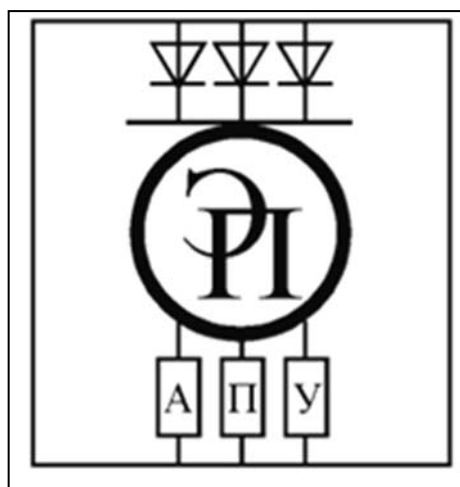


МЕЖГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Электропривод и АПУ»

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСИЛИЯ В СИСТЕМАХ ЖЕСТКИХ И ГИБКИХ ПРОВОДНИКОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНФИГУРАЦИИ

*Методические рекомендации к практическим занятиям
для магистрантов специальности 1-43 80 01 «Электроэнергетика
и электротехника» очной и заочной форм обучения*



Могилев 2021

УДК 62-83
ББК 31.291
Н17

Рекомендовано к изданию
учебно-методическим отделом
Белорусско-Российского университета

Одобрено кафедрой «Электропривод и АПУ» «15» октября 2020 г.,
протокол № 3

Составитель канд. техн. наук, доц. А. С. Коваль

Рецензент канд. техн. наук, доц. Д. М. Свирепа

В методических рекомендациях рассмотрена методика определения электродинамических усилий на основе закона Био-Савара-Лапласа для определения напряженности магнитного поля и с использованием энергетического баланса системы проводников с током.

Учебно-методическое издание

ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСИЛИЯ В СИСТЕМАХ ЖЕСТКИХ И ГИБКИХ ПРОВОДНИКОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНФИГУРАЦИИ

Ответственный за выпуск	Г. С. Ленецкий
Корректор	Е. А. Галковская
Компьютерная верстка	Н. П. Полевнича

Подписано в печать Формат 60×84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.
Печать трафаретная. Усл. печ. л. Уч.-изд. л. Тираж 16 экз. Заказ №

Издатель и полиграфическое исполнение:
Межгосударственное образовательное учреждение высшего образования
«Белорусско-Российский университет».

Свидетельство о государственной регистрации издателя,
изготовителя, распространителя печатных изданий
№1/156 от 07. 03.2019.

Пр-т Мира, 43, 212022, г. Могилев.

© Белорусско-Российский
университет, 2021

Содержание

Введение.....	4
1 Практическое занятие № 1. Использование закона Био-Савара-Лапласа для определения напряженности магнитного поля.....	5
2 Практическое занятие № 2. Расчет ЭДУ с использованием закона Био-Савара-Лапласа для определения напряженности магнитного поля	7
3 Практическое занятие № 3. Расчет ЭДУ между параллельными проводниками и проводниками, располагающимися под углом друг к другу в одной плоскости	8
4 Практическое занятие № 4. Расчет ЭДУ между перпендикулярными проводниками, располагающимися в одной плоскости под прямым углом друг к другу	12
5 Практическое занятие № 5. Расчет ЭДУ между проводниками, располагающимися под прямым углом друг к другу в разных плоскостях	14
6 Практическое занятие № 6. Расчет ЭДУ между параллельными проводниками при питании их переменным током.....	15
7 Практическое занятие № 7. Расчет ЭДУ по изменению магнитной энергии системы проводников и на примере устройств, содержащих обмотки.....	19
8 Практическое занятие № 8. Определение направления действия ЭДУ в однофазных и многофазных системах	24
Список литературы	26

Введение

Вокруг проводников с током возникает магнитное поле, и окружающая среда приобретает особые свойства, определяющие возможность механического воздействия одного участка токопровода на другой. Эти механические усилия имеют общепринятое название – электродинамические усилия (ЭДУ). Эти силы сравнительно невелики в номинальных режимах работы, но при токах короткого замыкания они становятся значительными и часто определяют механическую прочность (электродинамическую стойкость) электрооборудования и должны учитываться при конструировании электрооборудования, т. к. могут привести к серьезным авариям. В случаях, когда токи проходят через участки электрической дуги, направление и величина ЭДУ, действующих на участке дуги, оказывают большое влияние на процессы дугогашения. Изучение вопросов, связанных с ЭДУ и с их расчетами, имеет большую историю. Сегодня используются расчеты на основе двух основных методов: ЭДУ определяются с использованием закона Био-Савара-Лапласа для определения напряженности магнитного поля и ЭДУ рассчитываются по изменению магнитной энергии системы проводников на основе использования энергетического баланса системы проводников с током.

1 Практическое занятие № 1. Использование закона Био-Савара-Лапласа для определения напряженности магнитного поля

Если поместить прямолинейный проводник длиной l с током i в магнитное поле с индукцией B , причем угол между направлением тока в проводнике и направлением магнитного поля равен γ , то на проводник действует ЭДУ равное $F = Bil \sin \gamma$ (рисунок 1).

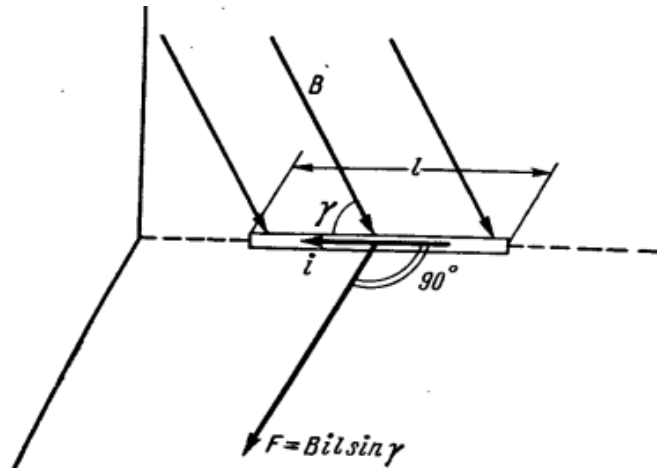


Рисунок 1 – Электродинамическое усилие, действующее на проводник

Направление силы F перпендикулярно плоскости образованной векторами B и тока I . Если эти вектора лежат в плоскости чертежа, то ЭДУ будет направлено перпендикулярно плоскости чертежа. Если не известно значение индукции, то, при пренебрежении влияния ферромагнитных масс, наиболее удобно определять индукцию или напряженность магнитного поля, используя закон Био-Савара-Лапласа. Этот закон позволяет дать выражение для элементарной составляющей напряженности магнитного поля dH в данной точке M от элемента dl_2 проводника, по которому протекает ток i_2 (рисунок 2).

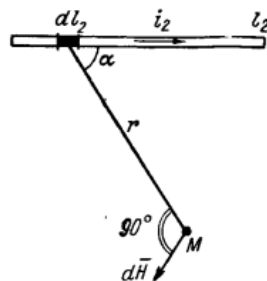


Рисунок 2 – Составляющая напряженности dH в заданной точке от проводника

Выражение для элементарной составляющей напряженности магнитного поля dH для рассматриваемого случая имеет вид:

$$dH = \frac{i_2 dl \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где α – угол между направлением тока в проводнике и отрезком r от dl_2 к рассматриваемой точке M . Вектор dH элементарной составляющей напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости, проходящей через dl_2 и r . Направление вектора индукции находится по правилу буравчика: если винт буравчика движется вдоль тока, то направление вращения рукоятки совпадает с направлением магнитной силовой линии (направление вектора индукции).

Пример – Определить индукцию в воздухе в точке M от прямолинейного проводника длиной l с током i (рисунок 3).

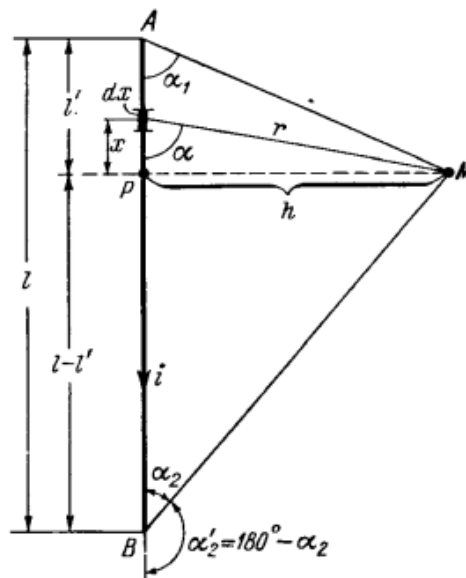


Рисунок 3 – Определение индукции в точке M

Решение

Элементарная составляющая напряженности магнитного поля в точке M от элемента dx с током i :

$$dH = \frac{idx \sin \alpha}{4\pi r^2}.$$

Выразим x и r , а также и dx через угол α :

$$x = \frac{h}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad dx = -\frac{hd\alpha}{\sin^2 \alpha}; \quad r = \frac{h}{\sin \alpha}.$$

Тогда

$$dH = -\frac{i \sin \alpha \cdot d\alpha}{4\pi h}.$$

Интегрируя значения H в пределах участков AP и PB и суммируя их, получим

$$H = \frac{i}{4\pi h} \left[\int_{\alpha_1}^{\pi/2} \sin \alpha d\alpha + \int_{\pi/2}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha \right] = \frac{i(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)}{4\pi h},$$

где α_1 и α_2 – внутренние углы треугольника MAV .

Учитывая, что в воздухе $B = \mu_0 H = 4\pi 10^{-7}$, искомое значение индукции

$$B = \frac{i(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)}{h} 10^{-7}.$$

2 Практическое занятие № 2. Расчет ЭДУ с использованием закона Био-Савара-Лапласа для определения напряженности магнитного поля

Используя закон Био-Савара-Лапласа для аналитического определения напряженности магнитного поля, ЭДУ, возникающие в результате взаимодействия элемента dl проводника с током в магнитном поле с индукцией B , определяются с помощью уравнения Ампера:

$$dF = Bidl \sin \gamma,$$

где γ – угол между элементом проводника и вектором индукции. Для определения полной силы, действующей на проводник длиной l , необходимо

суммировать силы, действующие на все его элементы: $F = \int_0^l dF$.

Направление действия этой силы можно определить по правилу левой руки. Если левую руку расположить так, чтобы вектор магнитной индукции входил в ладонь, а направление тока в проводнике совпадало с четырьмя вытянутыми пальцами, то тогда направление действия силы будет указывать отогнутый большой палец.

Пример – Для проводника AB (рисунок 3) определить элементарное ЭДУ от этого проводника, действующее на элемент dl_1 с током i_1 , расположенный в точке M и лежащий в плоскости треугольника ABM .

Решение

Значение индукции в точке M от проводника с током определено по закону Био-Савара-Лапласа в рассмотренном примере. Тогда элементарное усилие, действующее на элемент в точке M , можно записать:

$$dF = i_1 dl_1 B = i_1 i_2 \frac{(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)}{h} 10^{-7} dl_1.$$

Или $dF = i_1 dl_1 B = i_1 i_2 10^{-7} dk$. Здесь $dk = \frac{(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)}{h} dl_1$. Это выражение

зависит только от взаимного геометрического расположения проводников и представляет собой безразмерную величину. Называется дифференциалом коэффициента контура для данного взаимного расположения проводников.

Интеграл этого выражения – это коэффициент контура k : $k = \int_0^l dk$. Таким

образом, для нахождения ЭДУ системы проводников с известными токами в каждом конкретном случае надо взятием интеграла определять соответствующий коэффициент контура. При известном коэффициенте контура k ЭДУ определяется выражением $F = i_1 i_2 10^{-7} k$.

3 Практическое занятие № 3. Расчет ЭДУ между параллельными проводниками и проводниками, располагающимися под углом друг к другу в одной плоскости

Рассмотрим для случая параллельных проводников бесконечно тонкие параллельные проводники конечной длины (рисунок 4), по которым протекают токи i_1 и i_2 . Для этого примера легко аналитически найти индукцию в любой точке пространства. Поэтому для определения усилия можно воспользоваться методом определения ЭДУ с использованием закона Био-Савара-Лапласа. Согласно закону Био-Савара-Лапласа элементарная индукция от элемента проводника dy с током i_1 в месте расположения элемента dx :

$$dB = \mu_0 dH = \frac{\mu_0 i_1 dy}{4\pi r^2} \sin \alpha,$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Гн/м;

α – угол, образованный элементом dy и лучом r , проведенным от dy к dx .

Полная индукция от проводника l_1 в месте расположения элемента dx :

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \int_0^{l_1} \frac{\sin \alpha}{r^2} dy.$$

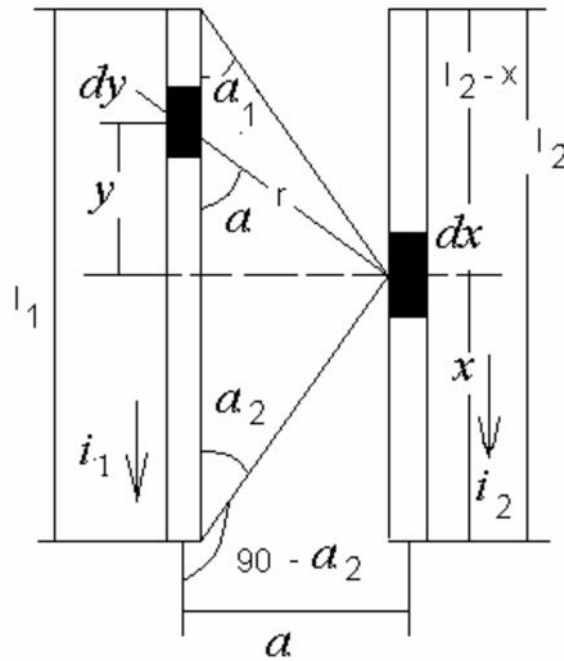


Рисунок 4 – Параллельные проводники конечной длины

Перейдем к переменной α :

$$y = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad r = \frac{a}{\sin \alpha}; \quad dy = -\frac{a}{\sin^2 \alpha} d\alpha.$$

После подстановки получим

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \int_{\pi-\alpha}^{\alpha_1} -\frac{\sin \alpha}{a} d\alpha = i_1 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{a}.$$

Усилие взаимодействия между проводником l_1 и элементом dx :

$$dF_x = Bi_2 dx = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2}{a} i_1 i_2 dx.$$

Переменной интегрирования теперь является x – координата на проводнике l_2 . Углы для каждой точки выражаются через переменную x следующим образом:

$$\cos \alpha_1 = \frac{l_2 - x}{\sqrt{(l_2 - x)^2 + a^2}}; \quad \cos \alpha_2 = \frac{lx}{\sqrt{x^2 + a^2}}.$$

Тогда

$$F = \int_0^l dF = \int_0^l Bi \sin \beta dl = \frac{10^{-7}}{a} i_1 i_2 \int_0^{l_2} \left[\frac{l_2 - x}{\sqrt{(l_2 - x)^2 + a^2}} + \frac{lx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \right] dx.$$

Этой формулой можно пользоваться в зависимости от отношения a / l .

Если $l_1 = l_2 = l$, то

$$F_x = 10^{-7} i_1 i_2 \frac{2l}{a} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} - \frac{a}{l} \right].$$

Произведение $\frac{2l}{a} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{a}{l}\right)^2} - \frac{a}{l} \right]$ – коэффициент контура для

рассматриваемого случая – k . Тогда

$$F_x = 10^{-7} i_1 i_2 k.$$

При нахождении ЭДУ было принято, что сечение проводников бесконечно мало и весь ток идет по их геометрической оси. В действительности сечение проводников всегда конечно. Круглая и кольцевая формы сечения проводников не влияют на ЭДУ, так как магнитные силовые линии вокруг проводников и в этом случае представляют собой окружности и можно считать, что ток сосредоточен в геометрической оси проводника. Следует отметить, что поверхностный эффект в проводниках круглого сечения не сказывается на ЭДУ а эффект близости, смещающий токи в проводниках, вызывает увеличение ЭДУ при встречных и уменьшение – при согласованных токах. При прямоугольной форме сечения его размеры влияют на ЭДУ, т. к. магнитные силовые линии около проводников являются не окружностями, а овалами. Это влияние учитывается с помощью кривых Двайта (рисунок 5), по которым находится коэффициент формы k_ϕ , после чего значение ЭДУ находится как

$$F_x = 10^{-7} i_1 i_2 k k_\phi.$$

Рассмотрим теперь методику определения ЭДУ для прямолинейных проводников, лежащих в одной плоскости, но под углом друг к другу. Рассмотрим случай (рисунок 6) расположения проводников 1 и 2 в одной плоскости под углом α друг к другу. Воздействующий проводник 2 начинается от точки O , в которой пересекаются их направления. Расстояния начала и конца проводника 1 от точки O составляют соответственно l_1 и L_1 . Длина проводника 2 обозначена через y и постоянна. Составим для участка dx

проводника l , лежащего на расстоянии x от точки O , выражение производной коэффициента контура ЭДУ k по длине x :

$$dk = \frac{\cos \beta_1 + \cos \beta_2}{h_x} dx.$$

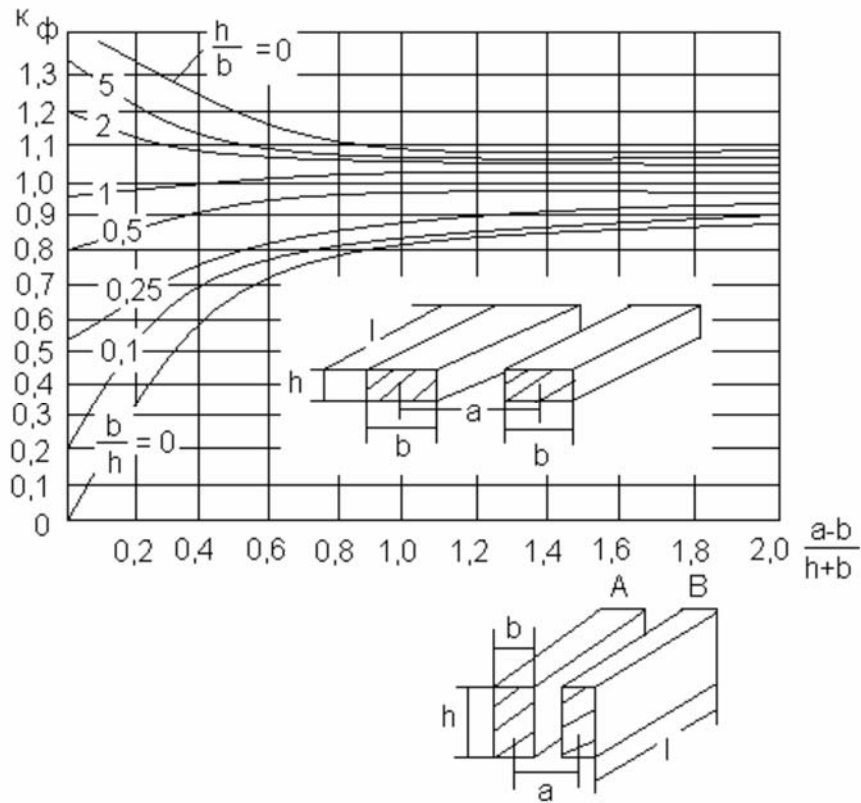


Рисунок 5 – Кривые Двайта, учитывающие влияние размеров поперечного сечения проводника

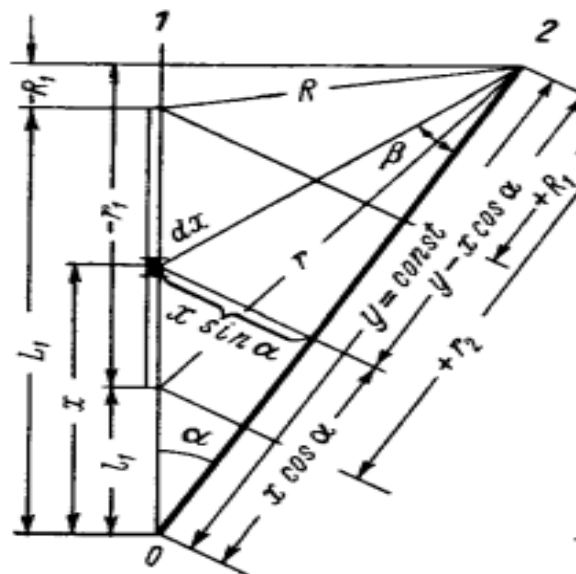


Рисунок 6 – Расположение проводников под углом друг к другу

Для нашего случая $\beta_1 = \alpha$ и $h_x = x \sin \alpha$

$$dk = \frac{\cos \alpha + \frac{y - x \cos \alpha}{\sqrt{x^2 \sin^2 \alpha + (y - x \cos \alpha)^2}}}{x \sin \alpha} dx =$$

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{1}{x} + \frac{y}{\sin \alpha} \frac{1}{x \sqrt{x^2 - 2y \cos \alpha x + y^2}} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2y \cos \alpha x + y^2}}.$$

Интегрируя в пределах от $x=l_1$ до $x=L_1$, получим

$$k = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left[\int_{l_1}^{L_1} \frac{dx}{x} - \int_{l_1}^{L_1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2y \cos \alpha x + y^2}} \right] + \frac{y}{\sin \alpha} \left[\int_{l_1}^{L_1} \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 2y \cos \alpha x + y^2}} \right].$$

Методика взятия интегралов в выражении приведена в [1]. Используя эту методику, окончательно можно получить

$$k = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \ln \frac{L_1(r \pm r_1)}{l_1(R \pm R_1)} + \frac{1}{\sin \alpha} \ln \frac{L_1(r \pm r_2)}{l_1(R \pm R_2)},$$

где R и r – это лучи, проведенные из конца проводника 2 к концу и началу проводника 1, а R_1, R_2, r_1, r_2 – соответствующие проекции этих лучей на оси проводников 1 или 2. Соответственно ЭДУ равно. Для более общих случаев расположения проводников в одной плоскости под углом друг к другу методика определения коэффициентов контура k рассмотрена в [1].

4 Практическое занятие № 4. Расчет ЭДУ между перпендикулярными проводниками, располагающимися в одной плоскости под прямым углом друг к другу

В общем случае ЭДУ между двумя проводниками с токами i_1 и i_2 определяется по выражению $F_x = 10^{-7} i_1 i_2 k$, где k – коэффициент контура, который зависит только от размеров проводников и их расположения. Для расчета ЭДУ между двумя перпендикулярными проводниками, лежащими в одной плоскости, необходимо определять коэффициент контура интегрированием соответствующего выражения вдоль проводника, подвергающегося воздействию поля другого проводника. Рассмотрим случай расположения двух проводников 1 и 2, когда конец воздействующего проводника 2 лежит в точке пересечения взаимно перпендикулярных проводников (рисунки 7).

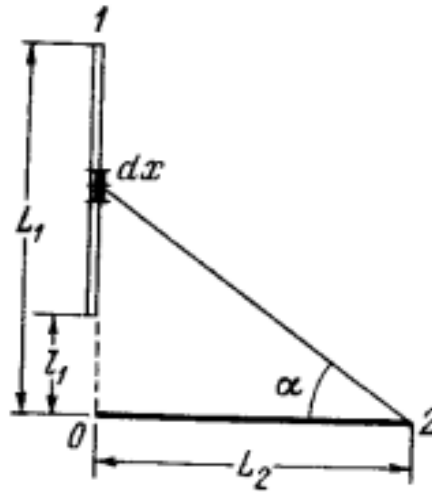


Рисунок 7 – Расположение взаимно перпендикулярных проводников

В этом случае коэффициент формы k :

$$k = \int_{l_1}^{L_1} dk = \int_{l_1}^{L_1} \frac{\cos \alpha}{x} dx = \int_{l_1}^{L_1} \frac{L_2}{x \sqrt{L_2^2 + x^2}} dx = \ln \frac{L_2 + \sqrt{L_2^2 + l_1^2}}{l_1} - \ln \frac{L_2 + \sqrt{L_2^2 + L_1^2}}{L_1}.$$

Соответственно ЭДУ имеет вид:

$$F = 10^{-7} i_1 i_2 \ln \frac{L_2 + \sqrt{L_2^2 + l_1^2}}{l_1} - \ln \frac{L_2 + \sqrt{L_2^2 + L_1^2}}{L_1}.$$

Для наиболее общего случая двух перпендикулярных проводников конечной длины, лежащих в одной плоскости (рисунок 8), коэффициент контура k равен разности коэффициентов контуров двух расположений, каждое из которых соответствует предыдущему случаю (см. рисунок 7).

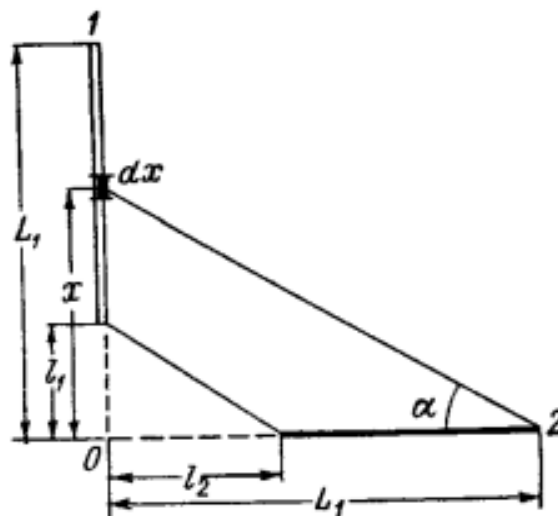


Рисунок 8 – Расположение взаимно перпендикулярных проводников

Для первого расположения с длиной воздействующего проводника L_2 и для второго расположения с длиной воздействующего проводника l_2 . Тогда коэффициент контура для общего расположения конечных перпендикулярных проводников в одной плоскости:

$$k = \ln \frac{L_2 + \sqrt{L_2^2 + l_1^2}}{l_1} - \ln \frac{L_2 + \sqrt{L_2^2 + L_1^2}}{L_1} - \ln \frac{l_2 + \sqrt{l_2^2 + l_1^2}}{l_1} + \ln \frac{l_2 + \sqrt{l_2^2 - l_1^2}}{L_1}.$$

5 Практическое занятие № 5. Расчет ЭДУ между проводниками, располагающимися под прямым углом друг к другу в разных плоскостях

Пример в общем случае взаимодействия перпендикулярных и не лежащих в одной плоскости проводников 1 и 2 с токами показан на рисунке 9. Векторы ЭДУ на отдельных участках проводника 1 от проводника 2 параллельны воздействию проводнику 2 и лежат в плоскостях, перпендикулярных оси проводника 1 .

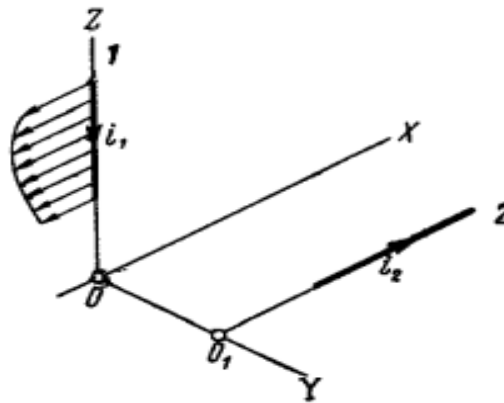


Рисунок 9 – Перпендикулярные и не лежащие в одной плоскости проводники

Для более простого случая расположения проводников 1 и 2 примем, что начало воздействующего проводника 2 совпадает с точкой O_1 (рисунок 10).

Определим ЭДУ в точке M проводника 1 . Длину проводника 2 примем равной L_2 , а расстояние MO от точки M до плоскости перпендикулярной проводнику 1 и проходящей через проводник 2 обозначим через x . Эта сила пропорциональна коэффициенту контура k . Этот коэффициент для точки M на расстоянии x от O_1 имеет вид:

$$k = \int \frac{\cos \alpha \cos \beta}{MO_1} dx = \int \frac{O_1 N}{MN \cdot MO_1^2} dx.$$

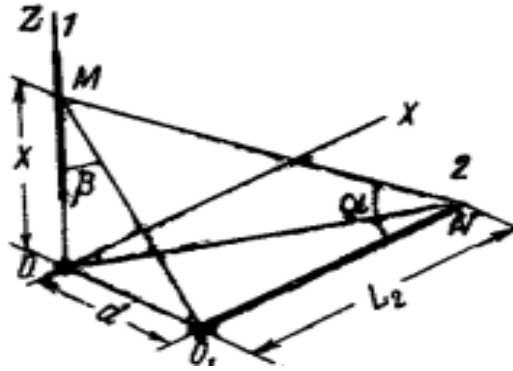


Рисунок 10 – Взаимно перпендикулярные проводники в разных плоскостях

Выражая все участки через длины $d = OO_1$ и $L_2 = O_1 N$, получим

$$k = \int_0^{L_1} \frac{xL_2}{(d^2 + x^2)\sqrt{L^2 + d^2 + x^2}} dx.$$

Выражение позволяет находить закон распределения ЭДУ вдоль проводника l , подвергающегося воздействию. Методика взятия интеграла приведена в [1]. Конечное выражение для k имеет вид:

$$k = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{d^2 + L_1^2 + L_2^2} - L_2 \sqrt{d^2 + L_2^2} + L_2}{\sqrt{d^2 + L_1^2 + L_2^2} + L_2 \sqrt{d^2 + L_2^2} - L_2}.$$

Итоговое выражение ЭДУ для рассматриваемого случая:

$$F = 10^{-7} i_1 i_2 \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{d^2 + L_1^2 + L_2^2} - L_2 \sqrt{d^2 + L_2^2} + L_2}{\sqrt{d^2 + L_1^2 + L_2^2} + L_2 \sqrt{d^2 + L_2^2} - L_2}.$$

Для более общих случаев взаимного расположения проводников методика расчета ЭДУ с использованием метода геометрической интерпретации приведена в [1].

6 Практическое занятие № 6. Расчет ЭДУ между параллельными проводниками при питании их переменным током

Уравнение $F_x = 10^{-7} i_1 i_2 k$ справедливо и для переменного тока, но в этом случае сила будет иметь переменное значение. Рассмотрим силы, действующие между параллельными проводниками, сначала при однофазном токе, а затем при трехфазном.

Для параллельных проводников при однофазном токе электродинамическая сила равна $F = 10^{-7} k i_1^2$ или $F = c i_1^2$.

При переменном токе $i = I_m \sin \omega t$ сила $F = c I_M^2 \sin^2 \omega t = c I_M^2 \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}$, т. е. сила меняется с частотой, в два раза большей частоты тока (рисунок 11, а).

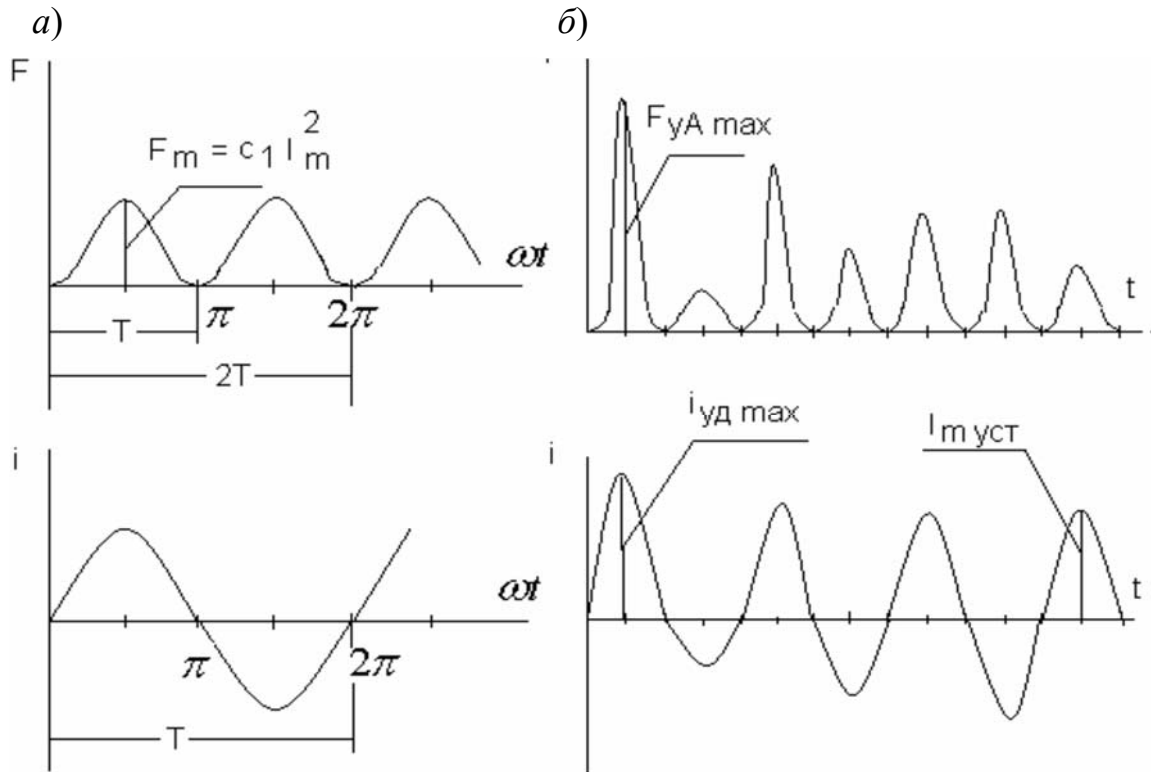


Рисунок 11 – Электродинамические усилия при переменном токе

Силу F можно представить как сумму двух составляющих: постоянной $c I_M^2$ и меняющейся с частотой по закону косинуса. Так как косинус угла принимает значения и переменной составляющей $c I_M^2 \frac{\cos 2\omega t}{2}$, меняющейся с двойной частотой от +1 до -1, то сила будет изменяться от $F = c I_M^2$ до $F = 0$, не меняя своего знака.

При переменном однофазном токе максимальное значение электродинамической силы при одном и том же токе (действующее значение) оказывается в два раза больше, чем при постоянном.

При переменном токе следует иметь в виду еще одно обстоятельство. В отличие от постоянного тока, при котором максимальное значение тока короткого замыкания (к. з.) равно его установившемуся значению $I_{уст}$ (если пренебречь изменением сопротивления за счет нагрева), то при переменном токе, в зависимости от момента к. з., первая амплитуда ударного тока $I_{уд. max}$

может существенно превосходить амплитудное значение установившегося тока к. з. (рисунок 11, б).

$$i_{y\partial} = (1...1,8)I_m = k_{y\partial}\sqrt{2}I.$$

Максимальное усилие будет $F_{y\partial.m} = k6,48I^2$. То есть при равном значении установившегося тока к. з. при переменном токе электродинамическая сила может быть почти в 6,5 раза большей, чем при постоянном токе.

Рассмотрим случай, когда проводники расположены в одной плоскости (рисунок 12, а).

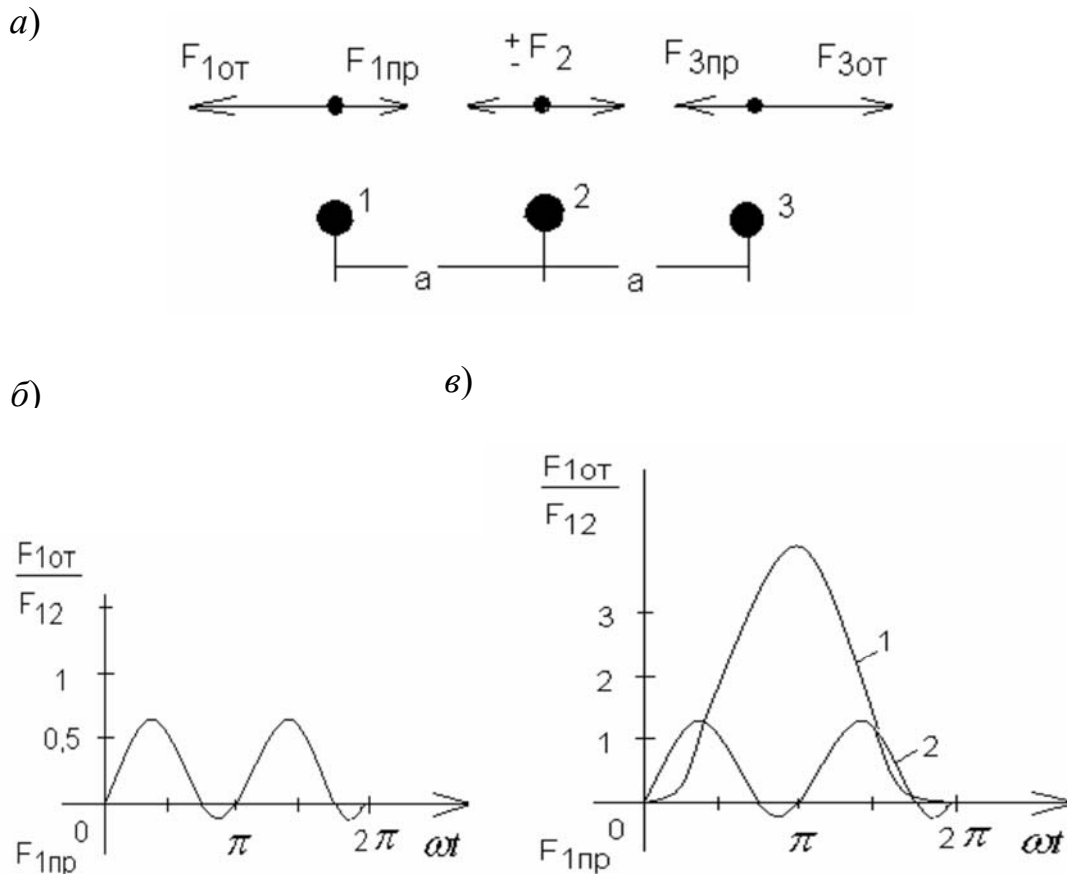


Рисунок 12 – Электродинамические усилия при переменном токе

При трехфазной питающей сети токи в фазных проводниках будут сдвинуты на 120 эл. град:

$$i_1 = I_m \sin \omega t;$$

$$i_2 = I_m \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$i_3 = I_m \sin(\omega t - 240^\circ).$$

Проводник 1 будет взаимодействовать с проводниками 2 и 3. Пусть сила взаимодействия между проводниками 1 и 2 при единице тока равна F_{12} , а между

проводниками 1 и 3 – F_{13} . Токи в фазах равны. Тогда полная сила, действующая на проводник 1, определится выражением

$$F_1 = F_{12}i_1i_2 + F_{13}i_1i_3 = 0,25 \left[(F_{13} - F_{12})\sqrt{3} \sin 2\omega t - (F_{13} + F_{12})(1 - \cos 2\omega t) \right] 2I^2.$$

В отличие от однофазного тока при трехфазном токе сила меняется не только во времени, но и по знаку. При положительных значениях $\sin 2\omega t$ и $\cos 2\omega t$ получим силу, притягивающую проводник 1 к двум другим. При отрицательных значениях $\sin 2\omega t$ и $\cos 2\omega t$ получим силу, отталкивающую проводник 1 от двух других.

Проводники обычно располагаются на равном расстоянии друг от друга. В таком случае $F_{13} = 0,5F_{12}$, и тогда в установившемся режиме (рисунок 12, б) максимальная притягивающая сила $F_{1np} = 0,055F_{12}2I^2$, а максимальная отталкивающая сила $F_{1от} = 0,805F_{12}2I^2$. Здесь $F_{12} = cI^2$. Силы, действующие на проводник 3, будут такими же, как и силы, действующие на проводник 1, но обратными по направлению. Усилия, действующие на средний проводник F_2 , определяются уравнениями, аналогичными предыдущим. Если принять силу взаимодействия при единице тока между проводниками 2 и 3 равной F_{23} , а между проводниками 2 и 1 – равной $F_{21} = F_{12}$, то при равных токах и равных расстояниях между проводниками $F_{23} = F_{21} = F_{12}$ и максимальная сила, действующая на средний проводник, определится из уравнения

$$F_2 = 0,87F_{12}2I^2.$$

Таким образом, при расположении проводников в одной плоскости сила, действующая на средний проводник, оказывается большей, чем сила, действующая на крайний проводник. С учетом переходной составляющей, возникающей в момент короткого замыкания (к. з.) максимальные силы будут большими, чем приведенные выше. Максимальное отталкивающее усилие, имеющее место при к. з., составляет $F_{1от,max} = 0,87F_{12}2I^2$.

Притягивающая сила для этого случая будет близка к нулю. Максимум притягивающей силы, имеющей место при к. з., составляет $F_{1np,max} = 0,23F_{12}2I^2$. Значение отталкивающей силы при этом составит $0,75F_{12}$. Изменение этих сил во времени (кривая 1 и 2) в переходном режиме к. з. приведено на рисунке 12, в.

7 Практическое занятие № 7. Расчет ЭДУ по изменению магнитной энергии системы проводников и на примере устройств, содержащих обмотки

Расчет ЭДУ по изменению магнитной энергии системы проводников основан на использовании энергетического баланса системы проводников с током. Усилие можно найти по уравнению

$$F = \frac{dW}{dx},$$

где W – электромагнитная энергия;

x – возможное перемещение в направлении действия усилия.

Электромагнитная энергия системы обусловлена как энергией магнитного поля каждого изолированного контура, так и энергией, определяемой магнитной связью между контурами. Для двух взаимосвязанных контуров

$$W = \frac{1}{2} L_1 i_1^2 + \frac{1}{2} L_2 i_2^2 + M i_1 i_2,$$

где L_1, L_2 – индуктивности изолированных контуров;

i_1, i_2 – токи, протекающие в них;

M – взаимная индуктивность.

Первые два члена уравнения определяют энергию независимых контуров, а третий член определяет энергию, обусловленную их магнитной связью.

Этот метод расчета ЭДУ требует знания индуктивностей или взаимных индуктивностей рассматриваемых контуров в функции от соответствующих размеров. Рассмотрим наиболее простые случаи применения этого метода на примере расчета сил в кольцевом витке и между кольцевыми витками.

В кольцевом витке (рисунок 13) с током i возникают радиальные силы F_R , стремящиеся увеличить его периметр, т. е. разорвать виток.

Если считать, что сечение проводника не деформируется, то общая радиальная сила, действующая на виток, будет

$$f_R = \frac{i^2}{2} \frac{dl}{dR}.$$

На единицу длины витка приходится сила

$$f'_R = \frac{f_R}{2\pi R}.$$

Для того, чтобы найти силу F_R , стремящуюся разорвать виток, необходимо проинтегрировать проекции радиальных сил, действующих на четверти витка.

На элемент окружности витка $Rd\varphi$ действует сила $f_R'Rd\varphi$, проекция которой на ось x равна $f_R'Rd\varphi\cos\varphi$. Поэтому

$$F_R = \int_0^{\pi/2} f_R'R\cos\varphi d\varphi = \frac{i^2}{2 \cdot 2\pi} \frac{dl}{dR}.$$

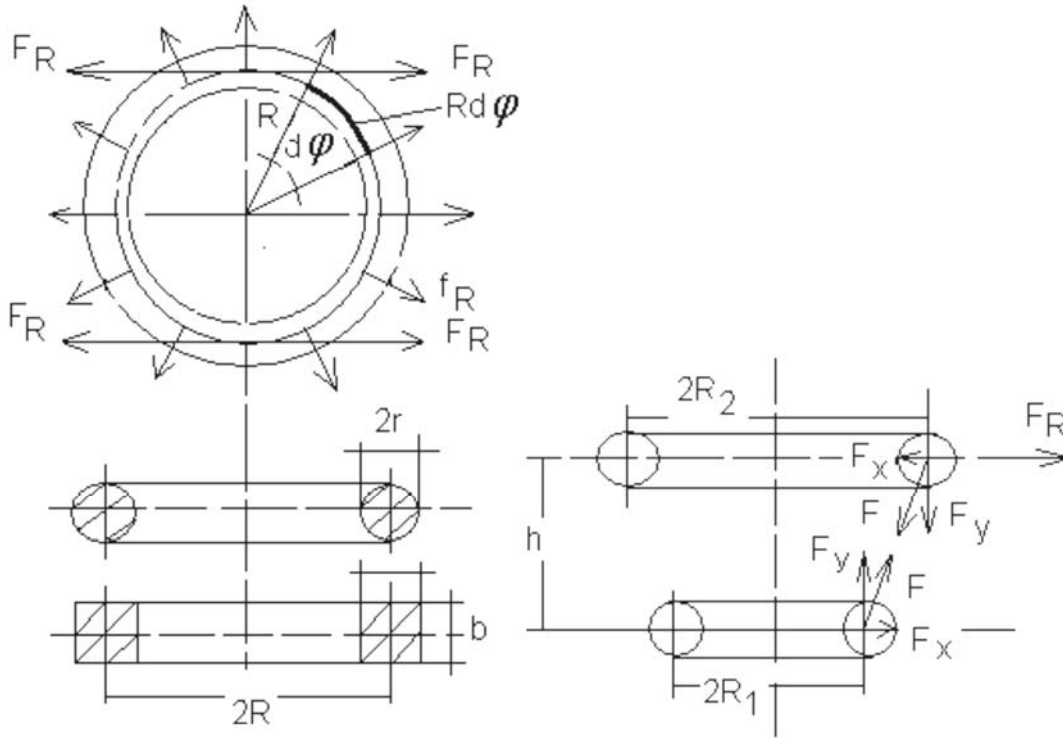


Рисунок 13 – Усилия, действующие в витке

Для витка круглого сечения, при $R \gg r$:

$$L = \mu_0 R \left(\ln \frac{8R}{r} - 1,75 \right).$$

Соответственно:

$$F_R = \frac{i^2}{2 \cdot 2\pi} 4\pi 10^{-7} \left(\ln \frac{8R}{r} - 0,75 \right) = 10^{-7} i^2 \left(\ln \frac{8R}{r} - 0,75 \right).$$

Аналогично для витка прямоугольного сечения:

$$L = \mu_0 R \left(\ln \frac{8R}{r} - 0,75 \right);$$

$$F_R = 10^{-7} i^2 \left(\ln \frac{8R}{r} - 0,5 \right).$$

Приведенные формулы для электродинамических сил применимы не только к одному витку, но и к обмоткам с любым числом витков n , занимающим данное сечение. В этом случае за значение тока следует принимать суммарное значение тока всех витков $i = ni_0$.

Значения составляющих силы взаимодействия между двумя витками определяются уравнениями:

$$F_y \approx 10^{-7} 4\pi i_1 i_2 \frac{R_1 h}{h^2 + c^2};$$

$$F_x \approx 10^{-7} 4\pi i_1 i_2 \frac{R_1 c}{h^2 + c^2},$$

где $c = R_2 - R_1$; $R_2 > R_1$.

Пример – Определить электродинамическое усилие, возникающее между двумя витками цилиндрического однослойного реактора, имеющего радиус $R = 1$ м. Витки имеют шаг $h = 10$ мм. По реактору протекает ток к. з. $I = 50$ кА.

Решение

Для решения задачи воспользуемся формулой

$$F = \frac{dW}{dx},$$

где W – полная электромагнитная энергия системы $W = I^2 M + W_{соб}$;

g – возможное перемещение в направлении действия усилия, т. е. $dg = dh$;

$W_{соб}$ – часть электромагнитной энергии, обусловленная собственной индуктивностью витков. При изменении координаты g остается неизменным $W_{соб}$.

Поэтому

$$F_h = I^2 \frac{dM}{dh}.$$

Если $h = 0,4R$ (по условию задачи), то значения индуктивностей и взаимоиндуктивностей контуров при постоянном токе и низкой частоте найдем из [1]:

$$M = \mu_0 R \left[\ln(8R/h) - 2 \right].$$

Тогда

$$F_h = -I^2 \mu_0 \frac{R}{h} = -50^2 4\pi / 10 \cdot 10^{-3} = -3140 \text{ Н.}$$

Пример – Определить электродинамические усилия, стремящиеся разорвать витки цилиндрического реактора, имеющего радиус $R = 1$ м. Витки имеют шаг $h = 10$ мм. По реактору течет ток к. з. $I = 50$ кА. Определить также электродинамические усилия, сжимающие проводники, изготовленные из круглого провода, радиус которого $r = 10$ мм.

Решение

Полная электромагнитная энергия витков определяется как:

$$W = I_1 I_2 M + 0,5 L_1 I^2 + 0,5 L_2 I^2,$$

где взаимная индуктивность M и собственная индуктивность витков для $R \gg r$ определяются по данным рисунка 14.

$L_1 = L_2 = L = \mu_0 R \left[\ln(8R/r) - 7/4 \right]$ – собственная индуктивность витков для $R \gg r$;

$$I_1 = I_2 = I.$$

Тогда

$$W = I^2 \mu_0 R \left[\ln \frac{8R}{r} + \ln \frac{8R}{r} - \frac{15}{4} \right].$$

Доля энергии, приходящаяся на один виток, будет $0,5W$.

При $g = R$ усилие, разрывающее виток,

$$\begin{aligned} F &= \frac{dW}{dR} = \frac{1}{2} I^2 \mu_0 \left[\ln \frac{8R}{r} + \ln \frac{8R}{r} - 15/4 \right] = \\ &= \frac{1}{2} 50^2 \cdot 10^6 \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \left[\ln \frac{8}{10^{-2}} + \ln \frac{8}{10^{-2}} - 15/4 \right] = 11000 \text{ Н.} \end{aligned}$$

Эта сила равномерно распределена по дуге окружности витка.

Сила же, стремящаяся разорвать виток, $F = F_R / 2\pi = 1750$ Н. Сила, сжимающая проводник в направлении его радиуса, определяется при $g = r$:

$$F = \frac{dW}{dr} = \frac{I^2 \mu_0 R}{-2r} = -0,5 \cdot 50^2 \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1}{10^{-2}} = -157000 \text{ Н.}$$

Эта сила равномерно распределена по всей поверхности витка.

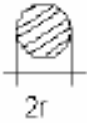

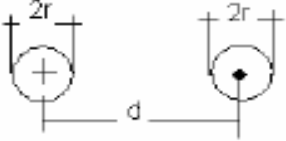
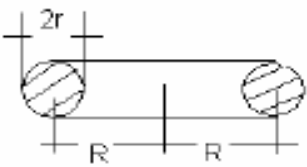
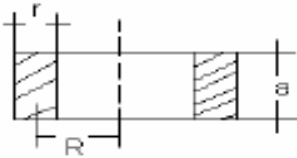
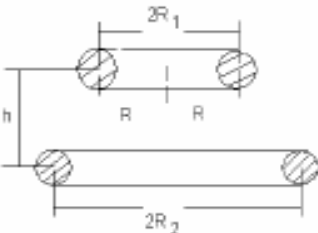
№ п/п	Эскизы контуров	Индуктивность или взаимоиנדуктивность	Примечание
1		$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\frac{2l}{r} - \frac{3}{4} \right)$	Провод прямолинейный круглого сечения длиной l . Второй провод бесконечно удален
2		$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\ln \frac{2l}{a+b} + \frac{1}{2} \right)$	То же, но прямоугольного сечения
3		$L = \frac{\mu_0 l}{\pi} \left(\ln \frac{d}{r} + \frac{1}{4} \right)$	Двухпроводная линия длины l
4		<p>При любых R и r</p> $L = \mu_0 R \left(\ln \frac{8R}{r} - \frac{7}{4} + \frac{r^2}{8R^2} \left(\ln \frac{8R}{r} + \frac{1}{3} \right) \right)$ <p>При $R \gg r$</p> $L = \mu_0 R \left(\ln \frac{8R}{r} - \frac{7}{4} \right)$	Круговое кольцо круглого сечения
5		$L = \mu_0 R \left(\ln \frac{8R}{a+r} - \frac{1}{2} \right)$	Круговое кольцо прямоугольного сечения
6		$M = \mu_0 R_1 \left(\ln \frac{8R_1}{\sqrt{h^2 + (R_2 - R_1)^2}} - 2 \right)$	Два круговых кольца, расположенных в параллельных плоскостях

Рисунок 14 – Индуктивности и взаимоиנדуктивности разных контуров

8 Практическое занятие № 8. Определение направления действия ЭДУ в однофазных и многофазных системах

Для определения направления действия силы на проводник с током, находящийся в магнитном поле, существует ряд правил.

Правило ладони левой руки. Если разместить ладонь так, что силовые линии потока перпендикулярны плоскости ладони и входят в неё, а направление протекания тока совпадает с направлением пальцев, то тогда направление действия ЭДУ определяется большим пальцем.

Полезен бывает метод, предложенный акад. В. Ф. Миткевичем, заключающийся в том, что на картину расположения силовых линий воздействующего поля накладывается примерное расположение силовых линий поля проводника с током и по месту сгущения и разряжения силовых линий результирующего поля определяют направления возможного движения проводника – в сторону ослабления поля (рисунок 15).

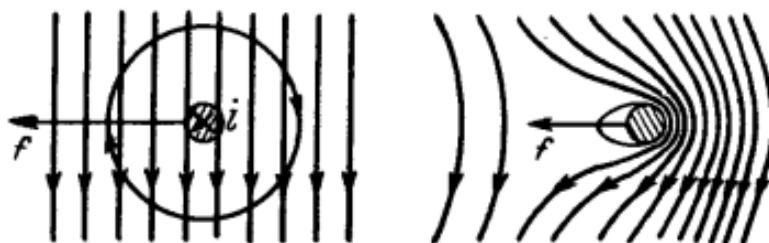


Рисунок 15 – Картина расположения силовых линий, определяющая направление движения проводника

Используя эти методы для случая двух параллельных проводников, можно получить следующее правило: проводники с одинаковым направлением токов в них притягиваются друг к другу, а проводники с противоположным направлением токов – отталкиваются друг от друга. Для непараллельных прямолинейных проводников, лежащих в одной плоскости (и для взаимно перпендикулярных), применяется следующее правило. Оси рассматриваемых проводников продолжают до пересечения друг с другом. Если в образованном при этом угле ток переходит от одного проводника к другому через вершину угла, то ЭДУ стремятся расширить угол, образованный осями проводников. Если же токи в сторонах угла направлены навстречу друг другу или на расхождение, то ЭДУ стремятся уменьшить угол, а проводники совместиться.

Во всех рассматриваемых случаях расположения проводников в одной плоскости усилие между ними лежит в этой же плоскости, а индукция – в плоскости, перпендикулярной к ней.

Для более общего случая, когда проводники лежат в разных плоскостях, ЭДУ должны быть всегда перпендикулярны направлению оси проводника с током подвергающегося воздействию поля другого проводника с током. Вектор действующего ЭДУ определяется как линия пересечения двух плоскостей:

- плоскости, проходящей через элемент (точку) подвергающегося воздействию проводника и перпендикулярной направлению оси последнего;
- плоскости, проходящей через элемент воздействующего проводника и через отрезок, соединяющий рассматриваемые элементы проводников.

В качестве примера определим направление ЭДУ для случая, когда проводники 1 и 2 перпендикулярны друг другу и находятся в разных плоскостях, (рисунок 16).

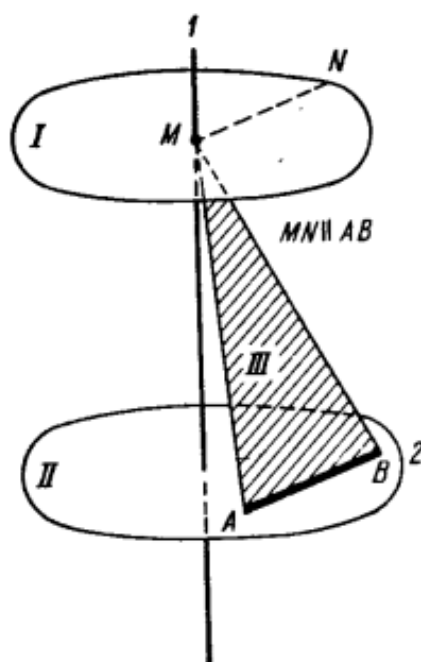


Рисунок 16 – Определение направления действия ЭДУ

Проведем через точку M проводника 1 , в которой определяем направление ЭДУ, плоскость I , перпендикулярную проводнику 1 . Так как проводник 2 перпендикулярен проводнику 1 , через него можно провести плоскость II , перпендикулярную проводнику 1 . Через проводник 2 и точку M проводника 1 проведем плоскость III . Линия MN пересечения плоскости III с плоскостью I должна быть параллельна проводнику 2 , т. к. следы пересечения двух параллельных плоскостей любой третьей параллельны друг другу. Отсюда следует, что векторы ЭДУ проводника 1 при воздействии перпендикулярного проводника 2 , лежащего в другой плоскости, параллельны воздействию проводнику 2 .

Список литературы

- 1 **Холявский, Г. Б.** Расчет электродинамических усилий в электрических аппаратах / Г. Б. Холявский. – Москва: Альянс, 2018. – 152 с.
- 2 **Буткевич, Г. В.** Задачник по электрическим аппаратам / Г. В. Буткевич, В. Г. Дегтярь, А. Г. Сливинская. – Москва: Высшая школа, 1987. – 231с.