариковых редукторов и основ их расчета при статическом нагружении // Современные направления развития производственных технологий и робототехника: Тез. докл. междунар. науч. - техн. конф. - Могилев, 1999. - С. 189.

59 Лустенков М.Е. Методика расчета малогабаритных синусоцилиндрических шариковых редукторов / М.Е.Лустенков, Д.М.Макаревич / МогГТУ // Отчеты НИР, ОКР, ОТР, деп. науч. рукоп.: Реф. сб. неопубл. работ. – Мн.: БелИСА, 2002. - Вып. 1 (24). – С.91. - Деп. в БелИСА 24.05.2002, №Д 200241.

60 Лустенков М.Е. Расчет наружных втулок СШР // Создание и применение высокоэффективных наукоемких ресурсосберегающих технологий,

машин и комплексов: Тез. докл. междунар. науч.-тех. конф. – Могилев, 2001. – С.149-150.

61 Биргер И.А. Расчет на прочность деталей машин: Справ. / И.А.Биргер, Б.Ф.Шорр, Г.Б.Иосилевич. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: Машиностроение, 1993. - 640 с.: ил.

62 Бейзельман Р.Д. Подшипники качения: Справ. / Р.Д.Бейзельман, Б.В.Цыпкин, Л.Я.Перель. - М.: Машиностроение, 1975. - 572 с.: ил.

63 Иванов М.Н. Детали машин: Учеб. для студентов высш. техн. учеб. заведений. – 5-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 1991. – 383с.: ил.

64 Кузьмин А.В. Расчеты деталей машин / А.В.Кузьмин, И.М.Чернин, Б.С.Козинцов: Справ. пособие. - Мн.: Выш. шк., 1986. - 402 с.: ил.

65 Скойбеда А.Т. Детали машин и основы конструирования: Учеб. /А.Т.Скойбеда, А.В.Кузьмин, Н.Н.Макейчик; Под общ. ред. А.Т.Скойбеды. – Мн.: Выш. шк., 2000. – 584 с.: ил.

66 Лустенков М.Е. Вибратор для ликвидации прихватов / М.Е.Лустенков, Д.М.Макаревич // Нефть и газ: проблемы недропользования, добычи и транспортировки: Материалы науч. – тех. конф., посвященной 90-летию со дня рождения В.И.Муравленко. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2002. – С.147-148.

67 Лустенков М.Е. Перспективы применения синусоцилиндрических шариковых редукторов (СШР) в буровой технике // Современные технологии, материалы, машины и оборудование: Материалы междунар. науч. – тех. конф. – Могилев, 2002. – С.78-79.

68 Пат. 4314 РБ, МПК⁷ Е 21В 23/00, 23/04. Устройство для отвинчивания труб в скважине / Р.М.Игнатищев, Д.М.Макаревич, М.Е.Лустенков (РБ). - №а19990114; Заявлено 10.02.99; Опубл. 30.04.02, Бюл. №1(32). – С.142-143.

69 Лустенков М.Е. Устройство для развинчивания бурильных труб / МогМИ // Отчеты НИР, ОКР, ОТР, деп. науч. рукоп.: Реф. сб. неопубл. работ. – Мн.: БелИСА, 1999. - Вып. 3 (14). – С.89. - Деп. в БелИСА 4.08.1999, №Д 199986.

70 Пустовойтенко И.П. Предупреждение и ликвидация аварий в бурении. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Недра, 1988. - 279 с.: ил.

71 Апанович Ю.Г. Бурение сверхглубоких скважин / Ю.Г.Апанович, Ю.В.Вадецкий, О.К.Ангелопуло. - М.: Недра, 1969. - 167 с.: ил.

72 Лустенков М.Е. Мотор-редуктор с двухступенчатой планетарной шариковой передачей / Под общ. ред. П.А.Витязя // Современные методы проектирования машин: Респ. межведомственный сб. науч. тр. - Вып.2. В 7 т. Т.3. – Мн.: УП «Технопринт», 2004. – С.83-88.

73 Лустенков М.Е. Разработка средств малой механизации на базе эллипсоидной шариковой передачи / М.Е.Лустенков, Д.М.Макаревич, А.С.Захарьев // Прогрессивные технологии, процессы и оборудование: Материалы междунар. науч.-тех. конф. – Могилев: МГТУ, 2003. – С.74-76.

74 Лустенков М.Е. Эллипсоидные шариковые передачи с примером их практической реализации / Под ред. И.П.Филонова // Машиностроение: Сб. науч. тр. - Вып. 19.– Мн.: УП «Технопринт», 2003. – С.495-499.

75 Лустенков М.Е. Эллипсоидные шариковые передачи: преимущества и недостатки // Прогрессивные технологии, процессы и оборудование: Материалы междунар. науч.-тех. конф. – Могилев: МГТУ, 2003. – С.77–79.

76 Крез А.И. Высокомоментный балонный ключ для грузовых автомобилей / А.И.Крез, М.Е.Лустенков; Под ред. В.С.Ивашко, Л.М.Кожуро, А.В.Крутова // Современные технологии в ремонтно-обслуживающем и машиностроительном производстве АПК: Тез. докл. междунар. науч. -тех. конф. – Мн.: БГАТУ, 2000. – С.176-177.

77 Лустенков М.Е. Ключ для демонтажа ведущих колес грузовых автомобилей ЗИЛ и ГАЗ // Автомобильная промышленность. - 2003. - №5. - С.24-25.

78 Лустенков М.Е. Ключ для демонтажа ведущих колес грузовиков ЗИЛ и ГАЗ // Инженер - механик. - 2003. - №2(19). - С.24-26.

79 Лустенков М.Е. Разработка поршневого насоса на базе ЭШП // Инженер-механик. - №2(25). – 2004. – С.19-20.

80 Лустенков М.Е. Конструкция кулачкового дифференциала с ЭШП // Грузовик&. – 2004. - №1(90). – С.13-14.

81 Лустенков М.Е. Межколесные кулачковые дифференциалы повышенного трения // Тракторы и сельскохозяйственные машины. – 2004. - №3. – С.16-17.

Оглавление

Введение	3
1 Состояние исследований в настоящее время.....	5
1.1 Обоснование выбора планетарных передач с телами качения в качестве объекта исследования.....	5
1.2 Анализ развития передач с телами качения.....	6
1.3 Разработка конструкции простейшего ЭШР и предварительный анализ кинематических возможностей ЭШП	14
1.4 Классификация планетарных шариковых передач с жесткими кинематическими связями и структурный анализ ЭШП.....	16
2 Кинематический анализ ЭШП.....	25
2.1 Математическая модель эллипсного шарикового зацепления.....	25
2.2 Основы теории многопериодного эллипсного шарикового зацепления	32
2.3 Определение передаточного отношения ЭШП.....	37
2.4 Искажение профиля беговых дорожек под сателлиты и минимизация его влияния.....	42
2.5 Определение скоростей и ускорений звеньев ЭШП.....	46
3 Динамический анализ и оценка механических потерь в ЭШП	54
3.1 Уравнение движения планетарной шариковой передачи.....	54
3.2 Анализ плоской фрикционной модели зацепления	56
3.3 Анализ пространственной фрикционной модели зацепления	62
3.4 Оценка механических потерь в ЭШП	72
3.5 Оптимизация геометрических параметров ЭШП и рекомендации по повышению КПД передач.....	76
3.6 Исследование ЭШД.....	81
4 Разработка методик расчета механизмов на базе ЭШП	85
4.1 Вопросы технологии изготовления деталей ЭШП.....	85
4.2 Материалы и термообработка деталей ЭШП.....	91
4.3 Расчет деталей ЭШП на прочность.....	92
4.4 Методика расчета ЭШП.....	96
5 Практическая реализация результатов работы	100
5.1 Разработка и испытания устройства для ликвидации аварий при бурении скважин	100
5.2 Конструкции редукторов и мотор-редукторов.....	103
5.3 Средства малой механизации, разработанные на базе ЭШП.....	104
5.4 Конструкции автотракторных ЭШД.....	113
Заключение	115
Список литературы	116

Научное издание

Лустенков Михаил Евгеньевич

Макаревич Дмитрий Михайлович

**ПЛАНЕТАРНЫЕ ШАРИКОВЫЕ ПЕРЕДАЧИ
ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТИПА**

Монография

Редактор А.Т.Червинская

Компьютерный дизайн В.Э.Ковалевский

Подписано в печать 25.03.2005 г. Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Times New Roman. Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 300 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение
Государственное учреждение высшего профессионального образования
«Белорусско-Российский университет»
ЛИ № 02330/375 от 29.06.2004 г.
212005, г.Могилев, пр.Мира, 43