УДК 621.83.06

#### А. П. Прудников, А. Д. Бодунова

# ОБОСНОВАНИЕ МЕХАНИЗМА ВЫРАВНИВАНИЯ НАГРУЗКИ ПО ПОТОКАМ В ПЛАНЕТАРНОЙ ТОРОВОЙ ВИНТОВОЙ ПЕРЕДАЧЕ

UDC 621.83.06

#### A. P. Prudnikov, A. D. Bodunova

## JUSTIFICATION OF THE MECHANISM FOR LOAD ALIGNMENT BY FLOWS IN PLANETARY TORUS HELICAL TRANSMISSIONS

#### Аннотация

Предложена конструкция механизма выравнивания нагрузки по потокам для планетарной торовой винтовой передачи. Разработана математическая модель планетарной торовой винтовой передачи для оптимизации конструкции механизма выравнивания нагрузки по потокам. На базе проведенного динамического анализа и компьютерного моделирования обоснован выбор упругих компенсирующих элементов для механизма выравнивания нагрузки.

#### Ключевые слова:

поверхностно-пластическое деформирование, инерционно-импульсная обработка, полный факторный эксперимент, экспериментальные исследования, шероховатость поверхности.

#### Abstract

The paper presents the design of a mechanism for load alignment by flows in planetary torus helical transmissions. A mathematical model for the planetary torus helical transmission has been developed to optimize the process of designing the discussed mechanism for load alignment by flows. On the basis of the performed dynamic analysis and computer modeling, the choice of elastic compensating elements for the load alignment mechanism has been justified.

### Keywords:

mechanical transmission, composite roller, mathematical model, dynamic analysis.

## Введение

В планетарной торовой винтовой передаче [1] нагрузка от ведущего звена к ведомому передается через составные ролики. Вследствие неточности изготовления и сборки передачи нагрузка между составными роликами распределяется неравномерно. Соответственно, чтобы уменьшить усилия, действующие на элементы передачи, необходимо снизить степень неравномерности нагрузки между составными роликами. Для этого следует разработать механизм выравнивания нагрузки по потокам.

Выполнение одного из звеньев самоустанавливающимся в радиальном направлении, как в планетарной зубчатой передаче [2, с. 185], вследствие наличия на сферических поверхностях ведущего и заторможенного звеньев планетарной торовой винтовой передачи беговых дорожек может привести к заклиниванию составных роликов и поэтому не применимо.

С целью выравнивания нагрузки между составными роликами предлагается выполнять их пальцы [1], контактирующие с беговыми дорожками передачи, самоустанавливающимися. Для

© Прудников А. П., Бодунова А. Д., 2021

этого в отверстиях цилиндрического диска, являющегося базовым элементом составного ролика, под пальцы (рис. 1) устанавливаются упругие элементы. Предотвращение повышения трения

скольжения вследствие взаимодействия пальцев с упругими элементами обеспечивается установкой на пальцы сферических втулок, которые контактируют с беговыми дорожками.

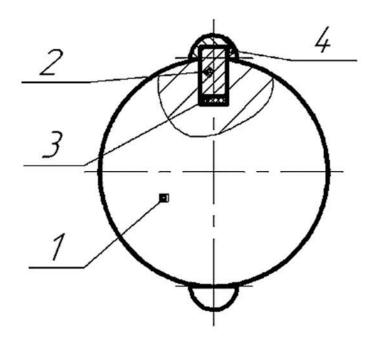


Рис. 1. Составной ролик: 1 – цилиндрический диск; 2 – палец; 3 – упругий элемент; 4 – сферическая втулка

Для описания функционирования планетарной торовой винтовой передачи и обоснования выбора материала упругих компенсирующих элементов для механизма выравнивания нагрузки по потокам разработаем математическую модель передачи и проведем на ее базе вычислительный эксперимент.

## Разработка математической модели

Для составления математической модели торовой винтовой передачи применен структурно-матричный метод [3, с. 145]. При составлении математической модели, представленной на рис. 2, рассматривалась система, состоящая из следующих сосредоточенных масс: I — ведущее звено с беговой дорожкой, представленной винтовой линией с

количеством витков  $Z_1$ ; 2 — ведомое звено с беговыми дорожками, выполненными в виде канавок количеством  $Z_3$ , представляющими собой часть винтовой линии.

Для упрощения математической модели в качестве заторможенного звена принят вал, на котором установлены составные ролики. Соответственно, вращение ведущего звена вызывает поворот составных роликов, которые, в свою очередь, вынуждают вращаться ведомое звено (см. рис. 2).

Орграф к математической модели планетарной торовой винтовой передачи представлен на рис. 3.

Упругость и податливость установленных посредством упругих компенсирующих элементов в составном ролике пальцев учитывается с помощью упругих и диссипативных элементов.

Трансформаторные элементы ТЭ<sub>1</sub> и ТЭ<sub>2</sub>, добавленные в разработанную математическую модель, позволяют учесть безынерционное преобразование харак-

теристик потока энергии. Полученная на базе модели матрица инциденций приведена в табл. 1.

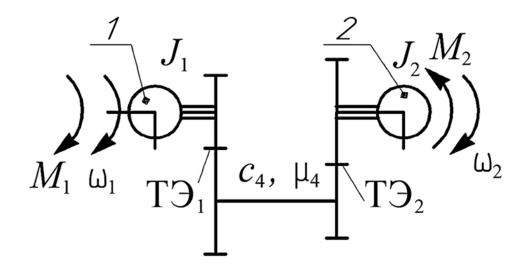


Рис. 2. Схема математической модели торовой винтовой передачи

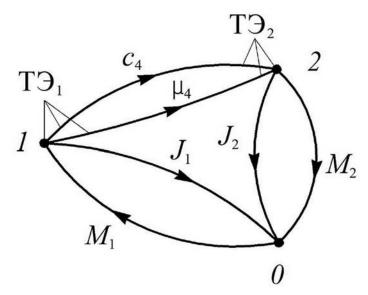


Рис. 3. Орграф к математической модели

Табл. 1. Матрица инциденций

Узел	Ветвь					
	Инерционная		Диссипативная	Упругая	Источник потенциала	
	$J_1$	$J_2$	$\mu_4$	C <sub>4</sub>	$M_1$	$M_2$
1	-1	0	-1	-1	1	0
2	0	-1	1	1	0	-1

Машиностроение

Учитывая введенные трансформаторные элементы и матрицу инциденций в соответствии с [3, с. 161], вывели уравнения, описывающие модель торовой винтовой передачи для проведения ее динамического анализа.

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{M_1 \cdot (u_1 \cdot \eta_1) - M_{y4} - M_{J4}}{J_1}; \quad (1)$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{-M_2/(u_2 \cdot \eta_2) + M_{y_4} + M_{Z_4}}{J_2}; (2)$$

$$\frac{dM_{V4}}{dt} = c_4 \cdot \left(\frac{\omega_1}{u_1} - \omega_2 \cdot u_2\right); \tag{3}$$

$$M_{\mathcal{A}^4} = \mu_4 \cdot \left(\frac{\omega_1}{u_1} - \omega_2 \cdot u_2\right),\tag{4}$$

где  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  — угловые скорости вращения звеньев, составляющих математическую модель, рад/с;  $M_{V4}$  – крутящий момент, приложенный к упругим элементам,  $H\cdot M$ ;  $M_{Д4}$  — крутящий момент, приложенный к диссипативным элементам, Н-м;  $J_1, J_2$  – моменты инерции звеньев, составляющих математическую модель,  $\kappa \Gamma \cdot M^2$ ;  $u_1, u_2$  — передаточные отношения между ведущим звеном и составным роликом, составным роликом и ведомым звеном соответственно;  $\eta_1$ ,  $\eta_2$  – КПД в передачах мощности между ведущим звеном и составным роликом, составным роликом и ведомым звеном соответственно; с4 – угловая жесткость упругих элементов, Н-м/рад; µ4 – коэффициент сопротивления диссипативных элементов, Н·м·с/рад.

Передаточное отношение и КПД при передаче энергии между ведущим звеном и составным роликом определяется как для клинового механизма в соответствии с [4, с. 57] по формулам

$$u_1 = \frac{1}{\operatorname{tg}\alpha_1}; \tag{5}$$

$$\eta_1 = \frac{tg\alpha_1}{tg(\alpha_1 + \phi_{np})},\tag{6}$$

где  $\alpha_1$  — угол подъема кривой, образующей беговую дорожку с количеством витков  $Z_1$ , рад;  $\varphi_{np}$  — приведенный угол трения, рад.

Передаточное отношение и КПД при передаче энергии между составным роликом и ведомым звеном определяются через передаточное отношение и КПД торовой винтовой передачи в целом [1].

При расчете угловой жесткости звена передачи, представляющего собой совокупность всех составных роликов с установленными в них упругими компенсирующими элементами, оно рассматривается как параллельное соединение упругих элементов. Соответственно, угловая жесткость упругих компенсирующих элементов определяется по формуле

$$c_4 = n_P \cdot n_\Pi \cdot c_\nu \cdot R_c^2, \tag{7}$$

где  $n_P$  — количество пальцев в составном ролике;  $n_\Pi$  — количество составных ликов;  $c_y$  — линейная жесткость упругих компенсирующих элементов, H/m;  $R_c$  — радиус наружной поверхности цилиндрического диска, являющегося элементом составного ролика, м.

Коэффициенты сопротивления диссипативных элементов определяются посредством парциальных систем, выделяемых из динамической модели (коэффициент сопротивления µ4 находят в соответствии с [3, формула (3.53)]).

Момент инерции для парциальной системы с упругим базовым элементом рассчитывается с учетом равенства кинетических энергий исходного и приведенного инерционных элементов аналогично найденному в [5] по формуле

$$J^* = \frac{1}{\frac{1}{J_1 \cdot u_1^2} + \frac{u_2^2}{J_2}}.$$
 (8)

## Вычислительный эксперимент

Для обоснования материала используемых упругих компенсирующих элементов в механизме выравнивания нагрузки по потокам проанализирована разработанная математическая модель с учетом следующих исходных параметров для планетарной торовой винтовой передачи: передаточное число u=20; количеством составных роликов 7 (с двумя пальцами на каждом);  $Z_1=2$ ;  $Z_3=10$ ; геометрические параметры торовой поверхности, на которой образованы беговые дорожки, R=33,5 мм, r=16 мм;  $M_2=400~\mathrm{H\cdot m}$ ;  $\eta=0,86$ .

Значения угловой жесткости и коэффициентов сопротивления определены теоретически на базе усредненных величин линейной жесткости и коэффициентов апериодичности для случаев выполнения упругих компенсирующих элементов из резины и пластмассы:

– упругие компенсирующие элементы, выполненные из резины  $(c_4 = 1,68 \cdot 10^4 \, \text{H·м/рад}, \, \mu_4 = 3,11 \, \text{H·м·c/рад});$ 

— упругие компенсирующие элементы, выполненные из пластмассы  $(c_4 = 2,24 \cdot 10^4 \, \text{H·м/рад}, \, \mu_4 = 3,59 \, \text{H·m·c/рад}).$ 

Результаты получены на основе разработанной математической модели решением численными методами системы уравнений (1)—(4). На рис. 4 представлены графики изменения угловых скоростей и крутящего момента звеньев исследуемой передачи для случая применения упругих компенсирующих элементов из резины.

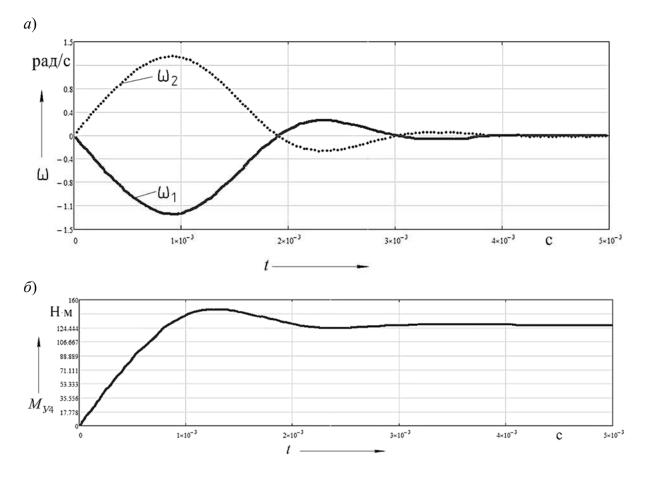


Рис. 4. Графики изменения угловых скоростей (a) и крутящего момента ( $\delta$ ) звеньев передачи

Машиностроение

На рис. 5 представлены графики изменения угловых скоростей и крутящего момента звеньев исследуемой

передачи для случая применения упругих компенсирующих элементов из пластмассы.

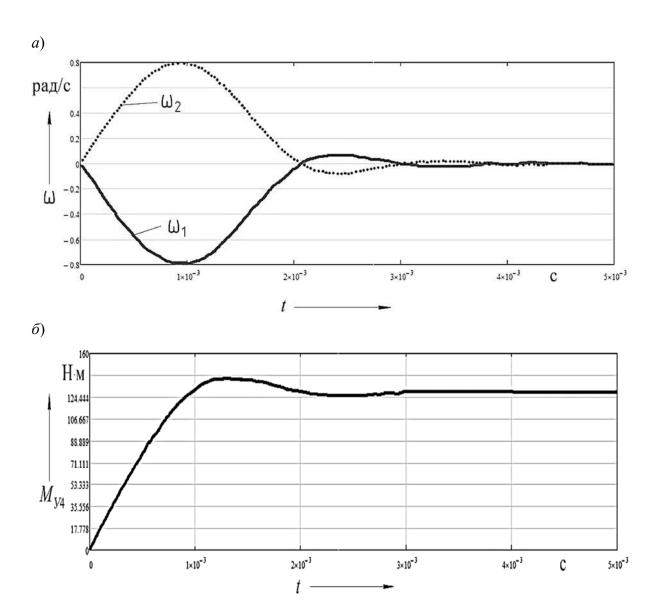


Рис. 5. Графики изменения угловых скоростей (a) и крутящего момента ( $\delta$ ) звеньев передачи

Анализ приведенных графиков показывает, что при применении упругих компенсирующих элементов, выполненных из пластмассы, по сравнению с выполненными из резины максимальное отклонение угловых скоростей от их значений в установившемся режиме работы передачи снижается в 1,6 раза, а отклонение крутящего момента меньше на 6,7 %. При этом для обоих вариантов упругих компенсирующих элементов время перехода системы в устойчивое положение одинаково.

Механизм выравнивания нагрузки с резиновыми и пластмассовыми упругими компенсирующими элементами был исследован в САЕ-системе NX [6]. В качестве измеряемого параметра выступал крутящий момент на составном ролике. Остальные параметры принимались

аналогичными тем, что брались при анализе математической модели планетарной торовой винтовой передачи.

Для упрощения расчетной модели и сокращения затрат времени на эксперимент, как и для динамической модели, в качестве ведущего звена задавалось звено с беговой дорожкой с количеством витков  $Z_1$ , а ведомого — звено с канавками (представляющими собой часть винтовой линии) количеством  $Z_3$ . Вал с

установленными составными роликами был зафиксирован. На рис. 6 приведена разработанная 3D-модель исследуемой передачи с механизмом выравнивания нагрузки между составными роликами.

На рис. 7 представлены графики изменения крутящего момента на одном из составных роликов для случаев использования упругих компенсирующих элементов из резины (см. рис. 7, a) и пластмассы (см. рис. 7,  $\delta$ ).

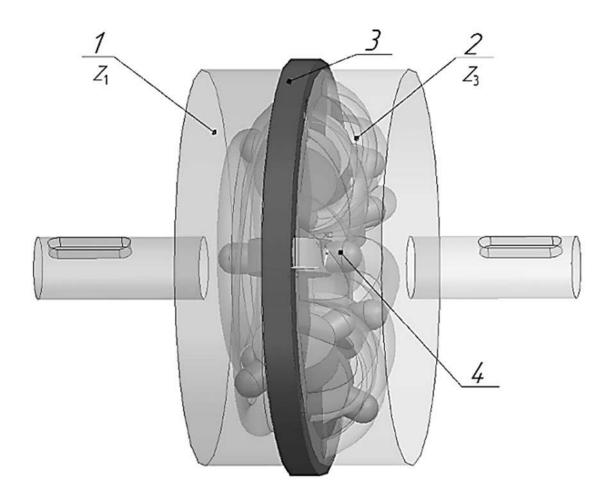


Рис. 6. 3D-модель планетарной торовой винтовой передачи: 1 – ведущее звено с беговой дорожкой, представленной винтовой линией с количеством витков  $Z_1$ ; 2 – ведомое звено с беговыми дорожками, выполненными в виде канавок количеством  $Z_3$ , представляющих собой часть винтовой линии; 3 – зафиксированное звено; 4 – составной ролик

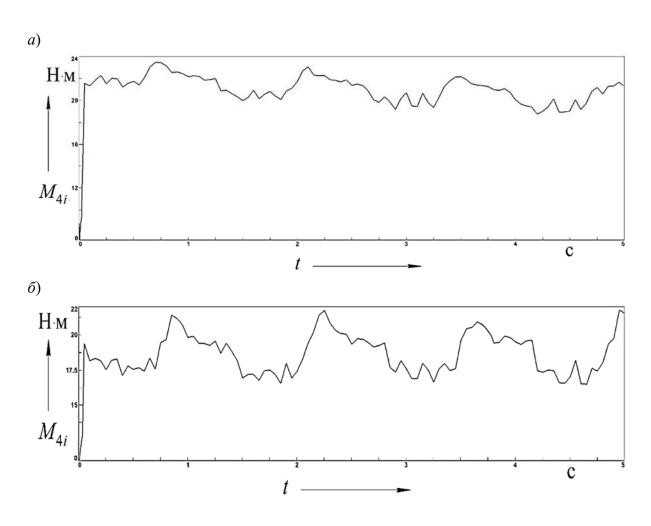


Рис. 7. Графики изменения крутящего момента на составном ролике

Анализ полученных графиков показывает, что при применении упругих компенсирующих элементов, выполненных из пластмассы, крутящий момент на составном ролике меньше на 10,3 %, чем в случае использования упругих компенсирующих элементов, выполненных из резины.

#### Заключение

В рамках работы были разработаны математическая модель и алгоритм ее реализации для динамического анализа планетарной торовой винтовой передачи с целью выбора вида упругих компенсирующих элементов в механизме выравнивания нагрузки по пото-

кам. Посредством моделирования в САЕ-системе NX были проанализированы крутящие моменты, приходящиеся на один составной ролик передачи, при различном материале упругих компенсирующих элементов в механизме выравнивания нагрузки по потокам.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что в механизме выравнивания нагрузки по потокам для торовой винтовой передачи наиболее целесообразно использование пластмассовых упругих компенсирующих элементов, что позволяет обеспечить большую степень выравнивания нагрузки между составными роликами и снизить ударные нагрузки при переходных процессах.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. **Prudnikov**, **A. P.** Planetary torus helical transmission / A. P. Prudnikov // International Conference on Mechanical Engineering and Modern Technologies. 2020. Vol. 795. P. 1–6.
- 2. **Иванов, М. Н.** Детали машин: учебник / М. Н. Иванов, В. А. Финогенов. 16-е изд., испр. Москва: Юрайт, 2018. 409 с.
- 3. **Тарасик, В. П.** Математическое моделирование технических систем: учебник для вузов / В. П. Тарасик. Минск: Дизайн ПРО, 2004. 640 с.
- 4. **Ансеров, М. А.** Приспособления для металлорежущих станков / М. А. Ансеров. 4-е изд., испр. и доп. Ленинград: Машиностроение, 1975. 656 с.
- 5. **Прудников, А. П.** Анализ динамической модели роликовой планетарной передачи с составными сателлитами / А. П. Прудников // Вестн. Белорус.-Рос. ун-та. 2011. № 4 (33). С. 70–80.
- 6. **Бодунова**, **А.** Д. Механизм выравнивания распределения нагрузки между составными роликами в планетарной торовой винтовой передаче / А. Д. Бодунова // Новые материалы, оборудование и технологии в промышленности: материалы Междунар. науч.-техн. конф. молодых ученых. Могилев: Белорус.-Рос. ун-т, 2020. С. 56.

Статья сдана в редакцию 6 января 2021 года

**Александр Петрович Прудников,** канд. техн. наук, доц., Белорусско-Российский университет. E-mail: prudnikov a@tut.by.

**Анастасия** Д**митриевна Бодунова,** магистрант, Белорусско-Российский университет. E-mail: bodunok.98@mail.ru.

**Aleksandr Petrovich Prudnikov,** PhD (Engineering), Associate Prof., Belarusian-Russian University. E-mail: prudnikov a@tut.by.

Anastasiya Dmitrievna Bodunova, MSc student, Belarusian-Russian University. E-mail: bodunok.98@mail.ru.