МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Электропривод и автоматизация промышленных установок»

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

Методические рекомендации к практическим занятиям
для магистров специальности
1-43 80 01 «Электроэнергетика и электротехника»
очной и заочной форм обучения

Могилев 2021

УДК 621.313
ББК 31.26-02
П37

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Электропривод и автоматизация промышленных установок» «06» января 2021 г., протокол № 6

Составитель канд. техн. наук, доц. Л. Г. Черная

Рецензент канд. техн. наук, доц. И. В. Лесковец

В методических рекомендациях к практическим занятиям по дисциплине «Планирование эксперимента в электроэнергетике» для магистрантов специальности 1-43 80 01 «Электроэнергетика и электротехника» изложена методика проведения научных исследований, планирования экспериментов, которая применяется для построения интерполяционных моделей и оптимизации процессов и объектов, в том числе электромеханических преобразователей и электротехнических комплексов.

Учебно-методическое издание

ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКЕ

Ответственный за выпуск Г. С. Леневский

Корректор Т. А. Рыжикова

Компьютерная верстка Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60×84 /16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать трафаретная. Усл. печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 16 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».
Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№ 1/156 от 07.03.2019.
Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

Содержание

Введение

Целью изучения дисциплины «Планирование эксперимента в энергетике» является получение навыков применения основных положений по проведению экспериментальных работ, обработке полученных результатов экспериментов, а также получению навыков применения методов идентификации для построения алгоритмов функционирования объектов исследования в электроэнергетике.

В процессе изучения методических рекомендаций к практическим занятиям студент получает компетенции в области проведения экспериментальных исследований, теории и практики проведения измерений и обработки их результатов, оценки адекватности моделей и полученных результатов, теории планирования эксперимента.

Целью практических занятий является освоение методов планирования эксперимента, которые применяются для построения интерполяционных моделей и оптимизации процессов и объектов, в том числе электромеханических преобразователей и электротехнических комплексов.

Методические рекомендации соответствуют программе «Планирование эксперимента в электроэнергетике». Методические рекомендации служат основой для проведения аудиторных практических занятий с последующим оформлением и анализом результатов заданий, предусматривают возможность самостоятельного освоения представленного материала на основе разработанных рекомендаций.

1 Практическое занятие № 1. Метрологическое обеспечение экспериментальных исследований. Определение доверительного интервала, доверительной вероятности, числа измерений

Цель занятия: овладеть методикой определения основной погрешности измерительных приборов, доверительного интервала, доверительной вероятности на примере аналогового вольтметра постоянного тока.

Задания

1 Рассчитать области значений основной погрешности вольтметров, используя данные таблицы 1.1.

2 Оценить систематическую и случайную составляющие основной погрешности и суммарную погрешность аналогового вольтметра, используя данные, указанные преподавателем.

3 Сравнить суммарную погрешность, полученную экспериментально, с нормируемым значением основной погрешности вольтметра данного типа.

Методические рекомендации по выполнению задания

1 Расчет областей значений основной погрешности вольтметров.

Для построения области допускаемых основных абсолютных погрешностей аналогового и цифрового вольтметров в диапазоне от 0 до 10 В следует воспользоваться техническими характеристиками приборов, представленными в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Технические характеристики вольтметров

Характеристика	Аналоговый вольтметр Ц4360	Цифровой вольтметр В7-27
Верхние пределы измерения, В	10	10
Класс точности	1,5	0,02/0,01

Для аналогового вольтметра основную погрешность нормируют в форме ***предельно допустимой приведенной*** погрешности числом *k*, выраженным в процентах. Число *k*, записанное без указания процентов, определяет класс точности такого вольтметра. Область значений допускаемой ***основной абсолютной*** погрешности такого прибора можно определить с помощью формулы

$$\Delta = \frac{\pm k}{100} \cdot U_K = \pm a, \tag{1.1}$$

где $U_к$ – значение установленного предела измерения.

Видно, что эта погрешность не зависит от значения измеряемого напряжения – носит чисто аддитивный характер.

Область допускаемой основной ***абсолютной*** погрешности такого вольтметра можно вычислить по формуле

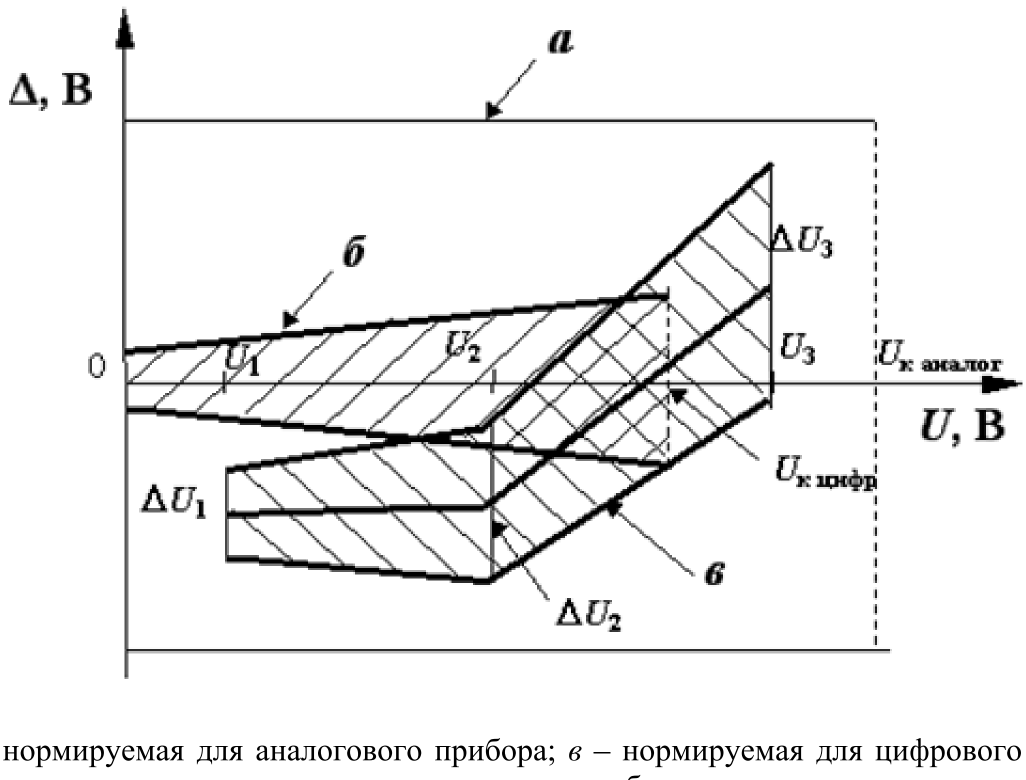
$$\Delta = \pm\left(\frac{d \cdot U_K}{100} + \frac{c-d}{100} \cdot U\right), \tag{1.2}$$

где $U = [0,\ U_к]$.

Значения коэффициентов c, %, и d, %, записанные через косую черту (c/d), определяют класс точности цифрового вольтметра, например, c/d = 0,02/0,01.

Эта погрешность растет с увеличением измеряемого напряжения, т. е. имеет, кроме аддитивной, еще и мультипликативную составляющую.

Пример построения области допускаемых основных абсолютных погрешностей аналогового и цифрового вольтметров показан на рисунке 1.1.



а – нормируемая для аналогового прибора; *в* – нормируемая для цифрового прибора; *б* – полученная экспериментально для аналогового прибора

Рисунок 1.1 – Области значений абсолютных погрешностей

2 Оценка систематической и случайной составляющих основной погрешности исследуемого вольтметра.

Исследования проведены для трех значений напряжения U_m, m = 1, 2, 3, установленных на исследуемом аналоговом вольтметре в диапазоне измерения от 0 до 10 В; число параллельных опытов n; действительное значение напряжения определялось по показаниям цифрового вольтметра U_{mi}, i = 1, 2, …, n; данные исследования представлены в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Результаты измерений и расчета составляющих основной погрешности исследуемого вольтметра

i	$U_1 = 2$ В				$U_2 = 5$ В				$U_3 = 8$ В			
	U_{1i}	Δ_{1i}	$\overset{\circ}{\Delta}_{1i}$	$\overset{\circ}{\Delta}{}^2_{1i}$	U_{2i}	Δ_{2i}	$\overset{\circ}{\Delta}_{2i}$	$\overset{\circ}{\Delta}{}^2_{2i}$	U_{3i}	Δ_{3i}	$\overset{\circ}{\Delta}_{3i}$	$\overset{\circ}{\Delta}{}^2_{3i}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2,1				5,12				7,96			
2	1,92				4,97				7,97			
3	2,05				4,92				7,96			
4	2,15				5,00				8,00			
5	1,97				4,96				8,12			
6	1,99				4,98				7,94			
7	1,96				5,16				7,98			
8	2,00				5,08				8,12			
	$\sum_{i=1}^{n} \Delta_{1i} = \ldots$				$\sum_{i=1}^{n} \Delta_{2i} = \ldots$				$\sum_{i=1}^{n} \Delta_{3i} = \ldots$			
	$\tilde{\Delta}_{c1} = \ldots$				$\tilde{\Delta}_{c2} = \ldots$				$\tilde{\Delta}_{c3} = \ldots$			
	$\tilde{\sigma}_1 = \ldots$				$\tilde{\sigma}_2 = \ldots$				$\tilde{\sigma}_3 = \ldots$			
	$P_{дов} = 0{,}9$				$n = 8$				$t =$			
	$\Delta_{дов1} = \pm\ \ldots$				$\Delta_{дов2} = \pm\ \ldots$				$\Delta_{дов3} = \pm\ \ldots$			

3 Вычислить для каждого значения напряжения U_1, U_2, U_3 следующие величины:

– отклонения действительного значения напряжения от значения напряжения, соответствующего выбранной отметке шкалы,

$$\Delta_{mi} = U_m - U_{mi}, \ m = 1, 2, 3; \ i = 1, \ldots, n. \tag{1.3}$$

Записать их значения в 3, 7 и 11-й столбцы, внизу каждого столбца поместить алгебраическую сумму $\sum_{i=1}^{n} \Delta_{mi}$;

– оценку систематической составляющей погрешности $\tilde{\Delta}_{cm}$, вычислив ее значение как среднее значение погрешности $\bar{\Delta}_m$:

$$\tilde{\Delta}_{cm} = \bar{\Delta}_m = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \Delta_{mi}; \tag{1.4}$$

– случайные составляющие погрешности каждого измерения

$$\overset{\circ}{\Delta}_{mi} = \Delta_{mi} - \tilde{\Delta}_{cm} . \qquad (1.5)$$

Записать их значения в 4, 8 и 12-й столбцы;

– оценки среднего квадратичного отклонения случайной составляющей погрешности однократного измерения для трех выбранных отметок шкалы исследуемого вольтметра

$$\tilde{\sigma}_m = \left[\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \overset{\circ}{\Delta}{}^2_{mi} \right]^{1/2}, \ m = 1, \ 2, \ 3, \qquad (1.6)$$

Для этого найти квадраты случайных составляющих $\overset{\circ}{\Delta}{}^2_{mi}$, полученные числа занести в 5, 9 и 13-й столбцы. Найденные значения оценок $\tilde{\sigma}_1$, $\tilde{\sigma}_2$ и $\tilde{\sigma}_3$ внести в таблицу;

– доверительные интервалы случайной погрешности однократного измерения в предположении, что закон распределения этой случайной погрешности нормальный,

$$\Delta_{дов\ m} = t \cdot \tilde{\sigma}_m, \ m = 1, \ 2, \ 3, \qquad (1.7)$$

где t – коэффициент Стьюдента, значение которого зависит от заданного значения доверительной вероятности $P_{дов}$, числа параллельных измерений n, числа проведенных измерений m. Значение t вычисляется по числу степеней свободы f_{cm}:

$$f_{cm} = (n-1) \cdot m. \qquad (1.8)$$

При обработке результатов простых технических измерений доверительную вероятность обычно выбирают в пределах $P_{дов} = 0{,}9$.

Значения t взять из таблицы 1.3 распределения Стьюдента для P = 0,9.

Таблица 1.3 – Значение t-критерия Стьюдента

f_{cm}	3	6	9	12	15	18	21	24	29	∞
t	3,18	2,45	2,26	2,18	2,13	2,1	2,08	2,06	2,04	1,96

4 Сравнение основной погрешности исследуемого вольтметра с ее нормированным значением.

Для каждого из выбранных напряжений U_1, U_2, U_3 вычислить оценку суммарной основной абсолютной погрешности вольтметра как

$$\Delta U_m = \tilde{\Delta}_{ст} \pm \Delta_{дов\ m}, \quad m = 1,\ 2,\ 3. \qquad (1.9)$$

Значения $\Delta_{ст}$ и $\Delta_{дов\ m}$ взять из таблицы 1.2.

На рисунке 1.1, построенном при выполнении п. 1, отобразить область значений основной погрешности ΔU_m (ΔU_1, ΔU_2, ΔU_3), полученную экспериментально в точках шкалы U_m (U_1, U_2, U_3):

$$\tilde{\Delta}_{ст} - \Delta_{дов\ m} \le \Delta U_m \le \tilde{\Delta}_{ст} + \Delta_{дов\ m}, \quad m = 1,\ 2,\ 3. \qquad (1.10)$$

Сделать вывод о соответствии погрешности, полученной экспериментально, нормируемой погрешности исследуемого прибора. Если экспериментальные оценки погрешности выходят за границы нормируемой погрешности, сделать вывод, какая из составляющих суммарной погрешности (случайная или систематическая) обусловливает этот выход.

5 Определение доверительного интервала и доверительной вероятности измерений.

Истинное значение измеряемой величины в точках шкалы обозначено U_m (U_1, U_2, U_3), полученная основная погрешность в этих точках *шкалы* ΔU_m (ΔU_1, ΔU_2, ΔU_3). Среднее арифметическое значений, полученное в результате измерений в точках шкалы, будет $\bar{U}_m (\bar{U}_1,\ \bar{U}_2,\ \bar{U}_3)$. Пусть a ($a = 0{,}9$) означает вероятность P того, что результат измерений отличается от истинного значения на величину, не большую, чем ΔU_m (ΔU_1, ΔU_2, ΔU_3).

Это принято записывать в виде

$$P(-\Delta U_m < U_m - \bar{U}_m < \Delta U_m) = a \qquad (1.11)$$

или

$$P(\bar{U}_m - \Delta U_m < U_m < \bar{U}_m + \Delta U_m) = a, \quad m = 1,\ 2,\ 3. \qquad (1.12)$$

Вероятность a называется *доверительной вероятностью*, или коэффициентом надежности.

Интервал значений от $\bar{U}_m - \Delta U_m$ до $\bar{U}_m + \Delta U_m$ называется *доверительным интервалом.*

6 Определение необходимого числа измерений.

Для уменьшения случайной ошибки $\Delta_{дов\ m}$ результата измерений, а следовательно, и основной погрешности ΔU_m могут быть использованы два пути улучшения точности измерений: уменьшение величины средней квадратичной ошибки $\tilde{\sigma}_m$ ($\tilde{\sigma}_1, \tilde{\sigma}_2$ и $\tilde{\sigma}_3$) (см. выражение (1.7)) и увеличение числа измерений n, т. к. коэффициент Стьюдента зависит от числа измерений (таблица 1.4 и выражение (1.8)).

Таблица 1.4 – Необходимое число измерений для получения случайной ошибки

$\varepsilon = \Delta_{дов\ m} : \tilde{\sigma}_m$	a					
	0,5	0,7	0,9	0,95	0,99	0,999
1,0	2	3	5	7	11	17
0,5	3	6	13	18	31	50
0,4	4	8	19	27	46	74
0,3	6	13	32	46	78	130
0,2	13	29	70	100	170	280
0,1	47	110	270	390	700	1100

Число измерений целесообразно выбирать таким, чтобы случайная погрешность была равна или меньше систематической (выбираем случайную погрешность в 3–10 раз меньше систематической).

Для оценки необходимого числа измерений следует воспользоваться данными таблицы 1.4, в которой случайная погрешность $\Delta_{дов\ m}$ дана в долях ε средней квадратичной ошибки $\tilde{\sigma}_m$ для заданной доверительной вероятности $P = a$.

Необходимо определить, сколько нужно сделать измерений, чтобы случайная погрешность $\Delta_{дов\ m}$ была равна или меньше (в 3–10 раз) систематической Δ_{cm} с вероятностью $P = a = 0{,}9$.

Оформление результатов выполнения задания

1 Номер и наименование практического занятия.
2 Цель занятия.
3 Задание.
4 Расчетные формулы с пояснениями.
5 Таблицы 1.1–1.4 с заголовками.
6 Области значений абсолютных погрешностей (см. рисунок 1.1, выполненный в масштабе).
7 Вывод о соответствии погрешности, полученной экспериментально, нормируемой погрешности исследуемого прибора.
8 Определение необходимого числа измерений.
9 Выводы.

Контрольные вопросы

1 Как оценить систематическую составляющую погрешности прибора?
2 Как оценить доверительный интервал случайной погрешности однократного измерения при заданной доверительной вероятности и нормальном законе распределения?
3 Перечислить основные нормируемые метрологические характеристики средств измерений.

4 Что такое класс точности средств измерений? Какие существуют способы задания класса точности?

5 Каким образом можно оценить абсолютную погрешность результата измерений, если известен класс точности используемого прибора?

6 Дать определения абсолютной, относительной и приведенной погрешностей.

7 Дать определения доверительной вероятности и доверительного интервала.

8 Как определяется необходимое число измерений для заданной точности с допустимой вероятностью?

2 Практическое занятие № 2. Проверка адекватности математических зависимостей, полученных экспериментально, объекту исследования

Цель занятия: овладеть навыками определения адекватности уравнений регрессии объекту исследования с помощью критерия Фишера

Задания

1 По результатам экспериментальных данных объекта исследования определить количество серий опытов и количество параллельных опытов в каждой серии.

2 Выявить число переменных (факторов) x, влияющих на выходную координату y, определить вид математической модели.

3 Определить расчетное значение критерия Фишера.

4 Проверить полученную математическую модель на адекватность.

Объект исследования и результаты экспериментальных данных

Для описания объекта исследования проведена серия параллельных опытов. Экспериментальные данные представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Результаты параллельных опытов

Номер серии опытов i	Вход x_i	Выход y_{ij} в параллельных опытах j			$\overline{y}_i$	S_i^2
1	0	3,8	4,2	4,0		
2	2	16	15	18		
3	4	26	28	30		
4	6	35	41	39		
5	8	46	54	50		
6	10	66	60	63		

Для описания одномерного объекта исследования получена математическая модель в виде уравнения регрессии

$$Y = 4 + 6x. \tag{2.1}$$

Методические рекомендации по выполнению задания

1 Назначение экспериментальных исследований.

Основная цель экспериментальных исследований – построение математической модели исследуемого в эксперименте объекта. Для достоверности полученных результатов проводят серию параллельных опытов.

Параллельные опыты – опыты, проведенные несколько раз при одних и тех же значениях входа. Результаты опытов заносятся в таблицу 2.2, где k – количество параллельных опытов (обычно k = 2…4); N – количество серий параллельных опытов.

Таблица 2.2 – Результаты параллельных опытов, результаты расчетов

Номер серии опытов i	Вход x_i	Выход y_{ij} в параллельных опытах j				$\overline{y}_i$	S_i^2
1	x_1	y_{11}	y_{12}	…	y_{1k}		
2	x_2	y_{21}	y_{22}	…	y_{2k}		
…	…	…	…	…	…		
i	x_i	…	…	y_{ij}	y_{ik} …		
…	…	…	…	…	…		
N	x_N	y_{N1}	y_{N2}	…	y_{Nk}		
$S_{воспр}^2=$ $S_{ад}^2=$ $f_{воспр}=$ $f_{ад}=$							
$F_P=$ $F_T=$							

2 Обработка экспериментальных данных.

Для каждой серии параллельных опытов вычисляют среднее арифметическое значение:

$$\overline{y}_i = \frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k} y_{ij},\ \ i = 1\ ...\ N. \tag{2.2}$$

Затем для каждой серии параллельных опытов вычисляют оценку дисперсии:

$$S_i^2 = \frac{1}{k-1}\cdot\sum_{j=1}^{k}\left(y_{ij} - \overline{y}_i\right)^2. \tag{2.3}$$

Оценка воспроизводимости определяется выражением

$$S_{воспр}^2 = \frac{1}{N}\cdot\sum S_I^2. \tag{2.4}$$

3 Проверка математической модели на адекватность.

Под адекватностью понимают способность построенной математической модели соответствовать результатам эксперимента с заданной степенью точности. Эту проверку осуществляют с помощью критерия Фишера:

$$F_P = \frac{S^2_{ад}}{S^2_{воспр}}, \tag{2.5}$$

где $S^2_{ад}$ – оценка дисперсии адекватности,

$$S^2_{ад} = k \cdot \sum_{i=1}^{N} \left(\overline{y}_i - Y_i\right)^2 / N - (n+1). \tag{2.6}$$

где Y_i – значение выхода, рассчитанное по модели, по известному входу x_i.

Для одномерного объекта исследования линейная модель имеет вид:

$$Y_i = a_0 + a_1 x_i. \tag{2.7}$$

С дисперсией адекватности связывают коэффициенты

$$f_{воспр} = N(k - 1); \tag{2.8}$$

$$f_{ад} = N - (n + 1),$$

где n – число входов x ($n = 1$).

По таблице 2.3 с вероятностью $P = 0{,}95$ определяют табличное значение критерия Фишера F_T.

Таблица 2.3 – Значение критерия Фишера F_T ($P = 0{,}95$)

$f_{воспр}$	$f_{ад}$			
	1	2	3	4
1	161	199,5	215,7	224,6
2	518,51	19,00	19,16	19,25
3	10,13	9,55	9,28	9,12
4	7,71	6,94	6,59	6,39
5	6,61	5,79	5,41	5,19
6	5,99	5,14	4,76	4,53
7	5,59	4,74	4,35	4,12
8	5,32	4,46	4,07	3,84
9	5,12	4,24	3,86	3,63
10	4,97	4,10	3,71	3,48

Окончание таблицы 2.3

$f_{воспр}$	$f_{ад}$			
	1	2	3	4
11	4,84	3,98	3,59	3,36
12	4,75	3,89	3,49	3,26

Модель считается адекватной объекту исследования, если выполняется условие

$$F_P \le F_T. \qquad (2.9)$$

Если полученная модель неадекватна, в качестве модели выбирают уравнение регрессии в виде степенного полинома более высокого порядка и расчеты повторяют.

Оформление результатов выполнения задания

1 Номер и название практического занятия.

2 Цель занятия.

3 Задание.

5 Объект исследования, таблица экспериментальных данных и расчетных данных.

6 Формулы (2.2)–(2.9) с пояснениями, распечатка результатов расчетов в среде MathCAD.

7 Выводы об адекватности математической модели объекту исследования.

Контрольные вопросы

1 Как определить среднее арифметическое серии параллельных опытов?

2 Как определить оценку дисперсии серии параллельных опытов?

3 Как определить оценку воспроизводимости?

4 Как определить оценку дисперсии адекватности?

5 Как определяются расчетные значения выходных переменных по математической модели?

6 Как определить расчетное значение критерия Фишера?

7 Как проверить полученную математическую модель на адекватность?

3 Практическое занятие № 3. Проведение обработки результатов эксперимента по методу корреляционного анализа

Цель занятия: овладеть навыками определения связи между входной и выходной переменными с помощью метода корреляционного анализа.

Задания

1 Используя данные, указанные преподавателем для объекта исследования (таблица 3.1), начертить корреляционное поле $y(x)$.

2 Вычислить корреляционные отношения Пирсона.

3 Вычислить коэффициент корреляции.

4 Определить связь между входной x и выходной y переменными.

Объект исследования и результаты экспериментальных данных

Экспериментальные данные представлены в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Экспериментальные данные

Экспериментальные точки i	1	2	3	4	5	6
Входная переменная x_i	0	50	100	150	200	250
Выходная переменная y_i	15	10	20	40	70	110

Методические рекомендации по выполнению задания

1 При построении математических моделей одномерных объектов управления используют полином вида

$$Y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n, \qquad (3.1)$$

где x – входная переменная;

Y – выходная переменная;

n – степень полинома;

a_i – коэффициенты, $i = 0, 1, ..., n$.

2 Для оценки статической взаимосвязи переменных используют корреляционное отношение Пирсона ($\eta_{x/y}$ для зависимости x от y и $\eta_{y/x}$ для зависимости y от x):

$$\eta_{x/y} = \left[\frac{\sum_{j=1}^{l'} m'_j (\overline{X}/y_j - \overline{X})^2}{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{X})^2} \right]^{1/2}, \qquad \eta_{y/x} = \left[\frac{\sum_{j=1}^{l} m_j (\overline{Y}/x_j - \overline{Y})^2}{\sum_{i=1}^{N} (y_i - \overline{Y})^2} \right]^{1/2}, \qquad (3.2)$$

где l, $l^{/}$ – число равных интервалов, на которые разбиваются ординаты y и x;

m_j, $m_j^{/}$ – число наблюдений (x_{ij}, y_{ij}) попавших в j-й интервал;

$\overline{X}/y_j$, $\overline{Y}/x_j$ – условные средние значения на интервале,

$$\overline{X}/y_j = \frac{1}{m_j^{/}}\sum_{i=1}^{m_j^{/}} x_{ij}\ , \quad \overline{Y}/x_j = \frac{1}{m_j}\sum_{i=1}^{m_j} y_{ij}\ .$$

Для корреляционного отношения Пирсона всегда справедливо неравенство $0 \le \eta \le 1$. При $\eta \to 1$ между переменными x и y имеется функциональная детерминированная зависимость, при $\eta \to 0$ зависимости между переменными нет.

3 По коэффициенту корреляции r определяют существование между переменными линейной зависимости.

Значение коэффициента корреляции лежит в пределах $-1 \le r \le 1$.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \overline{X}\right)\left(y_i - \overline{Y}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \overline{X}\right)^2 \sum_{i=1}^{N}\left(y_i - \overline{Y}\right)^2}}\ , \qquad (3.2)$$

где x_i, y_i – экспериментальные значения входной и выходной переменных соответственно;

$\overline{X}$; $\overline{Y}$ – средние значения переменных, $\overline{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$, $\overline{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i$;

N – число опытов.

Если $|r| \to 1$, то имеет место линейная зависимость между x и y, если $|r| << 1$, то между x и y линейная связь отсутствует.

В случае линейной корреляционной зависимости $|r| \to 1$, $\eta_{x/y} = \eta_{y/x}$.

В случае нелинейной зависимости степень полинома (3.1) ориентировочно можно определить по разностям экспериментально снятых ординат функции при постоянных приращениях аргумента. Она принимается равной такому порядку разностей, при котором они становятся примерно постоянными во всем диапазоне изменения входной величины.

Оформление результатов выполнения задания

1 Номер и название практического занятия.
2 Цель занятия.
3 Задание.
4 Таблица экспериментальных данных, корреляционное поле $y(x)$.

5 Формула с пояснениями для расчета коэффициента корреляции, корреляционного отношения Пирсона, распечатка результатов расчета в среде MathCAD.

6 Выводы о виде зависимости.

Контрольные вопросы

1 Назначение метода корреляционного анализа.

2 Какой математической моделью описывается одномерный объект управления?

3 Как определяется коэффициент корреляции r? Каково его назначение?

4 Как определяется корреляционное отношение Пирсона? Каково его назначение?

5 Записать выражение линейной зависимости между входной x и выходной y переменными.

6 Как определяется степень полинома в случае нелинейной зависимости между входной x и выходной y переменными?

7 В каком диапазоне может изменяться коэффициент корреляции r?

4 Практическое занятие № 4. Проведение обработки результатов эксперимента по методу регрессионного анализа

Цель занятия: овладеть навыками построения математической модели объекта управления в статическом режиме с помощью метода регрессионного анализа.

Задания

1 По экспериментальным данным (таблица 4.1) рассчитать коэффициенты уравнения регрессии (в виде полинома 1-й степени).

2 Проверить полученную регрессионной модели на адекватность.

3 Начертить график $Y(x)$ расчетного уравнения регрессии на полученном экспериментально корреляционном поле $y(x)$.

Объект исследования и результаты экспериментальных данных

Экспериментальные данные представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Экспериментальные данные

Экспериментальные точки i	1	2	3	4	5	6
Входная переменная x_i	0	50	100	150	200	250
Выходная переменная y_i	15	10	20	40	70	110

Методические рекомендации по выполнению задания

1 При построении математических моделей одномерных объектов управления воспользуемся уравнением

$$Y = a_0 + a_1 x, \tag{4.1}$$

где x – входная переменная;

Y – выходная переменная, полученная расчетным путем;

a_0, a_1 – коэффициенты.

2 Оптимальной может считаться математическая модель, у которой сумма квадратов отклонений расчетных Y_i и экспериментальных y_i значений будет минимальной, т. е. минимизируется функционал.

$$F(a_i) = \min \sum_{i=1}^{N} (y_i - Y_i)^2. \tag{4.2}$$

Для определения коэффициентов математической модели a_i составляют систему уравнений типа

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\, F(a_i)}{\partial\, a_0} = 0; \\ \ldots \\ \dfrac{\partial\, F(a_i)}{\partial\, a_n} = 0. \end{cases}.$$

Если в качестве математической модели выбрано уравнение линейной регрессии

$$Y = a_0 + a_1 x, \tag{4.3}$$

то коэффициенты определяют как

$$\begin{cases} a_0 = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{N} y_i \sum\limits_{i=1}^{N} x_i^2 - \sum\limits_{i=1}^{N} x_i \sum\limits_{i=1}^{N} x_i y_i}{N\sum\limits_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum\limits_{i=1}^{N} x_i)^2}; \\ a_1 = \dfrac{N\sum\limits_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum\limits_{i=1}^{N} x_i \sum\limits_{i=1}^{N} y_i}{N\sum\limits_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum\limits_{i=1}^{N} x_i)^2}. \end{cases} \tag{4.4}$$

3 Определить адекватность математической модели можно по среднеквадратическому отклонению, которое не должно превышать 10 %:

$$\sigma\ \% = \frac{\sqrt{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{N}(y_i - Y_i)^2}{N-1}}}{\overline{Y}} 100\ \%, \tag{4.5}$$

где $\overline{Y}$ – средние значения экспериментальных данных, $\overline{Y} = \dfrac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N} y_i$.

Оформление результатов выполнения задания

1 Номер и название практического занятия.

2 Цель занятия.

3 Задание.

4 Объект исследования и результаты экспериментальных данных.

5 Формулы с пояснениями расчета коэффициентов регрессионной модели с распечаткой результатов в среде MathCAD.

6 Таблица экспериментальных и полученных по регрессионной модели переменных.

7 График уравнения регрессии, построенный на корреляционном поле, полученном экспериментальным путем.

8 Выводы об адекватности модели.

Контрольные вопросы

1 Назначение метода регрессионного анализа.

2 Какая математическая модель может считаться оптимальной?

3 Из каких условий определяются коэффициенты математической модели a_0, a_1?

4 Записать выражение математической модели в виде уравнения линейной регрессии.

5 Как определить адекватность математической модели?

6 Пояснить выражения для определения коэффициентов a_0, a_1.

5 Практическое занятие № 5. Изучение методов статической идентификации многомерных объектов исследования

Цель занятия: овладеть навыками определения статических характеристик многомерного объекта управления с помощью метода линейного множественного регрессионного анализа (метод пассивного эксперимента).

Задания

1 По экспериментальным данным пассивного эксперимента (таблица 5.1) определить вид статической математической модели исследуемого объекта.

Таблица 5.1 – Экспериментальные данные объекта исследования

Экспериментальные точки i	1	2	3	4	5	6	7	8
Входная переменная $x_1(i)$	53	34	39	39	28	39	39	15
Входная переменная $x_2(i)$	8	8	7	9	9	8	9	12
Выходная переменная $y(i)$	59	70	40	77	85	27	80	100

2 Построить матрицу наблюдений.

3 Определить коэффициенты статической математических моделей.

4 Проверить статическую математическую модель исследуемого объекта на адекватность.

Методические рекомендации по выполнению задания

1 Определение алгоритма функционирования (математической модели) исследуемого объекта в статическом режиме по результатам пассивного эксперимента.

Для аналитического описания статических характеристик объекта с двумя входными переменными и одним выходом по методу множественного регрессионного анализа находит применение модель в виде степенного полинома

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1 x_2 + a_4 x_1^2 + a_5 x_2^2 \tag{5.1}$$

или в обобщенном виде

$$Y = \sum_{j=0}^{k} a_j x_j , \tag{5.2}$$

где a_j – коэффициенты регрессионной модели, подлежащие определению;

x_j – переменные факторы, влияющие на выходную переменную;

Y – выходная переменная, полученная расчетным путем по модели;

j – номер члена выбранного степенного полинома, $j = 0, \ldots, k$;

k – число факторов, влияющих на выходную переменную, $k = 5$.

Статическая математическая модель объекта исследования с учетом (5.2) имеет вид:

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 + a_5 x_5 , \qquad (5.3)$$

где $x_3 = x_1 x_2$, $x_4 = x_1^2$, $x_5 = x_2^2$.

2 При пассивном эксперименте опытные данные заносят в таблицу с некоторым шагом Δt.

Матрица результатов наблюдений с учетом вида выбранной статической модели и числа членов степенного полинома для N экспериментальных точек имеет вид:

$x_1(1)$	$x_2(1)$	...	$x_j(1)$	...	$x_k(1)$	$y(1)$
$x_1(2)$	$x_2(2)$	...	$x_j(2)$	...	$x_k(2)$	$y(2)$
$x_1(i)$	$x_2(i)$.	...	$x_j(\mathrm{i})$	...	$x_k(\mathrm{i})$	$y(i)$
$x_1(N)$	$x_2(N)$	...	$x_\mathrm{j}(\mathrm{N})$	...	$x_k(\mathrm{N})$	$y(N)$

3 Оптимальной может считаться модель, у которой сумма квадратов отклонений расчетных экспериментальных значений $y(i)$ и расчетных значений $Y(i)$ будет минимальной, т. е. минимизируется функционал:

$$F(a_j) = \sum_{i=1}^{N} (y(i) - Y(i))^2 \to \min . \qquad (5.4)$$

Для отыскания минимума выражения необходимо найти частные производные по всем коэффициентам и приравнять их к нулю:

$$\frac{\partial F}{\partial a_0} = 0 ; \quad \frac{\partial F}{\partial a_1} = 0 ; \quad ...; \quad \frac{\partial F}{\partial a_j} = 0 ; \quad …; \quad \frac{\partial F}{\partial a_k} = 0 . \qquad (5.5)$$

После преобразования система уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} a_0 N + a_1 \sum_{i=1}^{N} x_1(i) + ... + a_j \sum_{i=1}^{N} x_j(i) + ... + a_k \sum_{i=1}^{N} x_k(i) = \sum_{i=1}^{N} y(i); \\ a_0 \sum_{i=1}^{N} x_q(i) + a_1 \sum_{j=1}^{N} x_1(i) x_q(i) + ... + a_j \sum_{i=1}^{N} x_j(i) x_q(i) + ... + \\ + \ a_k \sum_{i=1}^{N} x_k(i) x_q(i) = \sum_{i=1}^{N} y(i) x_q(i), \end{cases} \qquad (5.6)$$

где $q = 1, 2, ..., k$.

Для нахождения коэффициентов модели a_j необходимо решить систему уравнений (5.6), воспользовавшись методом Гаусса или прикладным пакетом MathCAD.

5 Определить адекватность можно по среднеквадратическому отклонению, которое не должно превышать 10 %.

$$\sigma\ \% = \frac{\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(y(i)-Y(i))^2}{N-1}}}{\overline{Y}} 100\ \%, \qquad (5.7)$$

где $\overline{Y}$ – средние значения переменных, $\overline{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y(i)$.

Модель адекватна реальному объекту с точностью (100 – σ) %.

Оформление результатов выполнения задания

1 Номер и название практического занятия.
2 Задание.
3 Таблица экспериментальных данных пассивного эксперимента.
4 Вид статической модели в общем виде, с пояснениями.
5 Выбранный вид статической математической модели.
6 Матрица наблюдений.
7 Система уравнений для определения коэффициентов модели.
8 Таблица расчетных значений.
9 Определение адекватности статической модели исследуемого объекта.

Контрольные вопросы

1 Назначение метода множественного регрессионного анализа.

2 Записать вид выбранной регрессионной модели для объекта управления, имеющего входные переменные x_1, x_1 и выходную переменную y.

3 Какая модель считается оптимальной?

4 Как получают экспериментальные данные при пассивном эксперименте?

5 Как выглядит матрица наблюдений при пассивном эксперименте?

6 Как определить коэффициенты регрессионной модели a_0, a_1, a_2, a_3?

7 Как определить адекватность математической модели по среднеквадратическому отклонению?

6 Практическое занятие № 6. Проведение обработки результатов по методу полного факторного эксперимента

Цель занятия: овладеть навыками определения статических характеристик многомерного объекта управления с помощью метод полного факторного эксперимента.

Задания

1 Оценить матрицу результатов активного эксперимента, записать вид выбранной регрессионной модели.

2 Определить начальные уровни факторов и интервалы их варирования.

3 Рассчитать коэффициенты уравнения модели.

4 Проверить полученную в относительный единицах модель на адекватность.

5 Записать модель для абсолютных значений и проверить на адекватность.

Объект исследования и результаты экспериментальных данных

Получить уравнение регрессии, отражающее зависимость объемной производительности токарного станка $N(y)$ от глубины резания $t_p(x_1)$ и подачи на оборот $S(x_2)$ при постоянной скорости резания.

По матрице планирования эксперимента, представленной в таблице 6.1, был проведен активный эксперимент.

Таблица 6.1 – Матрица планирования эксперимента

N	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	y
1	+1	-1	-1	+1	285
2	+1	+1	-1	-1	435
3	+1	-1	+1	-1	350
4	+1	+1	+1	+1	530

Область идентификации ограничена реальными эксплуатационными режимами: $t_{p\,min} = 3$ мм; $S_{min} = 0{,}6$ мм/об; $t_{p\,max} = 5$ мм; $S_{max} = 0{,}8$ мм/об.

Методические рекомендации по выполнению задания.

1 Для аналитического описания статических характеристик объекта исследования находит применение регрессионная модель в виде

$$Y = \sum_{j=0}^{k} a_j x_j \,, \tag{6.1}$$

где a_j – коэффициенты регрессионной модели, подлежащие определению;

x_j – переменные факторы, влияющие на выходную переменную;

Y – выходная переменная, полученная расчетным путем по регрессионной модели;

j – номер члена регрессионной модели, $j = 0, \ldots, k$.

k – число факторов, влияющих на выходную переменную.

По методу полного факторного эксперимента для получения коэффициентов регрессионной модели данные берут из матрицы планирования:

$$a_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i x_{ji}}{N}, \tag{6.2}$$

где N – число опытов, $N = 2^r$;

j – номер фактора, $j = 0, \ldots, k$;

r – число входных переменных факторов;

i – номер опыта;

x_j – переменные факторы, влияющие на выходную переменную y_i, берутся в относительных единицах (± 1) из матрицы планирования;

y_j – выходная переменная i-го опыта, берется из матрицы планирования.

Для аналитического описания статических характеристик объекта с двумя входными переменными ($r = 2$) и одним выходом по методу полного факторного эксперимента находит применение регрессионная модель в виде

$$Y = a_0 x_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1 x_2, \tag{6.3}$$

где x_0 – фиктивный фактор, вводящий коэффициент a_0, $x_0 = 1$.

Число опытов по матрице планирования: $N = 2^r = 2^2 = 4$.

Число факторов, влияющих на выходную переменную: $k = 3$.

Коэффициенты определяются из выражений

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_{0i} y_i}{4}; \quad a_1 = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_{1i} y_i}{4}; \quad a_2 = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_{2i} y_i}{4}; \quad a_3 = \frac{\sum_{i=1}^{4} x_{3i} y_i}{4}. \tag{6.4}$$

2 При проведении эксперимента необходимо выбрать начальные уровни факторов и интервалы их варьирования. В качестве начального уровня выбирают значение технологического фактора, соответствующее нормальному режиму. Интервалы варьирования выбирают так, чтобы верхний уровень фактора в относительных единицах соответствовал (+1), нижний – (-1), начальный (0). В относительных единицах переменная определяется выражением

$$x_{отнj} = \frac{x_j - x_{j0}}{\Delta x_j}, \qquad (6.5)$$

где x_{j0} – основной (начальный) уровень i-й переменной, относительно которого ведется варьирование;

Δx_j – интервал варьирования;

x_j – значение переменной в абсолютных единицах.

3 После определения коэффициентов a_i в относительных единицах переходят к регрессионной модели объекта управления в абсолютных значениях:

$$Y = a_0 + a_1 \frac{x_1 + x_{10}}{\Delta x_1} + \ldots . \qquad (6.6)$$

4 Определить адекватность можно по среднеквадратическому отклонению, которое не должно превышать 10 %:

$$\sigma\ \% = \frac{\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - Y_i)^2}{N-1}}}{\overline{Y}} 100\ \%, \qquad (6.7)$$

где $\overline{Y}$ – средние значения переменных, $\overline{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i$.

Оформление результатов выполнения задания

1 Номер и название практического занятия.

2 Цель занятия.

3 Задание.

4 Объект управления и результаты экспериментальных исследований.

5 Матрица планирования эксперимента.

6 Формулы с пояснениями для расчета коэффициентов моделей.

7 Выражение модели с полученными коэффициентами, модели в абсолютных единицах.

9 Выводы по адекватности статических моделей в результате идентификации.

Контрольные вопросы

1 Назначение метода полного факторного эксперимента.

2 Как определяется число опытов при планировании эксперимента?

3 Записать вид выбранной регрессионной модели для объекта управления, имеющего входные переменные x_1, x_1 и выходную переменную y.

4 Как определяются коэффициенты регрессионной модели a_0, a_1, a_2, a_3?

5 Каково назначение «+1», «-1» в матрице планирования эксперимента?

6 Записать выражение регрессионной модели объекта управления в абсолютных значениях.

7 Практическое занятие № 7. Проведение обработки результатов эксперимента по кривой разгона объекта исследования

Цель занятия: овладеть навыками обработки экспериментальных данных для получения модели динамики объекта, аппроксимирующей поведение реального объекта.

Задания

1 По экспериментальным данным, указанным преподавателем, построить кривую разгона в относительных единицах.

2 По виду кривой разгона определить характер объекта.

3 Выбрать вид моделей динамики объекта управления.

4 Определить коэффициенты математических моделей с характеристическими уравнениями первого порядка.

5 Проверить полученную модель на адекватность.

Объект исследования и экспериментальные данные

В таблице 7.1 приведены экспериментальные данные кривых разгона объектов исследования, полученные при перестановке регулирующего органа на 20 % (ступенчатое входное воздействие составляет в относительных единицах $A = 0{,}2$).

Таблица 7.1 – Экспериментальные данные

Экспериментальная точка i	0	1	2	3	4	5
Время t_i, с	0	20	40	60	80	100
Выходная переменная $y(t_i)$	1200	1260	1300	1320	1360	1400

Продолжение таблицы 7.1

Экспериментальная точка i	6	7	8	9	10	11
Время t_i, с	150	200	250	300	400	500
Выходная переменная $y(t_i)$	1430	1442	1450	1460	1460	1460

Методические рекомендации по выполнению задания

Обработка экспериментальных данных при идентификации зависит от степени искажения данных и от принятых моделей, аппроксимирующих поведение реального объекта.

Возможны различные типы кривых разгона. Соответственно, используются и различные модели реальных объектов.

Математическая модель динамики объекта в виде передаточной функции

$$W_0(s) = \frac{k_0}{1+T_0 s} e^{-\tau_0 s}, \tag{7.1}$$

где τ_0 – запаздывание;

T_0 – постоянная времени (определяется графически по кривой разгона);

k_0 – коэффициент усиления, определяемый по соотношению

$$k_0 = \frac{y(t_N) - y(0)}{A}, \tag{7.2}$$

где A – ступенчатое входное воздействие;

$y\,(0)$, $y\,(t_N)$ – начальное и установившееся значение выходной переменной.

T_0, τ_0, k_0 определяются графоаналитическим методом по кривой разгона, представленной на рисунке 7.1.

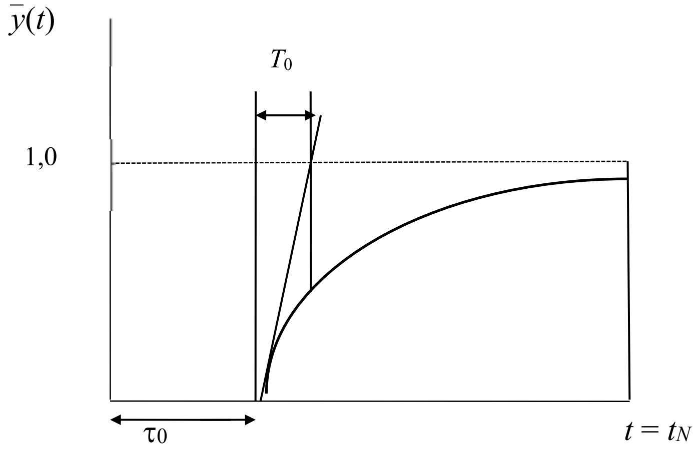


Рисунок 7.1 – Экспериментальная кривая разгона объекта исследования в относительных единицах

Экспериментальные значения для построения кривой разгона в относительных единицах определяются выражением

$$\bar{y}(t) = \frac{y(t) - y(0)}{y(t_N) - y(0)}. \tag{7.3}$$

Для построения расчетных значений модели (7.1) следует воспользоваться пакетом прикладных программ MATLAB, MathCAD.

Аппроксимация признается удовлетворительной, если максимальное расхождение между экспериментальными и расчетными данными кривой разгона не превышает 0,1. Адекватность можно проверить по среднеквадратичному отклонению

$$\sigma = \frac{\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - Y_i)^2}{n-1}}}{y(t_N) - y(0)}, \tag{7.4}$$

где y_i – экспериментальные значения;

Y_i – вычисленные значения.

Оформление результатов выполнения задания

1 Номер и название практического занятия.

2 Цель занятия.

4 Задание.

3 Объект исследования и экспериментальные данные.

5 Таблица экспериментальных и расчетных данных по кривым разгона.

6 Графики кривых разгона (экспериментальной, расчетной) с построениями для определения динамических параметров объекта управления.

7 Вид полученной модели.

8 Выводы по адекватности моделей в результате идентификации.

Контрольные вопросы

1 Что называется кривой разгона для объекта управления?

2 Как построить кривую разгона в относительных единицах?

3 Записать выражение математической модели динамики объекта управления в виде передаточной функции.

4 Как определяются динамические параметры объекта управления: τ_0 – запаздывание, T_0 – постоянная времени, k_0 – коэффициент усиления?

5 Как определяются расчетные значения кривой разгона по модели с использованием пакетов прикладных программ MATLAB, MathCAD?

6 Как проверить полученную модель на адекватность?

8 Практическое занятие № 8. Изучение методов динамической идентификации объектов исследования

Цель занятия: овладеть навыками обработки экспериментальных данных для получения модели динамики объекта, аппроксимирующей поведение реального объекта.

Задания

1 По экспериментальным данным, указанным преподавателем, построить кривую разгона в относительных единицах.

2 Определить предполагаемые коэффициенты математических моделей с характеристическими уравнениями третьего порядка.

3 Проверить полученные модели на адекватность.

Объект исследования и экспериментальные данные

В таблице 8.1 приведены экспериментальные данные кривой разгона объекта, полученные при ступенчатом входном воздействии в относительных единицах $A = 0,2$.

Таблица 8.1 – Экспериментальные данные

Экспериментальная точка i	0	1	2	3	4	5
Время t_i, с	0	20	40	60	80	100
Выходная переменная y (t_i)	1200	1260	1300	1320	1360	1400

Продолжение таблицы 8.1

Экспериментальная точка i	6	7	8	9	10	11
Время t_i, с	150	200	250	300	400	500
Выходная переменная y (t_i)	1430	1442	1450	1460	1460	1460

Методические рекомендации по выполнению задания

Обработка экспериментальных данных при идентификации зависит от степени искажения данных и от принятых моделей, аппроксимирующих поведение реального объекта.

Возможны различные типы кривых разгона. Соответственно, используются и различные модели реальных объектов.

Математическая модель динамики объекта в виде передаточной функцией с характеристическим уравнением третьего порядка

$$W_0(s) = \frac{k_0(1+bs)}{1+a_1s+a_2s^2+a_3s^3}. \quad (8.1)$$

Коэффициенты передаточной функции a_i и b находят по методу площадей Симою. Для этого вначале рассчитывают площади S_i, определяемые по кривой разгона:

$$S_0 = 1;$$

$$S_1 = S_0 \int_{t_0}^{t_N} \left[1 - \overline{y}(t)\right] dt = S_0 S_{00};$$

$$S_2 = S_1 S_{00} - S_0 \int_{t_0}^{t_N} \left[1 - \overline{y}(t)\right] t dt = S_1 S_{00} - S_0 S_{10};$$

...

$$S_4 = S_3 S_{00} - S_2 S_{10} + \frac{1}{2} S_1 S_{20} - \frac{1}{6} S_0 S_{30};$$

...

$$S_i = \sum_{g=0}^{i-1} \frac{(-1)^g}{g!} S_{i-g-1} S_{g0}, \qquad (8.2)$$

где

$$S_{g0} = \int_{t_0}^{t_N} \left[1 - \overline{y}(t)\right] \cdot t^g dt. \qquad (8.3)$$

Рассчитывается S_{go} по одной из формул приближенного вычисления определенного интеграла, например метод «трапеций»:

$$\int_{t_0}^{t_N} f(t) = \left[\sum_{j=1}^{N-1} f_j(t) + \frac{f(t_0) + f(t_N)}{2} \right] \Delta t, \qquad (8.4)$$

где N – число точек, $N = \frac{t_N - t_0}{\Delta t}$;

Δt – шаг интегрирования.

По мере расчета S_i определяют значение $\left| \frac{S_i}{S_{i-1}} \right|$.

Если это отношение станет меньше заданного значения Δ, вычисления S_i прекращают, полагая порядок знаменателя передаточной функции (8.1) равным $(i - 1)$, тогда

$$b = 0; \ a_j = S_j; \ j = 1, \ ..., \ i - 1. \qquad (8.5)$$

Если S_i станет меньше нуля, то независимо от значения $\left|\frac{S_i}{S_{i-1}}\right|$ вычисления прекращают и полагают порядок знаменателя равным (i – 1).

$$a_j = S_j - b_1 S_{j-1}; \quad j = 1, .., \ i-1; \quad b = -\frac{S_i}{S_{i-1}}. \tag{8.6}$$

Если $b < \Delta$, расчеты ведут по формуле (8.5) и b не учитывают.

Для построения расчетного значения модели (8.1) следует воспользоваться пакетом прикладных программ MATLAB, MathCAD

Аппроксимация признается удовлетворительной, если максимальное расхождение между экспериментальными и расчетными данными кривой разгона не превышает 0,1. Адекватность можно проверить по среднеквадратичному отклонению

$$\sigma = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - Y_i)^2}{n-1}}}{y(t_N) - y(t_0)}, \tag{8.7}$$

где y_i – экспериментальные значения;

Y_i – вычисленные значения.

Оформление результатов выполнения задания

1 Номер и название практического занятия.

2 Цель занятия.

3 Задание.

4 Объект исследования и экспериментальные данные.

5 Таблица экспериментальных и расчетных данных по кривой разгона.

6 Алгоритм расчета модели динамики объекта по методу Симою с распечаткой результатов в среде MathCAD, MATLAB.

7 Графики кривых разгона (экспериментальной, расчетной) объекта исследования.

8 Выводы по адекватности модели в результате идентификации.

Контрольные вопросы

1 Что называется кривой разгона для объекта исследования?

2 Как построить кривую разгона в относительных единицах?

3 Записать выражение математической модели динамики объекта исследования в виде передаточной функции.

4 Как проверить полученную модель на адекватность?

Список литературы

1 **Волосухин, В. А.** Планирование научного эксперимента: учебник / В. А. Волосухин, А. И. Тищенко. – 2-е изд. – Москва: РИОР; ИНФРА-М, 2016. – 176 с.

2 **Соснин, Э. А.** Методология эксперимента: учебное пособие / Э. А. Соснин, Б. Н. Пойзнер. – Москва: ИНФРА-М, 2017. – 162 с.